



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$\{a_i\}$  - арифметическая прогрессия.

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \quad \left\{ \begin{array}{l} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right.$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right.$$

⇓

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - \frac{35}{13})(x+1) \geq 0 \\ x \neq -1 \end{array} \right.$$

Пусть  $d$  - разность арифметической прогрессии  $a_i$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq -1 \\ x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{35}{13}; +\infty) \end{array} \right.$$

$$a_{15} = a_7 \cdot d^8$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot d^8$$

~~$$\frac{(13x-35)(x+1) \cdot (x+1)^3}{(13x-35)}$$~~

~~$$\sqrt{13x-35} \cdot (x+1)^2$$~~

$$d^8 = \frac{(13x-35)(x+1)(x+1)^3}{(13x-35)} = (x+1)^2$$

~~$$d^4 = \pm (x+1)^2 \Rightarrow d = \pm (x+1)^{1/2}$$~~

~~$$d^6 = \sqrt[6]{(x+1)^5}, x \geq -1 \quad \text{①} \quad \sqrt[6]{-(x+1)^3}, x \leq -1 \quad \text{②}$$~~

~~$$d^6 = \sqrt[6]{(x+1)^5}, x \geq -1 \quad \text{①}$$~~

~~$$d^6 = \sqrt[6]{-(x+1)^3}, x \leq -1 \quad \text{②}$$~~

$$\text{①} \therefore a_{15} = a_7 \cdot d^6 \Rightarrow 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1)^3 = \sqrt{13x-35}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - x = \sqrt{13x - 35}$$

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x^2 - 23x + 60 = 0 \end{cases}$$
$$D = 529 - 240 = 289 = 17^2$$
$$x = \frac{23 \pm 17}{2} \quad // \quad \begin{matrix} 20 > 5 \\ \text{не } \log x \\ = 3, \log x \end{matrix}$$
$$\downarrow$$
$$x = 3 \geq 1, \log x.$$

②  $x \leq -1$

$$5 - x = \sqrt{35 - 13x}$$

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 35 - 13x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$$
$$x = -5, \log x, \text{ т.к. } \leq -1$$
$$x = 2, \text{ не } \log x, \text{ т.к. } > -1$$

① + ②:  $\begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$

Ответ: 3; -5;





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2.

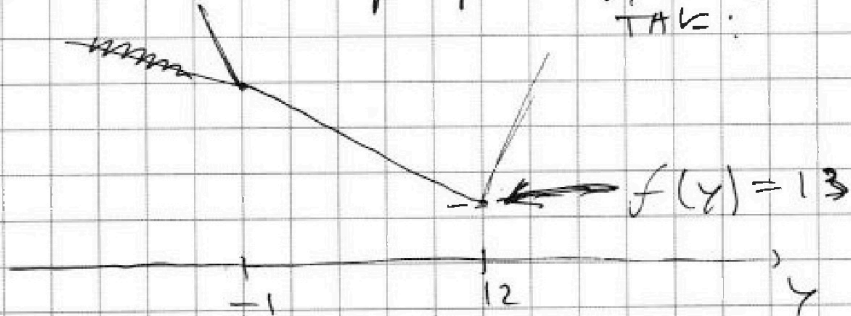
$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

Рассм  $f(y) = (y+1) + 3|y-12|$

- 1)  $y \geq 12 : f(y) = 4y - 35$
- 2)  $y \in [-1; 12) : f(y) = -2y + 37$
- 3)  $y < -1 : f(y) = -4y + 35$

На промежутке  $y \in [-1; 12]$   $f(y)$  принимает в силу своей монотонности значения от  $f(12) = -24 + 37 = 13$  до  $f(-1) = 39$ .

Схематично график функции выглядит так:



~~Итого~~  $f(y) \in [13; +\infty)$

Рассм  $g(z) = \sqrt{169-z^2} \in (0; 13]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+1) + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2}$$

$\in [13; +\infty)$        $\in [0; 13]$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y+1) + 3|y-12| = 13 \\ \sqrt{169 - z^2} = 13 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z} \\ y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

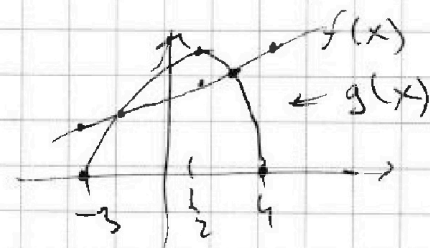
$D = 1 + 48 = 49$   
 $x = \frac{-1 \pm 7}{2} = -3$

$$\underbrace{\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5}_{f(x)} = \underbrace{2\sqrt{-(x-4)(x+3)}}_{g(x)}$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+4)(x+3) \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \Rightarrow x \in [-3; 4]$$

Это уравнение имеет два решения, т.к.



Ответ:  $(x, y, z): (x_1; 12; 0)$   
 $(x_2; 12; 0)$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-3.

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

ЗАМЕНА:  $\cos x = t \in [-1; 1]$

Пусть  $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 \geq 0$$

$\Downarrow$   
 $f(t)$  монотонно возраст.

Т.к.  $f(t)$  монотонно возрастает, то она принимает все значения от своего минимума при  $t = -1$  до максимума при  $t = 1$ .

$$t = -1: f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$t = 1: f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t \in [-1; 1] \Rightarrow f(t) \in [-4; 10]$$

$$f(t) = p \in [-4; 10]$$

Ответ:  $p \in [-4; 10]$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

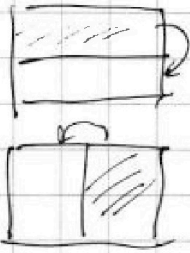
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15.

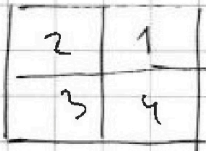
$$200 \cdot 250 = 50000 \text{ клеток}$$



симметри от средних линий:

$$C_4^{25000} + C_4^{25000}$$

Среды них встречаются также, которые симметричны отн. обеих линий.



1 зеркально с 2,

4 зеркально с 3,

1 зеркально с 4

2 зеркально с 3 =>

=> чет верте 1, 2, 3, 4 являются одинак.

ковити, но по разному поворотам  
пластинка ми а зная чет ~~все~~ всего  
таких симметричных ~~из~~ от <sup>осени</sup> средних  
линий позиций:

$$C_2^{12500}$$

И всего  $2 \cdot C_4^{25000} - C_2^{12500}$ . Здесь переписаны не все углообразные в симметрии, матрица р ТАКАЯ



Всего таких симметрии

$$2 \cdot C_4^{25000} + 2 \cdot C_3^{12500} \cdot 12500 + C_2^{12500} \cdot (C_2^{12500} - 1)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вариант симметричный Бюджет:

$$2 \cdot C_{50000}^4 - C_{12500}^2 + 2 \cdot C_{12500}^4 +$$
$$+ ~~25000~~ C_{12500}^3 + (C_{12500}^2)^2 -$$
$$- C_{12500}^4$$

Ответ:  $2 \cdot C_{50000}^4 + 2 C_{12500}^4 + 25000 C_{12500}^3 +$

$$+ (C_{12500}^2)^2 - 2 C_{12500}^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р.б.

$$(a, b, c) \in \mathbb{Z} : \begin{cases} 1) a > b \\ 2) a - b \not\equiv 3 \\ 3) (a - c)(b - c) = p^2 \\ 4) a + b^2 = 560 \end{cases}$$

3)  $(a - c)(b - c) = p^2$ ,  $p$  - простое, значит разобьём на случаи:

1)  $a - c = 1 \Rightarrow b - c > a - c$   
 $b - c = p^2 \Rightarrow b > a$  - не подходит

2)  $a - c = b - c = p \Rightarrow a = b = t$

из 4)  $t^2 + t - 560 = 0$

$$D = 1 + 2240 = 2241 = 9 \cdot 249 = 9 \cdot 3 \cdot 83$$

$$t = \frac{-1 \pm 3\sqrt{3 \cdot 83}}{2} \text{ - ирра-}$$

-циональные числа, ~~значит~~ не подходит, т.к.

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

3)  $a - c = p^2$   
 $b - c = 1$

из 2)  $a - b \not\equiv 3$

$$(a - c) - (b - c) = a - b \not\equiv 3$$

$$p^2 - 1 \not\equiv 3$$

$$p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} (p-1)(p+1) \not\equiv 0 \pmod{3} \\ p-1 \not\equiv 0 \pmod{3} \\ p+1 \not\equiv 0 \pmod{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \not\equiv 1 \pmod{3} \\ p \not\equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\Downarrow \\ p \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\begin{cases} a - c = 9 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 9 + c \\ b = c + 1 \end{cases} \Leftrightarrow p = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

и 3 4)  $a + b^2 = 560$

$$9 + c + (1+c)^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 2200 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 47}{2} \begin{matrix} -25 \Rightarrow a = 9 - 25 = -16 \\ -24 \Rightarrow b = -25 + 1 = -24 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow a = 9 + 22 = 31$$

$$b = 1 + 22 = 23$$

Магические тройки

$$(a, b, c) : \begin{pmatrix} 31, 23, 22 \\ -16, -24, -25 \end{pmatrix}$$

4)  $a - c = -1$      $a - c > b - c \rightarrow a > b$ , чужих  
 $b - c = -p^2$

~~$a - b = (a - c) + (b - c) = -1 + p^2$~~  ~~3~~  
Аналогично нулю  
3:  $p = 3$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \end{cases} \Rightarrow \text{и 3 4) } a + b^2 = 560$$

$$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$$

$$c^2 - 17c + 80 - 560 = 0$$

$$c^2 - 17c - 480 = 0$$

$$D = 17^2 + 1920 =$$

$$= 289 + 1920 = 2209 = 47^2$$

$$\frac{17 \pm 47}{2} \begin{matrix} 32 \\ -15 \end{matrix}$$

$$c = \frac{17 \pm 47}{2} = -15$$

$$c = 32: b = 32 - 9 = 23$$

$$a = 32 - 1 = 31$$

$$c = -15: b = -15 - 9 = -24$$

$$a = -15 - 1 = -16$$

Магические тройки:  $(a, b, c): (-16, -24, -15)$

$(31, 23, 32)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) a - c = b - c = -p \Rightarrow a = b = t$$

Аналогично что пункты  $n_2$   $t$  не может быть иррациональным числом из  $cb - ba$   $n_4$ .

$$6) a - c = -p^2 \quad b - c > a - c \\ b - c = -1 \quad b > a, \text{ не может}$$

Ответ:  $(a, b, c)$ :

$$(31, 23, 22), (-16, -24, -25)$$

$$(-16, -24, -15), (31, 23, 32)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2} \quad 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$$

$$\begin{aligned} & \geq 0 \\ & x \leq 4 \end{aligned}$$

$$x^2 - x - 12 \rightarrow = \frac{48 + 2 - 1}{4} = \frac{49}{4}$$

$$D = 1 + 48 = 49$$

$$x = \frac{1 \pm 7}{2} = -3$$

$$-(x+3)(x-4) \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-(x-4)} + 5 = 2 \quad \begin{matrix} -3 & 4 \\ \text{---} & \text{---} \end{matrix}$$

$$x \leq 4 \quad x \geq -3 \quad x \in [-3, 4]$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2 \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} + 2\sqrt{a} + 5 = 2\sqrt{b}(2\sqrt{a} + 1)$$

$$a - b + 5 = 2ab \Rightarrow a - b(2a + 1) = a + 5$$

$$x = 4: \sqrt{7} + 5 = 2 \quad b = \frac{a+5}{2a+1} = \frac{1}{2} \left( \frac{2a+30}{2a+1} \right)$$

$$2\sqrt{3,5} + 5 = 2\sqrt{\frac{49}{4}} = 2 \cdot \frac{7}{2} = 7 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2a+1}$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(\dots) - 2\sqrt{1+25}$$

$$2 \cdot \frac{7}{2} = \sqrt{7} \text{ max } x$$

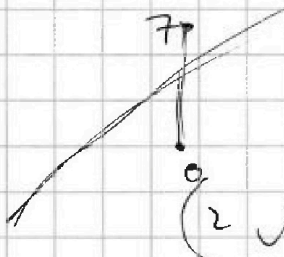
$$|\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5|' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = 0$$

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x+3} \geq 0$$

$$4-x = x+3$$

$$x = \frac{1}{2} \quad 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(2\sqrt{2+x-x^2})' = \frac{-2x+1}{\sqrt{\dots}} =$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad a_{13} = a_7 \cdot d^6$$

$$a_{13} = 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot d^6$$

$$a_{15} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot (x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot d^2}$$

$$(5-x) \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} = \left( \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)}} \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} \right)^3$$

$$\frac{(5-x)}{\sqrt{13x-35}} \left( 5-x - \frac{(13x-35)(x+1)}{\sqrt{13x-35}} \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} \right) = 0$$

$$x = -1$$

$$5-x - (x+1)^4 \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0$$

$$7 \quad 13 \quad 15$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R}: a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a d^6 \quad 13-7-6 = 6$$

$$a_{13} = 5-x = a d^{12} = b d^6$$

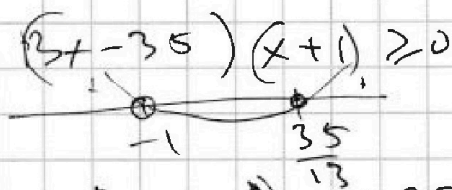
$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)^2} = a d^{14} = b d^8$$

~~52x~~

$$d = \frac{1}{\sqrt{x+1} \sqrt[3]{x+1}} \quad d^6 = \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$d^8 = \frac{b d^6}{5} = \sqrt{(x+1)(x+1)^3} = (x+1)^2$$

$$d = x+1 \Rightarrow d^6 = \pm (x+1)\sqrt{x+1}$$



1) ⊕:

$$5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1)^3$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$\frac{35}{13} - 5 = \frac{35-65}{13} = -\frac{30}{13}$$

$$-x \in (-\infty; -\frac{35}{13}] \cup (1; +\infty)$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$5-x \in (-\infty; +\frac{30}{13}] \cup (6; +\infty) \quad 5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$

$$5-x = \sqrt{35-13x}$$

$$x \leq 5$$

~~52x~~

$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$D = 9+40 = 49$$

$$-3 \pm 7$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

$$\frac{-5}{2}$$

$$(5-x)^2 = 13x-35$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2-23x+60=0$$

$$D = 23^2 - 240 = 529 - 240 =$$

$$= 329 - 40 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} = 20$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

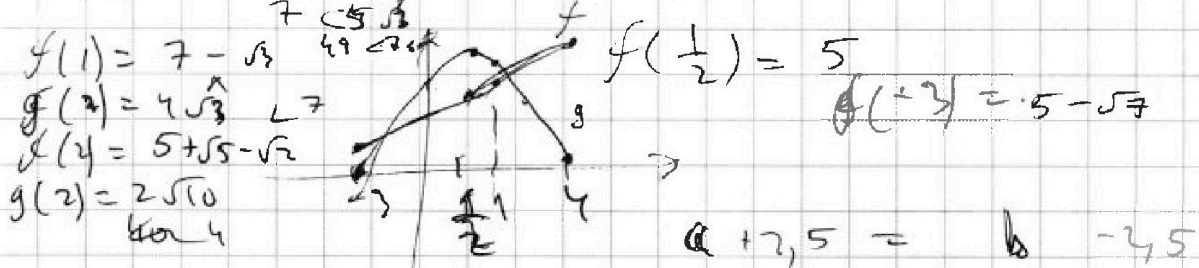
$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x-4)(x+3)}$$

↙ можно возвр.

$(-3; 4)$

$f(x) \in [5 + \sqrt{7}; 5 + \sqrt{7}]$        $f(4) = 5 + \sqrt{7}$

$g(x) \in [0; 7]$        $g(\frac{1}{2}) = 7$        $g(4) = 0$



$a + 2,5 = b - 2,5$

$a - b + 5 = 2ab$        $a + 2,5 = b - 2,5$

$7 - 2\sqrt{(1/2)^2} = 2$        $5 + \sqrt{5} \quad \sqrt{2} + 2\sqrt{10}$   
 $25 + 10\sqrt{5} + 5$        $2(a +$

$a - b + 5 = 2ab$

$ab + b - 2,5 = -ab + a + 2,5 =$

$u(b) \quad m(a)$   
 $uk + k - 2,5 = -ab + a + 2,5$

$k(a+1) - 2,5$        $k = \frac{-ab + a + 5}{a+1}$

$a(-b+1) + 2,5 = - (ab - a - 2,5)$

$\sqrt{x} \neq \sqrt{x}$

$a - b = 2\sqrt{ab}$        $b \text{ or } 2 - x^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16.  
 $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$   
 1)  $a > b$   
 2)  $a - b \neq 3$   
 3)  $(a - c)(b - c) = p^2$   
 4)  $a + b^2 = 560$

~~1)  $a - b = 3$   
 2)  $a - b = 3$   
 3)  $a - b = 3$~~

$$p^2 + p - 560 = 0$$

$$p = 1 + \sqrt{1 + 2240} = 2249$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

1)  $a - c = 1$   
 $b - c = p^2$

$a > b$   
 $a - c > b - c$

2)  $a - c = b - c = p$

3)  $b - c = 1$   
 $b = c + 1$

$a - c = p^2$

$$a - b = (a - c) - (b - c) \neq 3 \Rightarrow p^2 - 1 \neq 3$$

$$9 - 1 = 8 \neq 3$$

$$0 - 1 = -1 \neq 3$$

$$p \neq 3$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \sqrt{(x-3)(x+3)}$$

$$f(x) - g(x) + 5 = 2 f(x) \cdot g(x)$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}$$

$$k - b = ab$$

$$k = a$$

$$b = b$$

$$\sqrt{x+3}(\sqrt{4-x} - 1) = -\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3} + 1)$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$x_0 + \frac{1}{x_0}$$

$$ab + b = ab + a + 5$$

$$x_0' = x_0 - 2(x_0 - 1)$$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{x_0+3} + 5 = 2\sqrt{(x_0+3)(4-x_0)}$$

$$= x_0 + 1$$

$$ab \quad a - b = 2ab \quad \frac{a}{b} - 1 = 2a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-x} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a + b + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + a - b + 5 = (a+b)^2 \quad \sqrt{a} \quad \sqrt{b}$$

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (a+b)^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{-a+7} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a - a + 7 = 7$$

$$a \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{b} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + (a -$$

0,5

0,5

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 12 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\frac{13}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{4} \quad \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} \quad 4\right)$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow \square$$

$$2 - \sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

$$2 : \sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

3 :

$$\sqrt{6} \cdot 4 + 2 = 2\sqrt{6}$$

$$t \in (0; 7)$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{-t+7} + 5 = 2\sqrt{t(-t+7)}$$

$$a + 10\sqrt{a} + 25 = 4ab + b + 4\sqrt{ab^2}$$

$$\sqrt{a}(10 - 4b) = 4ab + b - a - 25$$

$$a(10 - 4b)^2 =$$

$$\frac{4ab + b - a - 25}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a, b, c) \in \mathbb{R}: a > b$$

$$(a-b) \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P}$$

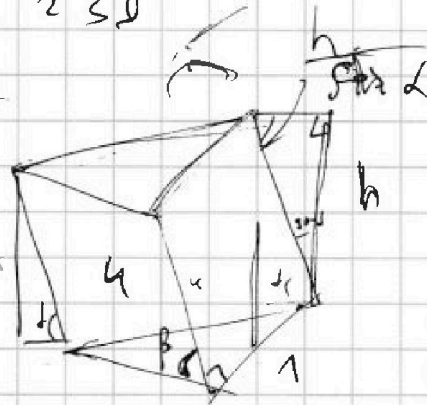
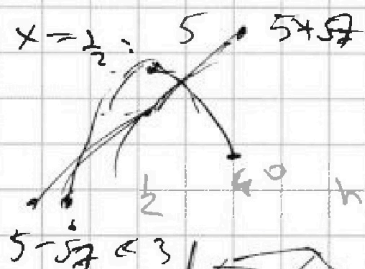
$$a + b^2 = 560$$

$$a > b:$$

$$b \in [1; 23]$$

Квадраты  
90 560:

121	11
144	12
169	13
196	14
225	15
256	16
289	17
324	18
361	19
400	20
441	21
484	22
529	23
576	24



23  
23  
1 6 9  
4 6 9  
5 2 9  
2 4  
2 4  
9 6  
4 8  
5 7 6

2500  
9 = 4  
8 = 4  
7 = 9

$$S_3 = a \cdot 1 = \frac{h}{\sin \alpha} = 3$$

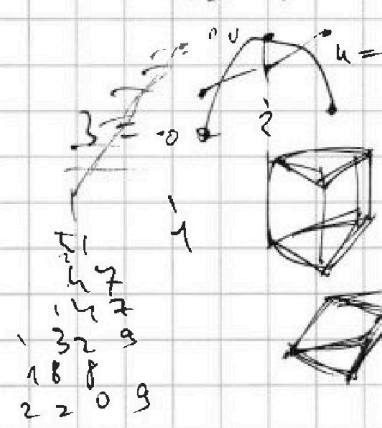
$$S_4 = a \cdot 1 \cdot \sin \beta = 4 \text{ см}$$

$$h \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

$$3 \sin \alpha \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

$$4t^3 + 6t^3 + 3t - 3 - p \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{4}{3}$$

$$f(t) = p \Rightarrow t = f^{-1}(p)$$



$$\cos 2x = \sin x \cos x + \sin x \cos x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x - \sin x + 2 \sin x \cos^2 x = \sin x (4 \cos^2 x - 1)$$

$$\cos 3x = \cos 1x \cdot \cos 2x - \sin 2x \sin 1x = 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

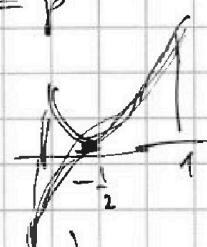
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = 4t^3 + 6\cos^2 t + 3\cos t - 3 = y$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$



$$t = 1 : f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t = -\frac{1}{2} : f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8} + \frac{6}{4} + \frac{3}{2} - 3 =$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$t = -1 : f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4 < -\frac{7}{2}$$

$y \in [-4; 10]$  на краях.

$\forall \cos x \in [-1; 1] \exists y \in [-4; 10]$  можно.

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$$\begin{cases} (4+1) + 3(4-z) = \sqrt{169-z^2} \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$169 - z^2 \geq 0$$

$$z^2 \leq 13^2 \rightarrow z \in [-13; 13]$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$[0; +\infty)$

$$4 - (x+z) \geq 0 \rightarrow (x+z) \leq 4$$

$$\frac{1}{13+x} \leq 4$$

$u = t^2$

$$-t^2 + z = 0$$

$$t^2 + z^2 = 9$$

$\mathbb{R}^+$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$-13+x \leq x+z \leq 13+x \leq 4$$

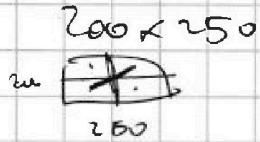


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



размер, средн.м

50000  
D

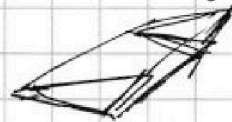
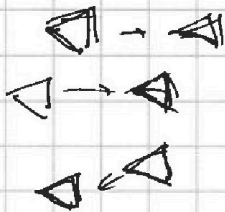
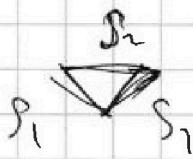
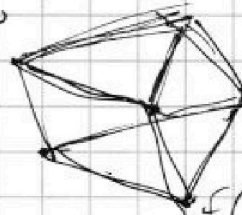


25000

$2C_{25000}^4$

$S_1 > S_2$

$a^2 \leq 2ab + b^2$



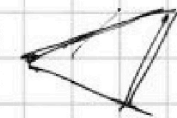
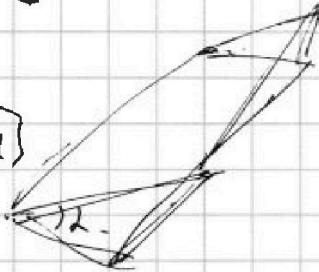
$f(x) = 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$   
 $= 12 + \frac{1}{4} = \frac{49}{4}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 =$   
 $= 2\sqrt{2+x-x^2} = \frac{7}{2}$

$a(-b) = 2ab$   
 $a - ab = b + ab$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 =$   
 $= 2\sqrt{y+x-x^2} + 2 \quad \frac{a}{b} = \frac{1+a}{1-b}$

$x \in [-3; 4]$



$(y+1) + 3(y-12)$   
③

$|y+1+3| |y-12| = \sqrt{69-2^2}$   
 $\geq 13$   
 $\leq 13$

$x+3 = -(-x+4-7)$   
 $\sqrt{7-x}$

$69 - 2^2 = 65$   
 $2 \rightarrow -13$

①:  $4y - 35 \rightarrow +4y$

②:  $-2y + 37 \in [13; 40] \quad y=12, z=0$

③:  $-4y + 35$

$y=12 \quad -3; 4 \quad ⑥: 7 \quad 14$   
 $-2; 4 \quad ⑦: 7 \quad 7$   
 $-4; 3 \quad 0 \quad 7$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{2+x-x^2}$

3:  $56 + 9 = 2\sqrt{\quad}$   
-2:  $5 - 5\sqrt{\quad}$   
4:  $5 + 5\sqrt{\quad}$



