



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1

$\{a_i\}$ - арифметическая прогрессия.

$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$a_{13} = 5-x$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \quad \left\{ \begin{array}{l} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right.$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \end{array} \right.$$

⇓

$$\left\{ \begin{array}{l} (x - \frac{35}{13})(x+1) \geq 0 \\ x \neq -1 \end{array} \right.$$

Пусть d - разность арифметической прогрессии a_i :

$$a_{15} = a_7 + 8d$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} + 8d$$

~~$$\frac{(13x-35)(x+1) \cdot (x+1)^3}{(13x-35)}$$~~

~~$$\sqrt{13x-35} \cdot (x+1)^2$$~~

$$d = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)} - \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}}{8} = (x+1)^2$$

~~$$d^4 = (x+1)^2 \Rightarrow d = \sqrt[4]{(x+1)^2} = \sqrt[2]{x+1}$$~~

~~$$d^6 = \sqrt[6]{(x+1)^2} = \sqrt[3]{x+1}$$~~

$$d^6 = \sqrt[6]{(x+1)^2}, x \geq -1 \quad (1)$$

$$d^6 = \sqrt[6]{-(x+1)^2}, x \leq -1 \quad (2)$$

$$(1) \therefore a_{15} = a_7 + 8d^6 \Rightarrow 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} + 8\sqrt[3]{x+1} = \sqrt{13x-35}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - x = \sqrt{13x - 35}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 13x - 35 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ x^2 - 23x + 60 = 0 \end{array} \right.$$

$$D = 529 - 240 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} \quad // \quad \begin{array}{l} 20 > 5 \\ \text{не } \log x \\ = 3, \log x \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$x = 3 \geq 1, \log x.$$

② $x \leq -1$

$$5 - x = \sqrt{35 - 13x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ 25 - 10x + x^2 = 35 - 13x \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \leq 5 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{array} \right.$$

$$x = -5, \log x, \text{ т.к. } \leq -1$$

$$x = 2, \text{ не } \log x, \text{ т.к. } > -1$$

① + ②: $\begin{cases} x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$

Ответ: 3; -5;



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~ 2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

Рассм. $f(y) = (y+1) + 3|y-12|$

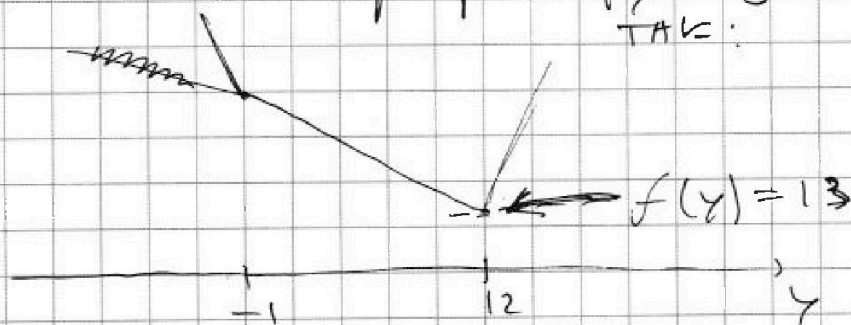
1) $y \geq 12$: $f(y) = 4y - 35$

2) $y \in [-1; 12)$: $f(y) = -2y + 37$

3) $y < -1$: $f(y) = -4y + 35$

На промежутке $y \in [-1; 12)$ $f(y)$ принимает в силу своей монотонности значения от $f(12) = -24 + 37 = 13$ до $f(-1) = 39$.

Схематично график функции выглядит так:



~~Рассм.~~ $f(y) \in [13; +\infty)$

Рассм. $g(z) = \sqrt{169-z^2} \in (0; 13]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y+1) + 3|y-12| = \sqrt{169 - z^2}$$

$\in [13; +\infty)$ $\in [0; 13]$

$$\left\{ \begin{array}{l} (y+1) + 3|y-12| = 13 \\ \sqrt{169 - z^2} = 13 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z} \\ y = 12 \\ z = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

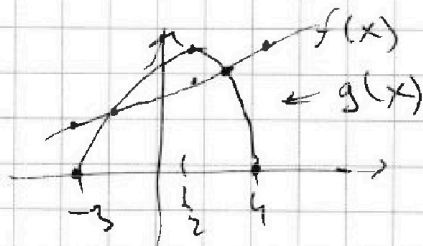
$D = 1 + 48 = 49$
 $x = \frac{-1 \pm 7}{2} = -3$

$$\underbrace{\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5}_{f(x)} = \underbrace{2\sqrt{-(x-4)(x+3)}}_{g(x)}$$

ОДЗ:

$$\left\{ \begin{array}{l} (x+4)(x+3) \leq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+3 \geq 0 \\ x-4 \leq 0 \end{array} \right. \Rightarrow x \in [-3; 4]$$

Это уравнение имеет два решения, т.к.



Ответ: $(x, y, z): (x_1; 12; 0)$
 $(x_2; 12; 0)$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1-3.

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

ЗАМЕНА: $\cos x = t \in [-1; 1]$

Пусть $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 \geq 0$$

\Downarrow
 $f(t)$ монотонно возраст.

Т.к. $f(t)$ монотонно возрастает, то она принимает все значения от своего минимума при $t = -1$ до максимума при $t = 1$.

$$t = -1: f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$t = 1: f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t \in [-1; 1] \Rightarrow f(t) \in [-4; 10]$$

$$f(t) = p \in [-4; 10]$$

Ответ: $p \in [-4; 10]$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

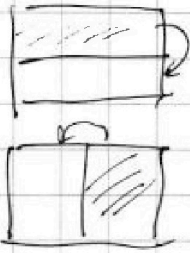
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15.

$$200 \cdot 250 = 50000 \text{ клеток}$$



симметри от средних линий:

$$C_4^{25000} + C_4^{25000}$$

Среды них встречаются также, которые симметричны отн. обеих линий.



1 зеркально с 2,

4 зеркально с 3,

1 зеркально с 4

2 зеркально с 3 =>

=> чет верте 1, 2, 3, 4 являются одинак.

ковими, но по разному поворотам
пластиками а значит ~~все~~ всего
таких симметричных ~~из~~ от ^{одних} средних
линий позиций:

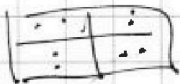
$$C_2^{12500}$$

И всего $2 \cdot C_4^{25000} - C_2^{12500}$. Здесь переписаны не все углообразные в симметрии, матрица р ТАКАЯ



Всего таких симметрии

$$2 \cdot C_4^{25000} + 2 \cdot C_3^{12500} \cdot 12500 + C_2^{12500} \cdot (C_2^{12500} - 1)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Вариант симметричный Бюджет:

$$2 \cdot C_{50000}^4 - C_{12500}^2 + 2 \cdot C_{12500}^4 +$$
$$+ ~~25000~~ C_{12500}^3 + (C_{12500}^2)^2 -$$
$$- C_{12500}^4$$

Ответ: $2 \cdot C_{50000}^4 + 2 C_{12500}^4 + 25000 C_{12500}^3 +$

$$+ (C_{12500}^2)^2 - 2 C_{12500}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

р.б.

- $(a, b, c) \in \mathbb{Z} :$
- 1) $a > b$
 - 2) $a - b \not\equiv 3$
 - 3) $(a - c)(b - c) = p^2$
 - 4) $a + b^2 = 560$

3) $(a - c)(b - c) = p^2$, p - простое, значит разобьём на случаи:

1) $a - c = 1 \Rightarrow b - c > a - c$
 $b - c = p^2 \Rightarrow b > a$ - не подходит

2) $a - c = b - c = p \Rightarrow a = b = t$

из 4) $t^2 + t - 560 = 0$

$D = 1 + 2240 = 2241 =$
 $= 9 \cdot 249 =$
 $= 9 \cdot 3 \cdot 83$

$t = \frac{-1 \pm 3\sqrt{3 \cdot 83}}{2}$ - упр.

- учтем только целые числа, ~~значит~~ не подходит, т.к.

$a, b \in \mathbb{Z}$

3) $a - c = p^2$
 $b - c = 1$

из 2) $a - b \not\equiv 3$

$(a - c) - (b - c) = a - b \not\equiv 3$

$p^2 - 1 \not\equiv 3$

$p^2 \not\equiv 1 \pmod{3}$

$(p - 1)(p + 1) \not\equiv 0 \pmod{3}$
 $\left\{ \begin{array}{l} p - 1 \not\equiv 0 \pmod{3} \\ p + 1 \not\equiv 0 \pmod{3} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p \not\equiv 1 \pmod{3} \\ p \not\equiv 2 \pmod{3} \end{array} \right.$

\Downarrow
 $p \equiv 0 \pmod{3}$

$\left\{ \begin{array}{l} a - c = 9 \\ b - c = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 9 + c \\ b = c + 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} p = 3 \end{array} \right.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{и } 3 \quad 4) \quad a + b^2 = 560$$

$$9 + c + (1+c)^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 2200 = 2209 = 47^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 47}{2} \leftarrow -25 \Rightarrow \begin{aligned} a &= 9 - 25 = -16 \\ b &= -25 + 1 = -24 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 9 + 22 = 31$$

$$b = 1 + 22 = 23$$

Магические тройки

$$(a, b, c) : \begin{pmatrix} 31, 23, 22 \\ -16, -24, -25 \end{pmatrix}$$

$$4) \quad \begin{aligned} a - c &= -1 & a - c > b - c &\rightarrow a > b, \text{ чётко} \\ b - c &= -p^2 \end{aligned}$$

$$\cancel{a} - b = (a - c) + (b - c) = -1 + p^2 \quad \cancel{3}$$

Аналогично нулю

$$3: \quad p = 3$$

$$\begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - 9 \end{cases} \Rightarrow \text{и } 3 \quad 4) \quad a + b^2 = 560$$

$$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$$

$$c^2 - 17c + 80 - 560 = 0$$

$$c^2 - 17c - 480 = 0$$

$$D = 17^2 + 1920 =$$

$$= 289 + 1920 = 2209 = 47^2$$

$$\frac{17 \pm 47}{2} \leftarrow 32$$

$$c = \frac{17 \pm 47}{2} = -15$$

$$c = 32: \quad b = 32 - 9 = 23$$

$$a = 32 - 1 = 31$$

$$c = -15: \quad b = -15 - 9 = -24$$

$$a = -15 - 1 = -16$$

Магические тройки: $(a, b, c):$ $(-16, -24, -15)$

$$(31, 23, 32)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) a - c = b - c = -p \Rightarrow a = b = c$$

Аналогично что пункты №2 t не может быть иррациональным числом из $cb - ba$ №4.

$$6) a - c = -p^2 \quad b - c > a - c$$
$$b - c = -1 \quad b > a, \text{ не может}$$

Ответ: (a, b, c) :

$$(31, 23, 22), (-16, -24, -25)$$

$$(-16, -24, -15), (31, 23, 32)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2} \quad 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$$

$$\begin{aligned} & \geq 0 \\ & x \leq 4 \end{aligned} \quad \begin{aligned} x^2 - x - 12 &= 0 \\ D &= 1 + 48 = 49 \\ x &= \frac{1 \pm 7}{2} = -3 \end{aligned}$$

$$-(x+3)(x-4) \geq 0$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-(x-4)} + 5 = 2 \quad \begin{aligned} & \text{arc} \\ & x_0 = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2 \sqrt{ab}$$

$$\sqrt{a} + 2\sqrt{a+b} = 2\sqrt{b} + 2\sqrt{a} + 1$$

$$a - b + 5 = 2ab \Rightarrow a \cdot b(2a+1) = a+5$$

$$x=4: \sqrt{7} + 5 = 2 \quad b = \frac{a+5}{2a+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{2a+10}{2a+1} \right)$$

$$2\sqrt{3,5} + 5 = 2\sqrt{\frac{49}{4}} = 2 \cdot \frac{7}{2} = 7 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2a+1}$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(\dots) - 2\sqrt{\dots} + 25$$

$$2 \cdot \frac{7}{2} = \sqrt{7} \text{ max } x$$

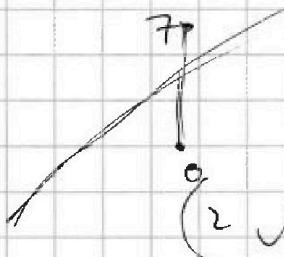
$$|\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5|' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}} = 0$$

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x+3} \geq 0$$

$$4-x = x+3$$

$$x = \frac{1}{2} \quad 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$(2\sqrt{2+x-x^2})' = \frac{-2x+1}{\sqrt{\dots}}$$



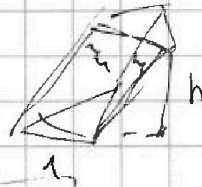


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad a_{13} = a_7 \cdot d^6$$

$$a_{13} = 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot d^6$$

$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot d^2}$$

$$(5-x) \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} = \left(\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \frac{(x+1)^3}{\sqrt{13x-35}} \right)^3$$

$$\frac{(5-x)}{\sqrt{13x-35}} \left(5-x - \frac{(13x-35)(x+1)^3}{13x-35} \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \right) = 0$$

$$x = -1$$

$$5-x - (x+1)^4 \cdot \sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0$$

$$7 \quad 13 \quad 15$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \in \mathbb{R}: a_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a d^6 \quad | \quad 13-7-6 = 0$$

$$a_{13} = 5-x = a d^{12} \quad | \quad = b d^6$$

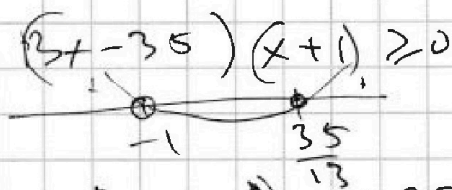
$$a_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)^2} = a d^{14} = b d^8$$

~~52x~~

$$d = \frac{1}{\sqrt{x+1} \sqrt{x+1}} \quad d^6 = \frac{1}{(x+1)^3}$$

$$d^8 = \frac{b d^8}{b} = \sqrt{(x+1)(x+1)^3} = (x+1)^2$$

$$d = x+1 \Rightarrow d^6 = \pm (x+1)\sqrt{x+1}$$



1) \oplus :

$$5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot (x+1)^3$$

$$x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{35}{13}; +\infty\right)$$

$$\frac{35}{13} - 5 = \frac{35-65}{13} = -\frac{30}{13}$$

$$-x \in (-\infty; -\frac{35}{13}] \cup (1; +\infty)$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$5-x \in (-\infty; +\frac{30}{13}] \cup (6; +\infty) \quad \begin{matrix} 5-x \geq 0 \\ x \leq 5 \end{matrix}$$

$$5-x = \sqrt{35-13x}$$

$$x \leq 5$$

~~52x~~

$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$D = 9+40 = 49$$

$$-3 \pm 7$$

$$x = \frac{-5}{2}$$

$$(5-x)^2 = 13x-35$$

$$25-10x+x^2 = 13x-35$$

$$x^2-23x+60=0$$

$$D = 23^2 - 240 = 529 - 240 =$$

$$= 329 - 40 = 289 = 17^2$$

$$x = \frac{23 \pm 17}{2} = 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x-4)(x+3)}$$

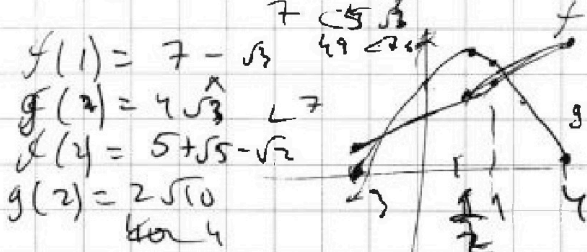
↙ можно возвр.

$(-3; 4)$

$f(x) \in [5 + \sqrt{7}; 5 + \sqrt{7}]$ $f(4) = 5 + \sqrt{7}$

$g(x) \in [0; 7]$ $g(\frac{1}{2}) = 7$

$g(4) = 0$



$f(\frac{1}{2}) = 5$
 $g(\frac{1}{2}) = 7$
 $f(-3) = 5 - \sqrt{7}$

$a + 2,5 = b - 2,5$

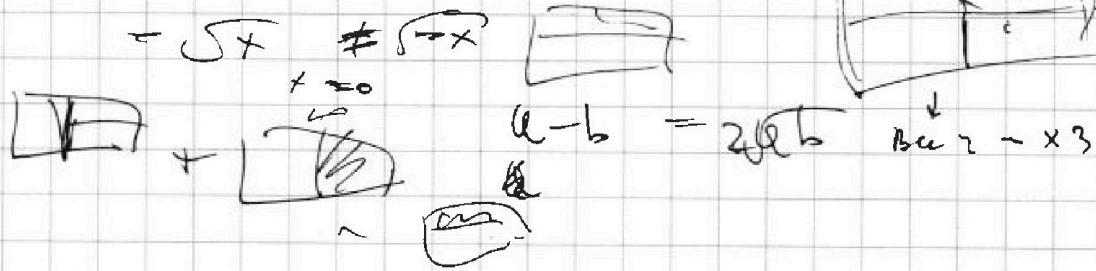
$a - b + 5 = 2ab$ $u + 2,5 = -2at$
 $u = 7 - 2\sqrt{(10)^2} = 2$ $\frac{5 + \sqrt{5}}{25 + 10\sqrt{5} + 5} = \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{10}}{2(a)}$

$u - b + 5 = 2ab$

$ab + b - 2,5 = -ab + a + 2,5 =$
 $m(b) \quad m(a)$
 $uk + k - 2,5 = -ab + a + 2,5$

$k(a+1) - 2,5$ $k = \frac{-ab + a + 5}{a+1}$

$a(-b+1) + 2,5 = - (ab - a - 2,5)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16.
 $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$
 1) $a > b$
 2) $a - b \neq 3$
 3) $(a - c)(b - c) = p^2$
 4) $a + b^2 = 560$

~~1) $a > b$
 2) $a - b \neq 3$
 3) $(a - c)(b - c) = p^2$
 4) $a + b^2 = 560$~~

$$p^2 + p - 560 = 0$$

$$p = 1 + \sqrt{1 + 2240} = 2249$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

1) $a - c = 1$
 $b - c = p^2$

$a > b$
 $a - c > b - c$

2) $a - c = b - c = p$

3) $b - c = 1$
 $b = c + 1$

$a - c = p^2$

$$a - b = (a - c) - (b - c) \neq 3 \Rightarrow p^2 - 1 \neq 3$$

$$9 - 1 \neq 3$$

$$0 - 1 \neq 3$$

~~$p \neq 3$~~

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \sqrt{(x-3)(x+3)}$$

$$f(x) - g(x) + 5 = 2 f(x) \cdot g(x)$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x}$$

$$k - b = ab$$

$$k = a$$

$$b = b$$

$$\sqrt{x+3}(\sqrt{4-x} - 1) = -\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3} + 1)$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$x_0 + \frac{1}{x_0}$$

$$ab + b = ab + a + 5$$

$$x_0' = x_0 - 2(x_0 - 1)$$

$$\sqrt{x+4} = \sqrt{x_0+3} + 5 = 2\sqrt{(x_0+3)(4-x_0)}$$

$$= x_0 + 1$$

$$ab \quad a - b = 2ab \quad \frac{a}{b} - 1 = 2a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{-x} + 5 = 2\sqrt{(-)(-)}$$

$$a + b + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$a^2 + b^2 + a - b + 5 = (a+b)^2 \quad \sqrt{a} \quad \sqrt{b}$$

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (a+b)^2$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{-a+7} + 5 = 2\sqrt{a(-a+7)}$$

$$a - a + 7 = 7$$

$$a \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{b} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\left(\sqrt{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + (a -$$

0,5

0,5

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 12 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\frac{13}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{4} \quad \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{2} \quad 4\right)$$



$$2 - \sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$$

$$2 : \sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10}$$

$$3 : \frac{6}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \quad \sqrt{6} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{-t+7} + 5 = 2\sqrt{t(-t+7)}$$

$$a + 10\sqrt{a} + 25 = 4ab + b + 4\sqrt{ab^2}$$

$$\sqrt{a}(10 - 4b) = 4ab + b - a - 25$$

$$a(10 - 4b)^2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a, b, c) \in \mathbb{R}: a > b$$

$$(a-b) \neq 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P}$$

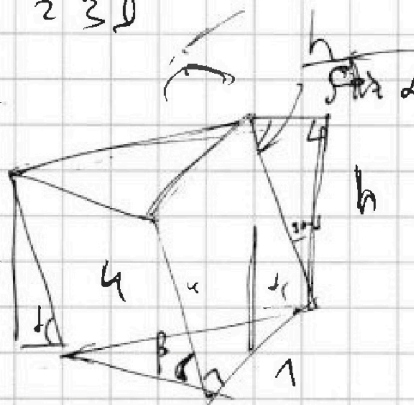
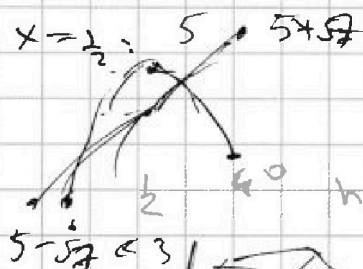
$$a + b^2 = 560$$

$$a > b:$$

$$b \in [1; 23]$$

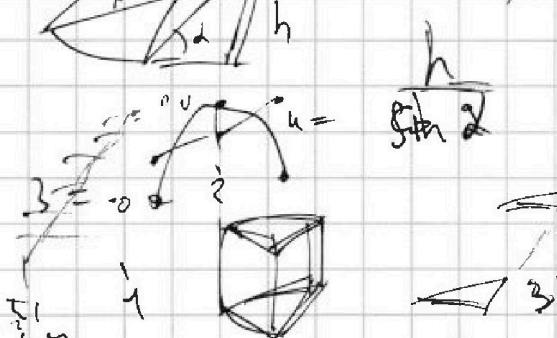
Квадраты
90 560:

121	11
144	12
169	13
196	14
225	15
256	16
289	17
324	18
361	19
400	20
441	21
484	22
529	23
576	24



23
23
169
46
529
24
24
96
48
576

2500
9=4
8=4
7=9



$$S_3 = a \cdot 1 = \frac{h}{\sin \alpha} = 3$$

$$S_4 = a \cdot 1 \cdot \sin \beta = 4 \text{ см}$$

$$h \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

$$3 \sin \alpha \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = 4$$

1
4
16
32
18
2209



$$4t^3 + 6t^3 + 3t - 3 - p \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{4}{3}$$

$$f(t) = p \Rightarrow t = f^{-1}(p)$$

4
9
25

$$\cos 2x = \sin x \cos x + \sin x \cos x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x - \sin x + 2 \sin x \cos^2 x = \sin x (4 \cos^2 x - 1)$$

$$\cos 3x = \cos 1x \cdot \cos 2x - \sin 2x \sin 1x = 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

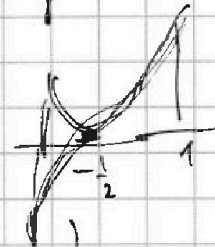
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$f(t) = 4t^3 + 6\cos^2 t + 3\cos t - 3 = y$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$



$$t = 1 : f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$t = -\frac{1}{2} : f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8} + \frac{6}{4} + \frac{3}{2} - 3 =$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3 = -\frac{7}{2}$$

$$t = -1 : f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4 < -\frac{7}{2}$$

$y \in [-4; 10]$ на краях.

$\forall \cos x \in [-1; 1] \exists y \in [-4; 10]$ можно.

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$$\begin{cases} (4+1) + 3(4-z) = \sqrt{169-z^2} \\ x \geq -3 \end{cases}$$

$$169 - z^2 \geq 0$$

$$z^2 \leq 13^2 \rightarrow z \in [-13; 13]$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z}$$

$[0; +\infty)$

$$4 - (x+z) \geq 0 \rightarrow (x+z) \leq 4$$

$$\frac{1}{13+x} \leq 4$$

$u = t^2$

$$-t^2 + z = 0$$

$$t^2 + z^2 = 9$$

\mathbb{R}^+

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$-13+x \leq x+z \leq 13+x \leq 4$$

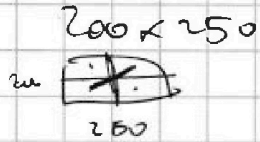


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



гемисфера, сфера

50000
D

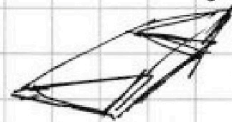
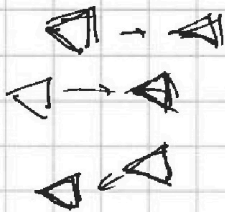
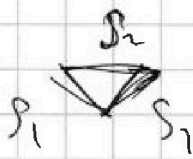
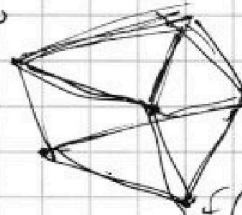


25000

$2C_{25000}^4$

$S_1 > S_2$

$a^2 \leq 2ab + b^2$



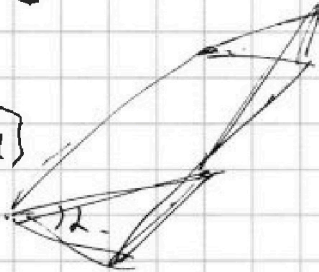
$f(x) = 12 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} =$
 $= 12 + \frac{1}{4} = \frac{49}{4}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 =$
 $= 2\sqrt{2+x-x^2} = \frac{7}{2}$

$a(-b) = 2ab$
 $a - ab = b + ab$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 =$
 $= 2\sqrt{y+x-x^2+2} \quad \frac{a}{b} = \frac{1+a}{1-b}$

$x \in [-3; 4]$



$|y+1+3| |y-12| = \sqrt{69-2^2}$
 $\geq 13 \leq 13$

$69 - 2^2 = 65$
 $2 \rightarrow -13$

$(y+1) + 3 |y-12|$
③

$x+3 = -(x+4-7)$
 $\sqrt{7-x}$

①: $4y - 35 \rightarrow +4y$

②: $-2y + 37 \in [13; 40] \quad y=12, z=0$

③: $-4y + 35$
⑥: 7 14
⑦: 7 7
⑧: 0 7

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{2+x-x^2}$
3: $56 + 9 = 2\sqrt{\quad}$ 2: $5 - 5\sqrt{\quad}$ 4: $5 + 5\sqrt{\quad}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = 3$

$a_7 = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4}$

$x = 2; a_7 = 0,5$

$a_{13} = 2$

$x = -5$

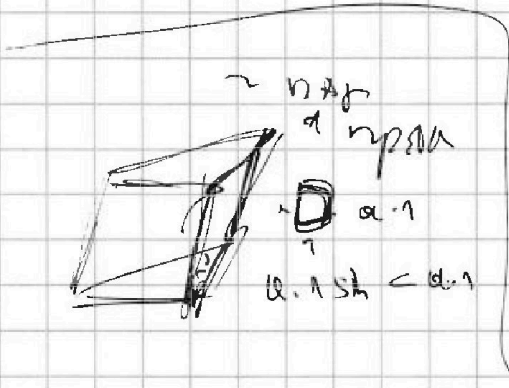
$a_{15} = 4$

$a_7 = \sqrt{\frac{100}{4^3}} = \sqrt{\frac{25}{4^2}} = \frac{5}{4}$

$a_{13} = 10 \quad a_7 ?$

$a_{75} = \sqrt{100 \cdot 4} = 20$
 $= 2 \cdot 10 = 4 \cdot 5 = 20$

$d^6 = 2^3 = 8$



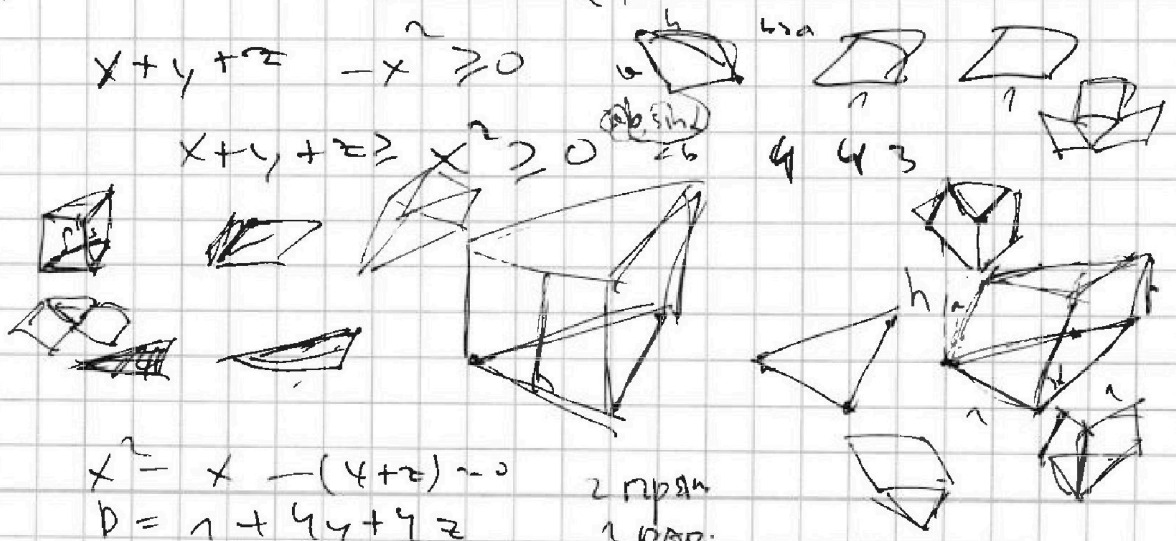
$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-(x+2)} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+2}$
 $|y+1| + 3|y-2| = \sqrt{3^2 - z^2}$

$(\sqrt{x+3} + 5)^2 = (2\sqrt{4+x-x^2+2} + \sqrt{4-x-2})^2$

$x+3+25+10\sqrt{x+3} = 4(4+x-x^2+2) + 4-x-2$

$x+y+z-x^2 \geq 0$

$x+y+z-x^2 \geq 0$



$x^2 - x - (4+z) = 0$
 $D = 1 + 4(4+z)$

2 npr
1 npr