



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Пусть v_1, v_2, v_3, \dots - геом. прогрессия, тогда по условию:
 $v_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$; $v_{12} = 2-x$; $v_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

Обозначим q - знаменатель прогрессии, тогда т.к. $v_{12} = v_{10} \cdot q^2$,
 а $v_{18} = v_{10} \cdot q^8$, то имеем сис-му:

$$\begin{cases} \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x & (1) \\ \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} & (2) \end{cases}$$

Заметим, что ни один член прогрессии не равен нулю т.е. $25x+34 \neq 0$; $2-x \neq 0$; $3x+2 \neq 0$,

тогда преобразуем (2): возведем обе части в квадрат, но при получении корней проверим, чтобы все подкоренные выражения были больше либо равны нулю:

$$(25x+34)(3x+2) \cdot q^{16} = \frac{25x+34}{(3x+2)^3} \quad | : 25x+34 \text{ (т.к. } \neq 0)$$

$$(3x+2) \cdot q^{16} = \frac{1}{(3x+2)^3} \quad \text{т.к. } 3x+2 \neq 0 \Rightarrow q^{16} = \frac{1}{(3x+2)^4} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} > 0$$

подставим q^2 в (1): $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2 = 2-x \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{|3x+2|}} = 2-x \Rightarrow \text{остаётся}$$

рассмотреть 2 случая:

1) $3x+2 > 0$, то

$$\sqrt{25x+34} = 2-x$$

т.е. $25x+34 = (2-x)^2$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$(x-30)(x+1) = 0$$

проверив корни на допустимость, имеем, что

$x=30$ - не подходит, а

при $x=-1$ все условия

подходят ($q = -1$).

т.е. таких значений x три.

2) $3x+2 < 0$, то

$$\sqrt{-25x-34} = 2-x$$

$$-25x-34 = (2-x)^2$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$(x+19)(x+2) = 0$$

$$x = -19; x = -2$$

проверив корни на допустимость,

имеем, что $x=-2$ - подходит ($q^2 = \frac{1}{2}$),

$x=-19$ - тоже подходит ($q^2 = \frac{1}{15}$).

Ответ: $-1; -19; -2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z^2}$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

Рассмотрим ОДЗ:
т.к. $400 - z^2 \geq 0 \Rightarrow z \in [-20; 20]$

$$x+6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6$$

$$3-x-2z \geq 0 \Rightarrow x+2z \leq 3$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 \geq 0$$

Преобразуем выражение, используя триг. формулы:

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x; \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1, \quad \text{тогда получим:}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 12 \cos^2 x - 6 + 3(p+4) \cos x + 10 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 \geq 0 \Rightarrow p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 \geq 0,$$

$$\text{т.е. } (p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 \geq 0 \Rightarrow (p-1) \cos^3 x = -(\cos x + 1)^3 \Rightarrow$$

\Rightarrow при возведении обеих сторон в кубический корень, мы не теряем никаких корней, т.е.:

$$\sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x = -\cos x - 1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \quad (\text{г.к. } \sqrt[3]{p-1} + 1 \neq 0)$$

Рассмотрим функцию: $-\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$, г.к. она равна $\cos x$, то её значения она должна быть в промежутке от $[-1; 1]$ рассмотрим зависимость этой ф-ии от p .

$$1) \text{ при } p \geq 1: \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq 1 \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \in \left(-\frac{1}{2}, 0 \right) \text{ г.к.}$$

все значения $p \geq 1$ - подходят.

$$2) \text{ при } p < 1: \sqrt[3]{p-1} + 1 < 1$$

Рассмотрим ф-ию $f(p) = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$, г.к. значения

$f(p)$ должны быть в промежутке $[-1; 1]$, то

$$\sqrt[3]{p-1} + 1 \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty) \Rightarrow \text{продолж. на след. стр.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{тогда } \begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{p-1} + 1 \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \geq 1 \\ \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases} \Rightarrow$$

т.е. исходное уравнение имеет решения ~~только~~
(хотя бы одно) только при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$,
при этом $\cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \Rightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$;

$$x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

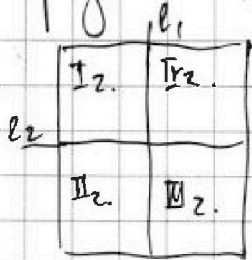
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5. Если выполняется симметрия, то мы должны покрасить 4 клетки, а 4 другие будут соответствовать им:

1) Если выполняется симметрия относительно ^{любой из} средних линий, то таких способов будет:



т.е. симметрия $I_2 + \bar{IV}_2$; $I_2 + \bar{II}_2$;
отн II_2 и IV_2 ; отн I_2 и III_2 .

~~т.е. симметрия $I_2 + \bar{III}_2$; $I_2 + \bar{IV}_2$;~~

из $\frac{500}{2} - \frac{120}{2} = 250 - 60 = 190$ клеток мы

должны выбрать 4 в каждой ^{из вышеуказанных} ~~вертикальных~~ ^{вертикальных} половинах, т.е.

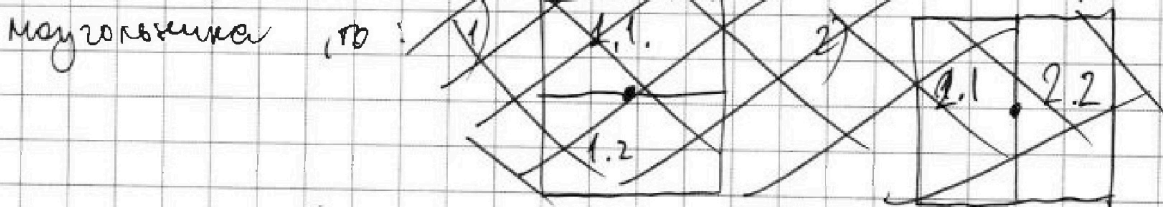
таких способов будет $2 \cdot C_{190}^4$, т.к. относит.

верт. сред. линии l_1 будет однозначное взаимное соответствие между 4 клетками I_2 и \bar{IV}_2 .

Аналогично $I_2 - \bar{II}_2$, $\bar{III}_2 - \bar{IV}_2$, $IV_2 - \bar{III}_2$, т.е.

кол-во симметрий относительно сред. линий: $2 \cdot C_{30000}^4$

2) Если выполняется симметрия отн. центра квадрата



Если мы выберем 1 клетку из одной половины, то ей будет соответствовать 1 из другой половины, таких способов: $C_{250-120}^4 = C_{130}^4$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

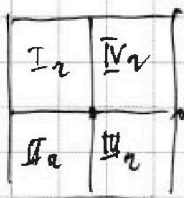


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) Рассмотрим их совпадения, т.е. если мы



выберем 1 точку в I_2 , то нужно

будет ставить точку в II , III и IV кв.

закрасить

т.е. нужно ~~красить~~ в одной из четвертей

2 клетки, а все остальные будут однозначно соответствовать этим двум: таких способов будет

$$C_{15000}^2$$

т.к. их совпадения встречаются и в первом

случае и во втором ^{3 раза}, то кол-во случаев

без повторов: $2 C_{30000}^4 + C_{30000}^4 - 2 C_{15000}^2$,

где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ - количество сочетаний выбора

k элементов из n в любом порядке.

$$\text{Ответ: } 3 C_{30000}^4 - 2 C_{15000}^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6. $(a, b, c) - ?$

$a < b$; $b - a \neq 3$; $(a - c)(b - c) = p^2$ где p - простое число,
 $a^2 + b = 1000$.

$p = 1, p$, тогда тк. $(a - c)(b - c) = p^2$, то ~~то~~:

1) $a - c = b - c = p$, однако $b > a$, такой слуг. не подходит

2) $a - c = 1$; $b - c = p^2$

3) $a - c = p^2$; $b - c = 1$, но не подходит, тк.

$b - c > a - c$ (из $b > a$), но если слуг. верен, то $1 > p^2$; этот слуг. отпадает.

Т.е. ед. слуг.: $b - c = p^2$



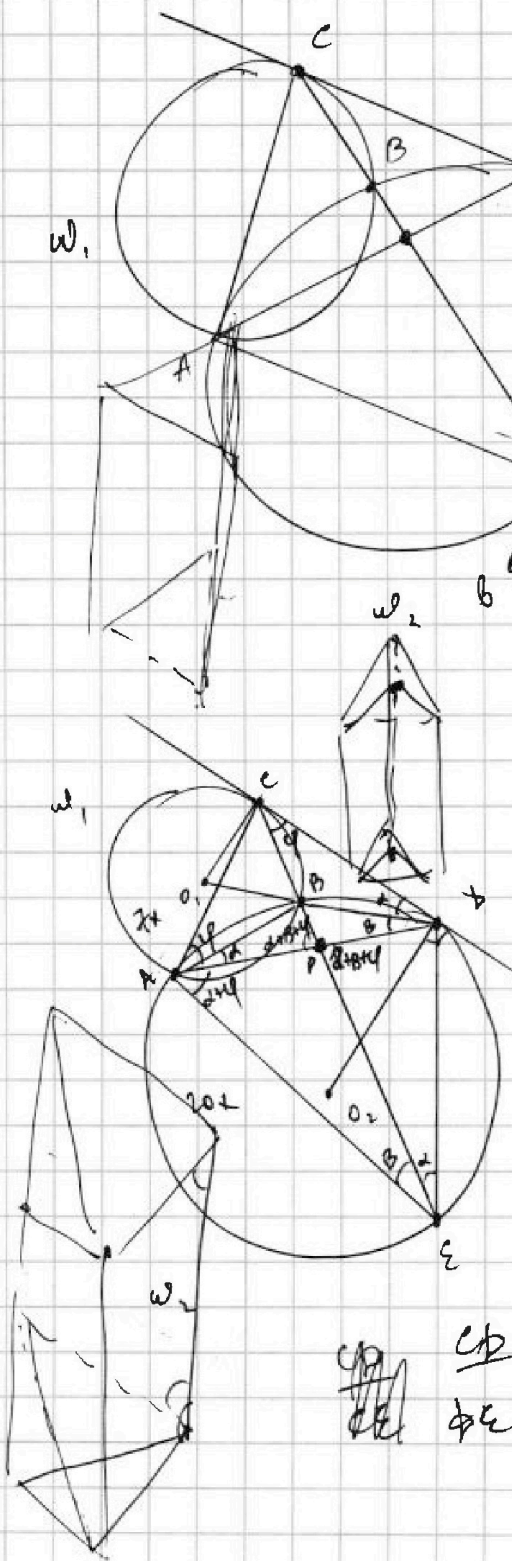
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

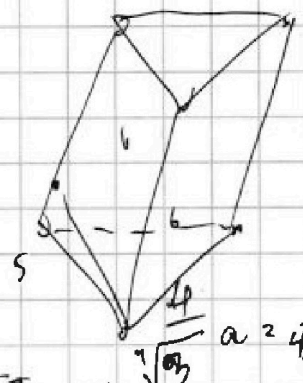
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.



Сторона = 4



$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$2 \cdot 6 \cdot \cos \alpha = 5$$

$$a^2 = \frac{16}{3} \quad \cos \gamma = \frac{5}{12}$$

$$\frac{EP}{CP} = \frac{5}{5}$$

тогда $ab \sin \alpha = ab \sin \beta$

$$2\alpha + \beta = 2\gamma$$

$$\angle ACE = 90^\circ - 2\alpha - \beta - 2\gamma$$

$$180^\circ - 2\alpha - \beta - 2\gamma + \gamma + \alpha + \beta = 180^\circ - \alpha = 2\alpha + \beta$$

$$\frac{CP}{PE} = \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AE} \quad \text{ч.с.т.}$$

$$AP^2 = 190x^2 \quad AP = 2\sqrt{35-x}$$



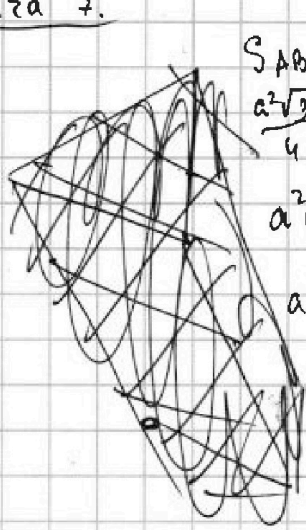
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

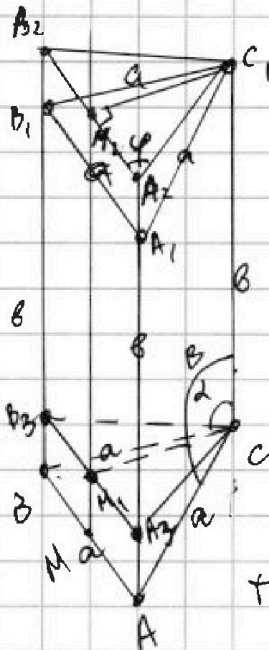
Задача 7.



$$S_{ABC} = 4 \Rightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4, \text{ т.е. } a^2\sqrt{3} = 16$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = ?$$



без ограничения общ.:
 $S_{ABC} = 4$;
 $S_{AA_1C_1C} = S_{BB_1C_1C} = 2b$;
 $S_{AB_1A_1} = 5$.

Пусть $\angle BCC_1 = \alpha$,
 $\angle C_1CA = \beta$,

тогда т.к. $S_{парал} =$

$= ab \sin(a \wedge b)$, то $ab \sin \alpha = ab \sin \beta \Rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$,
 то есть $\alpha = \beta$ или $\alpha = 180^\circ - \beta$, но в обоих случаях

будет один и тот же объем за счет отсечения ^у ~~прибавления~~
 Вот исходной пирамиды равных частей (с равным

объемом). Тогда мы можем рассмотреть случай с ^(т.к. тогда $CC_1 \perp AB$)
 $\alpha = \beta$, тогда $AA_1B_1A_1$ - прямоугольник. Обозначим

$AB = a$; $AA_1 = b$, тогда стор., как обозначено на

рисунке. из точки C_1 проведем перпендикуляр на
 плоскость (AA_1B_1) т.е. как на рисе, $A_2B_2 \parallel AA_1B_1$ и

M_2 - середина A_2B_2 , т.к. $C_1M_2 \perp A_2B_2$ в $\text{пл. } \Delta A_2B_2C_1$,
 $(B_2C_1 = A_2C_1, \text{ как катеты в равных } \Delta AA_1C_1 \text{ и } \Delta AA_2B_2C_1)$,
 тогда если $\angle C_1A_2M_2 = \varphi$, то это ^{линейный} угол двугранного угла



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

мешу плоскостей (ABV_1) и (AA_1C_1) . Тогда $r_k \cdot M_2$ - проекция точки C_1 на ABV_1 , а M_1 - проекция C_1 на ABV_1 (при этом M, M_1, M_2 - лежат на одной прямой, где M - середина AB из соображений п/б. треугольников), тогда $S_{ABV_1A_1} = 2 \cdot S_{AA_1C_1} \cdot \cos \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{5}{12}$.

Заметим, что $V_{ABCA_1C_1} = V_{A_2B_2C_1A_2V_2}$, т.к. $V_{C_1A_1B_1V_2A_2} =$
 $= V_{C_1A_2B_2V_2A_2}$, тогда найдем $V_{A_2B_2C_1A_2V_2}$.

~~т.к. $\cos \varphi = \frac{5}{12}$, то~~ т.к. $\cos \varphi = \frac{5}{12}$, то

$A_2C_1 = \frac{a}{2 \cos \varphi} \Rightarrow A_2C_1 = \frac{a}{\frac{5}{6}} = \frac{6a}{5}$, тогда по т. Пиф.

в $\Delta A_2M_2C_1$:
 $M_2C_1 = \sqrt{\frac{36a^2}{25} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{144a^2 - 25a^2}{100}} = \frac{a\sqrt{119}}{10}$, т.е.

$$S_{A_2B_2C_1} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{119}}{10} = \frac{a^2\sqrt{119}}{20}$$

т.е. т.к. $S_{ABV_1A_1} = 5 = ab$, то $b = \frac{5}{a}$, т.е.

$$V_{A_2B_2C_1A_2V_2} = \frac{a^2\sqrt{119}}{20} \cdot \frac{5}{a} = \frac{a\sqrt{119}}{4} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{119}}{4}$$

$= \frac{\sqrt{119}}{\sqrt{3}}$ Комментарий: в данной задаче ~~не~~ исследуется конфигурацию, в которой легче всего считать, поэтому был выбран именно прямоугольный в виде ABV_1A_1 , т.к. нам выгодно, что $a > b$, но ответ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Будет одинаковым за счет отсечения и грабов-
ления равных соответствующих частей.

~~ABD, A, будет одинаковым при d=3
или AC, A, вокруг осей d, мы не~~

Ответ: $\frac{\sqrt{119}}{\sqrt[4]{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad b_6 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = 2-x = b_9^2$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b_9^8$$

$$25x - 475 + 34 \cdot 2 \quad x \neq 2$$

$$x \neq -\frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^8$$

$$2-x = 2-441$$

$$21\sqrt{55} \quad x \neq -\frac{34}{25}$$

$$\frac{\sqrt{25x+34}}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \sqrt{25x+34} \cdot q^8$$

$$\begin{array}{r} x \cdot 25 \\ \underline{19} \\ 225 \\ +25 \\ \hline 475 \end{array} \quad \begin{array}{r} 475 \\ -475 \\ \hline 475 \cdot 55 \end{array}$$

$$q^8 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} \Rightarrow q^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad q^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$\text{т.е.} \quad \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{3x+2}} = 2-x$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \sqrt{55}^3 \cdot 19 \\ -441 \\ \hline 553 \end{array} \quad \begin{array}{r} -52+2 = -55 \\ 25 \cdot 19 \cdot 5 \cdot 11 = \end{array}$$

$$\text{т.е.} \quad \sqrt{25x+34} = 2-x$$

$$\sqrt{-25x-34} = 2-x \quad 5\sqrt{19 \cdot 5 \cdot 11}$$

$$25x+34 = 4-4x+x^2$$

$$-25x-34 = 4-4x+x^2$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$x^2 + 29x + 38 = 0$$

$$(x+1)(x-30) = 0$$

$$q^2 = \frac{1}{\sqrt{55}}$$

$$(x+19)(x+2) = 0$$

$$x = -1 \quad \vee \quad x = 30$$

$$x = -19; \quad x = -2$$

$$\text{т.е.} \quad b_{12} = 5\sqrt{19}$$

$$\text{т.е.} \quad 21 \cdot \frac{1}{\sqrt{55}^3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

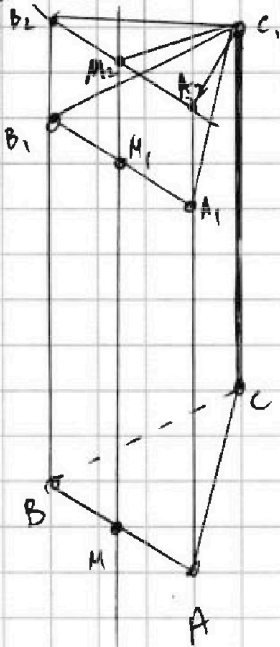


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7.



Без ограничения общности, скажем, что $S_{ABC} = 4$; $S_{ACC_1A_1} = 6 = S_{ACC_1B_1}$, $S_{ABB_1A_1} = 5$. Построим из C_1 перпендикуляр к плоскости $(A_1B_1B_1)$: $C_1M_2 \perp I(A_1B_1B_1)$, тогда проведем через M_2 прямую $A_2B_2 \parallel A_1B_1$, это $A_2B_2 \perp MM_2$, где M - середина AB (M_1 - середина AB_1), M, M_1, M_2 - лежат на одной прямой т.к.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + z = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}$$

$$|y+z| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

$$3-x-2z \geq 0 \quad x+2z \leq 3 \quad z \in [-20; 20]$$

$$x \geq -6$$

$$y-3x-x^2+z \geq 0$$

$$y+z \geq x^2+3x \quad \frac{\frac{9}{2}}{\frac{5}{12}} = \frac{69}{5}$$

$$x \geq 3-2z$$

$$x+y+z \geq x^2+3x+3-2z$$

$$\sqrt{400-z^2} \in [0; 20]$$

$$x \geq -6 \quad (p-1) \cos^3 x = -(\cos x + 1)^3$$

$$2|y-18| \in [0; +\infty)$$

$$x \geq 3-2z \quad \sqrt[p-1]{\cos x} = -\cos x - 1$$

$$2x \geq -3-2z \quad p \cos x + 3 + \frac{3}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 0$$

$$x+z \geq -\frac{3}{2}$$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+1) \cos x + 10 \geq 0 \quad 2z+2x \geq -3$$

$$\cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin x \sin 2x \quad (\sqrt[p-1]{\cos y + \cos x + 1})$$

$$(2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= \cos x (2 \cos^2 x - 1 - 2 \sin^2 x) =$$

$$= \cos x (2 \cos^2 x - 1 - 2(\sin^2 x + \cos^2 x) + 2 \cos^2 x) =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 12 \cos x \quad (p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 12 \cos^2 x - 6 + 3(p+1) \cos x + 10 \geq 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 \geq 0 \quad p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 \geq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x = -\cos x - 1$$

$$\cos x \cdot \sqrt[3]{p-1} + \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x (\sqrt[3]{p-1} + 1) + 1 = 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} + 1 = -\frac{1}{\cos x} = y$$

$$\sqrt[3]{p-1} = \frac{-1 - \cos x}{\cos x}$$

$$100 - z^2 = k^2$$

$$\sqrt[3]{p-1} = p^2$$

169

196

225

189

256

250

$$\cos x (\sqrt[3]{p-1} + 1) + 1 = 0$$

или $p > 1$ \Rightarrow $\cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$

$a < b$

$$999 - 2 \cdot 1 + 999 = 1000$$

$$b - a \neq 3$$

$$c = -2$$

$$-1 + 2$$

$$0,5 - 1$$

$$\frac{0-1}{-0,5} = 2 \sqrt{-1-1}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b^2 = 1000$$

$$b > a > c$$

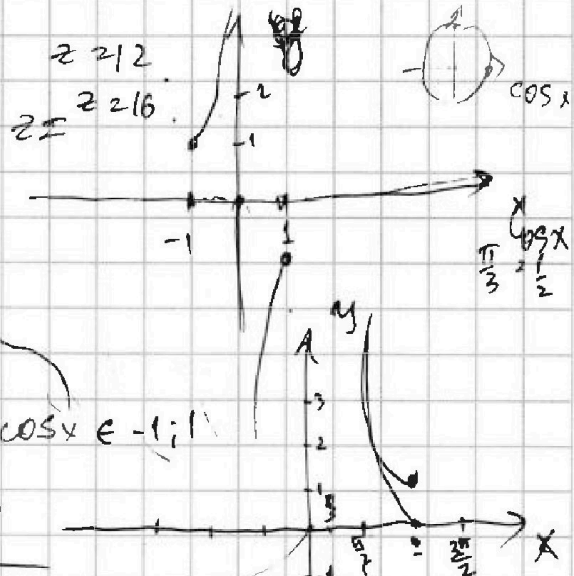
либо

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

т.е. $(a-c)(b-c)$

$$c > b > a$$

$$a = c$$



$b - c = 4$
т.е. 15000
 $b > a$
 $b - c > c > a$
 $p^2 > 1$

$\boxed{p \geq 1}$
то \sqrt{p}
 $p < 1$