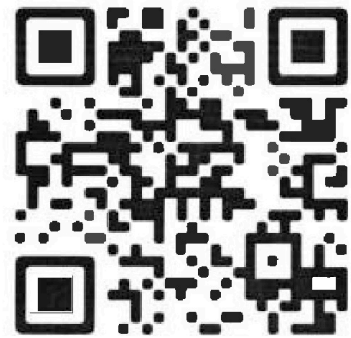




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1.

5. О. Р. 3.
$$\begin{cases} (15x+6)(x-3) \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(x + \frac{2}{5}\right)(x-3) \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$$

Значит, $x \in \mathbb{R} \setminus \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right] \cup (3; \infty)$

и ищется только одна точка в 0 при $x = -\frac{2}{5}$, но данная точка не обращается в 0 при $x = -\frac{2}{5}$. Значит, $x \neq -\frac{2}{5}$ и прогр. не стационарна, $q_0 \neq 0; b_1 \neq 0$

Тем. прогр. задается первым членом b_1 и знаменателем q .

2.
$$\begin{cases} b_1 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} & (2) \\ b_1 \cdot q^9 = x+4 & (3) \\ b_1 \cdot q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} & (1) \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{Разделим (1) на (2)} \\ \text{с учетом } x \in (-\infty; -\frac{2}{5}) \cup (3; \infty): \end{array} \right\}$$

$$\frac{b_1 \cdot q^{11}}{b_1 \cdot q^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}} ; \quad b_1 \cdot q^8 = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$q^2 = \sqrt[4]{(x-3)^2}$$

Разделим (1) на (3):
$$\frac{b_1 \cdot q^{11}}{b_1 \cdot q^9} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$x \neq -4$, т.к. прогр. не стационарна, что мы доказали в первом пункте и $x > -4$,



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. положит. число может получиться только при
делении на ~~положит.~~ положительное на положительное.

Читывая $x > -4$ возведём обе части в квадрат, тогда.

$$\text{было } q^2 = \sqrt[4]{(x-3)^2}$$

$$\sqrt[4]{(x-3)^2} = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} \quad \therefore \text{Если } x > 3:$$

$$x-3 = \frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2}; \quad x^2 + 8x + 16 = 15x + 6$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0; \quad (x-5)(x-2) = 0. \quad x=2 \text{ не подходит, т.к.}$$

$x > 3$. Проверим $x=5$. $x=5$ подходит. О. П. 3.

$$\text{Тогда } q^2 = \sqrt[4]{(x-3)^2} = \sqrt[4]{4} = \pm \sqrt{2}; \quad q = \pm \sqrt{2}.$$

$$b_1 = \frac{x+4}{q^9} = \frac{9}{(\pm\sqrt{2})^9}. \quad \text{Тогда если } q = \sqrt{2}; \quad b_1 = \frac{9}{(\sqrt{2})^9}$$

$$\text{Если } q = -\sqrt{2}; \quad b_1 = \frac{9}{(-\sqrt{2})^9}.$$

Тогда крат. сум. тогда $x=5$.

Вернёмся к (4), если $x < 3$, то

$$-1 = \frac{15x+6}{(x+4)^2}; \quad x^2 + 8x + 16 = -15x - 6; \quad x^2 + 23x + 22 = 0$$

$$(x+22)(x+1) = 0. \quad \text{Эти не подходят, т.к. не О. П. 3}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -22 \end{cases} \quad \text{Если } x = -1, \quad q^2 = \sqrt[4]{16}; \quad q = \pm 2.$$

$$\text{Аналогично } b_1 = \frac{\pm 2 + 4}{(\pm 2)^9}, \quad \text{такие крат. сум. значения}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -1.$$

Если $x = -22$, то $-22 < -4$, что не соотв. нашему
уч. для уравнения. Значит, $x \neq -22$

Таким образом, $x = -1; 5$

Ответ: $\{-1; 5\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.0.8.3; $(15x+6)(x-3) \geq 0$
 $x-3 \neq 0$
 $x > 3$

и 12 члены обращаются в 0 при $x = -\frac{2}{5}$, но
 десятой член при этом значении в ноль не обращается,
 т.к. $-\frac{2}{5} + 4 \neq 0$. Значит $x > 3$ и производная не
 стационарна, $a \neq 0$ и $b_1 \neq 0$

2. Тем. упр. задание первым членом b_1 и в знаменателе q

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} & (2.) \\ b_1 \cdot q^9 = x+4 & (3.) \end{cases}$$

Далее все генерация сверху
 имеет при $x > 3$

Разделим (1.) на (2.):

$$\frac{b_1 \cdot q^{11}}{b_1 \cdot q^3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^3}}{15x+6} ; q^8 = \sqrt{(x-3)^4} ;$$

$$q^8 = (x-3)^2 . \text{ Тогда } q = \pm \sqrt[4]{(x-3)} .$$

3. Если $q = \pm \sqrt[4]{x-3}$, разделим (1.) на (3.)

$$\frac{b_1 \cdot q^{11}}{b_1 \cdot q^9} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} ; q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} . \text{ Подставим } q .$$

$$\sqrt{x-3} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} . \text{ Т.к. } x > -\frac{2}{5} , \text{ имеем}$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} & (1.) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} & (2.) \end{cases}$$

Рассм. правую часть (2.). Макс. знач. $\sqrt{225-z^2}$ достигается при $z=0$, т.к. $z^2 \geq 0$ и $225-z^2$ уменьш. с увеличением z по модулю! Макс. знач. равно $\sqrt{225} = 15$.

Рассм. левую часть. Введем функцию: $f(y) = |y-20| + 2|y-35|$

При $y \leq 20$: $f(y) = -y+20 - 2y+70$; $f(y) = -3y+90$

$f(y) = -3y+90$. Значит, при $y \leq 20$. $f(y)$ — прямая

с отрицательными коэф. при x , значит, $f(y)$ убывает на $(-\infty; 20]$. Аналогично, если $20 < y \leq 35$, то

$f(y) = -20+y - 2y+70$; $f(y) = -y+50$. Аналогично она

убывает и мин. знач. достигает при $y=35$. Тогда

$f(35) = 15$, т.к. на $(-\infty; 35]$ функция убывает.

При $y > 35$ имеем $f(y) = 3y-55$. Значит, $f(y)$

будет возрастать на $(35; \infty)$, значит, мин. знач. ф.

дост. т.к. тогда это прямая с положит. коэф. при x .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Погда мин. значение $f(y)$ принимает в мин. значении на $(-\infty; 35]$, т.е. мин. знач. $f(35) = 15$, что было доказано ранее.
 Поменяв порядок в 2-ой ур. системы, получаем, что мин. знач. левой части равно макс. знач. ^{правого} ~~выражения~~. Значит, они равны соответственно своим мин. и макс. значениям $y = 35; z = 0$. Это возможно только при $y = 35$ и $z = 0$, что было доказано ранее.

1. Вернёмся к первому ур.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2} + z. \text{ Подставим } y=35; z=0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{36 - (x+1)^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(36-x-1)(36+x+1)}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(5-x)(x+4)}$$

Заметим, что $(x+4) + (5-x) = 12$. Возьмем 12

из обеих частей

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x} - 6 = 2\sqrt{(5-x)(x+4)} - (5-x) - (x+4)$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x} - 6 = -(\sqrt{5-x} - \sqrt{x+4})^2$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 - 2\sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} = 0$$

Реш. Сделаем замену $t = \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$

$$t + 6 - t^2 = 0; \quad t^2 - t - 6 = 0; \quad (t-3)(t+2) = 0$$

$t = 3$ (1.)
 $t = -2$ (2.)

Реш. Замена: 1. Если $t = 3$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 3$$

$\sqrt{x+7} = 3 + \sqrt{5-x}$ Возведем в квадрат, учитывая О.Д.З.:
 $-7 \leq x \leq 5$

$$x+7 = 9 + 5-x + 6\sqrt{5-x}$$

$2x - 2 = 6\sqrt{5-x}$ Возведем в квадрат, учитывая $x \geq \frac{1}{2}$.

$$4x^2 + 4 - 4x = 36 - 5 - 36x$$

$$4x^2 + 32x - 149 = 0$$

~~$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} - 6 + 2\sqrt{(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2} = 0$$~~

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} - 6 + (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = 0$$

О.Д.З. $\left\{ \begin{array}{l} x+7 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow -7 \leq x \leq 5$

Сделаем замену $t = \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$.

$$t - 6 + t^2 = 0; \quad t^2 - 6t + 6 = 0; \quad t^2 + t - 6 = 0; \quad (t-2)(t+3) = 0$$

$t = 2$ (1.)
 $t = -3$ (2.)

1. Если $t = 2$, $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Потому } (\sqrt{x+4})^2 = (2 + \sqrt{5-x})^2$$

$$x+4 = 4 + 5-x + 4\sqrt{5-x}$$

$$2x-2 = 4\sqrt{5-x}; \text{ возведем в квадрат при } x \geq 1$$

$$(x-1)^2 = (2\sqrt{5-x})^2; \quad x^2 - 2x + 1 = 20 - 4x$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0; \quad D = 4 + 19 \cdot 4 = 4 \cdot 20; \quad \sqrt{D} = 4\sqrt{5}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 4\sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{-2 - 4\sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 \geq 5, \text{ т.к. } 1 + 2\sqrt{5} > 1 + 2\sqrt{4} = 5. \text{ Значит, } x_2 \text{ не подходит.}$$

$$x_1 < x_2, \text{ значит } x_1 \leq 5 \text{ и } x_1 \geq 1, \text{ т.к.}$$

$$2\sqrt{5} - 1 \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{5} \geq 1.$$

$$\text{Значит, } x = 2\sqrt{5} - 1.$$

2. Если $t = -3$.

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{5-x} = -3; \quad \sqrt{x+4} = \sqrt{5-x} - 3. \text{ Потому}$$

$$\sqrt{5-x} - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4.$$

$$x+4 = 5-x + 9 - 6\sqrt{5-x}$$

возведем в кв., учитывая

$$(6\sqrt{5-x})^2 = (7-2x)^2; \quad 7-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3,5$$

$$36 \cdot 5 - 36x = 49 + 4x^2 - 28x$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$D = 64 + 16 \cdot 131 = 16 \cdot (4 + 131) = 16 \cdot 135 = 16 \cdot 9 \cdot 15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta D = 12\sqrt{15}$$

$$x_1 = \frac{-8 + 12\sqrt{15}}{8}; \quad x_2 = \frac{-8 - 12\sqrt{15}}{8}$$

$$x_1 \approx 3,5, \text{ м.к. } 1,5\sqrt{15} - 1 > 1,5\sqrt{9} - 1 = 4,5 - 1 = 3,5$$

Значит, x_1 не подходит

$$x_2 < x_1, \text{ значит } x_2 \leq 3,5. \text{ и } x_2 \geq -7, \text{ м.к.}$$

$$-1 - 1,5\sqrt{15} \geq -1 - 1,5\sqrt{16} = -7$$

$$\text{Итаким образом, } x = -1,5\sqrt{15} - 1.$$

$$\text{Итого ответами будут: } (-1,5\sqrt{15} - 1; 35; 0) \text{ и } (2\sqrt{5} - 1; 35; 0)$$

$$\text{Ответ: } (-1,5\sqrt{15} - 1; 35; 0); (2\sqrt{5} - 1; 35; 0).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
9 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

~~$$\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = p$$~~

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

Сделаем замену $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$ и где t возрастает, т.е. решим $\cos x$ на $[\pi; 2\pi]$

Введем функцию $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$

$$f'(t) = 4 \cdot 3t^2 - 2 \cdot 6t + 3 = 12t^2 - 12t + 3 = 12(t - 0,5)^2 \geq 0.$$

$f'(t) \geq 0$ на всей О.Ф.З. Значит, $f(t)$ - монотонно возрастающая. Значит, м.к. $\cos x \in [-1; 1]$, то

$f_{\min}(t)$ принимает мин. знач. при $t = -1$, $f(-1) = -10$, и макс. знач. соответственно при $t = 1$; $f(1) = 4$.

$f(t)$ - непрерывная, т.к. $\cos x$ - непрерывна, значит,

$f(t) \in [-10; 4]$. Тогда $(4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3) \in [-10; 4]$, значит, $p \in [-10; 4]$.

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p \quad | : 2$$

$$2 \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 1,5 \cos x + 1,5 = p$$

$$(2 \cos x)^3 - 3 \cdot 4 \cos^2 x + 3 \cdot 2 \cos x - 1 = p - 1,5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
10 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2\cos x - 1)^3 = p - 7;$$

$$2\cos x = 1 + \sqrt[3]{p-7}; \quad \cos x = \frac{1 + \sqrt[3]{p-7}}{2}.$$

П.к. при любом $p \in [-10; 4]$ мы имеем

решение, что было доказано ранее, что

$$x = \arccos\left(\frac{1 + \sqrt[3]{p-7}}{2}\right) + 2\pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\arccos\left(\frac{1 + \sqrt[3]{p-7}}{2}\right) + 2\pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: 1. $p \in [-10; 4]$

$$2. x = \pm \arccos\left(\frac{1 + \sqrt[3]{p-7}}{2}\right) + 2\pi m; \quad m \in \mathbb{Z} \text{ при}$$

$$p \in [-10; 4]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
12 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4. Аналогично с пунктом 2, $\angle DAE = \angle EDM$ обозначим точкой M точку пересечения прямой CD на продолжении за D , т.к. $\angle DAE$ равен половине дуги DE , на которую опирается, а $\angle EDM$ также равен половине дуги DE , т.к. $\angle EDM$ — угол между касат. EDM и хордой ED , стягивающей дугу DE . $\angle DAE = \angle EDM = \varphi$.

5. $\angle CDE = 180^\circ - \varphi$, т.к. $\angle CDE$ смежен с $\angle \varphi$.

В $\triangle CDE$, $\angle CDE = 180^\circ - d - \beta$. Приравняем $\angle CDE$ из обоих выражений, получаем: $180^\circ - \varphi = 180^\circ - d - \beta$, значит $d + \beta = \varphi$, и значит, AO — бисс. $\triangle CAE$, т.к. $\angle CAO = \angle OAE$, т.к. $\angle CAO = \angle CAB + \angle BAO = d + \beta = \varphi$, а $\angle OAE = \varphi$ тоже. По св-ву бисс., $\frac{CO}{OE} = \frac{CA}{AE}$.
Значит, $\frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}$.

6. $\angle AED$ — впис в окр. ω_2 и равен половине дуги на которую опирается, т.е. $\angle AED = \frac{1}{2} \sphericalangle AD$. А так $\angle ADC$ равен $\frac{1}{2} \sphericalangle AD$, так как угол между касат. и хордой, которую стягивает дуга. Значит, $\angle AED = \angle ADC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

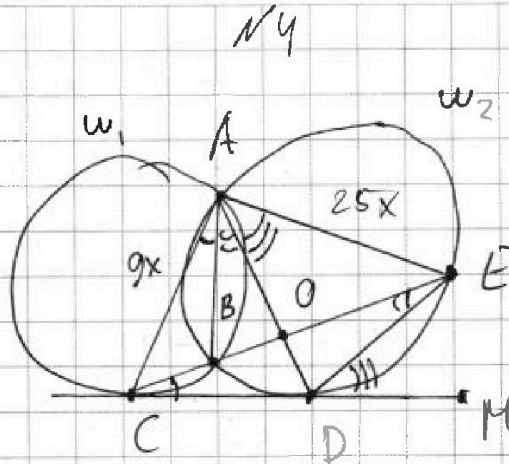
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
11 ИЗ 11

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

1. Проведем AB ,
 DE , AC и EA



2. Угол между касательной CP и хордой CA равен половине дуги, на которую опирается хорда. Тогда $\angle BCD = \frac{1}{2} \nu CB$. При этом $\angle BAC$ опирается на ту же хорду и равен тоже $\frac{1}{2} \nu CB$, т.к. вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается. $\angle BCD = \angle BAC = \frac{1}{2} \nu CB = \alpha$ (радиан. меньшая дуга CB)

~~3. Аналогично угол $\angle CDA$ между кас. CD и хордой AD равен половине дуги AD , и угол $\angle DAB$ равен половине дуги~~

3. ~~$\angle BED$~~ $\angle BED = \angle BAD$, т.к. это впис. угол в отр. ω_2 , опирающийся на ту же дугу BD и лежащий по одну сторону от нее. $\angle BED = \angle BAD = \beta$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
13 из __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\triangle CAD \sim \triangle EAD$ по 2-м углам:
($\angle AED = \angle ADC$; $\angle CAD = \angle DAE = \varphi$). Составим

Отношения из подобия для соответств. сторон:

$$\frac{CA}{AD} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE}. \quad \text{П.к. } \frac{CA}{AE} = \frac{9}{25}, \text{ обозначим } \begin{matrix} CA = 9x \\ AE = 25x \end{matrix}$$

Тогда из 1-го ур., $AD^2 = CA \cdot AE = 25x \cdot 9x$; $AD = 15x$

Подставим во 2-е ур., $\frac{CD}{DE} = \frac{15x}{25x} = \frac{3}{5}$.

Тогда $\frac{ED}{CD} = \frac{5}{3}$.

Ответ: $\frac{5}{3}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} = \sqrt{x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} + \sqrt{5-x} \quad (x+7)(5-x) = 5x+35-4x-x^2 = -x^2-2x+35$$

$$\cancel{x+7} + 36 + 12\sqrt{x+7} = 4(x+7)(5-x) + 5-x + 4\sqrt{x+7} \cdot (5-x)$$

$$\cancel{2x+38} + 12\sqrt{x+7} = (5-x)(1+4x+28) + 4\sqrt{x+7} \cdot (5-x)$$

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} + \sqrt{5-x}$$

$$\cancel{x+7} + 36 + 12\sqrt{x+7} = 4(x+7)(5-x) + 5-x + 4\sqrt{x+7} \cdot (5-x)$$

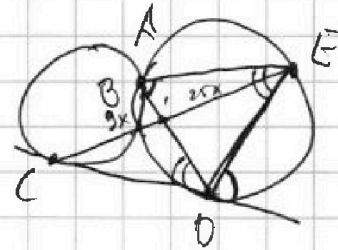
$$2x+38 + 12\sqrt{x+7} = 20x + 140 - 4x^2 - 28x + 4\sqrt{x+7}(5-x)$$

$$\sqrt{x+7} = x+7 = 5-x ; x = -1.$$

$$x+7 = 5$$

$$2x+12$$

$$1+2\sqrt{5}$$



$$x+7 + 5-x = 12$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x - 3\cos^2 x + 3\sin^2 x = p \quad \begin{matrix} 14 \\ \times 200 \\ \hline 14800 \end{matrix}$$

$$4\cos^3 x + 3\cos x - 6\cos^2 x + 3 = p$$

$$4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

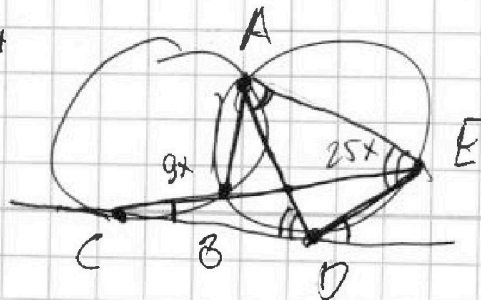
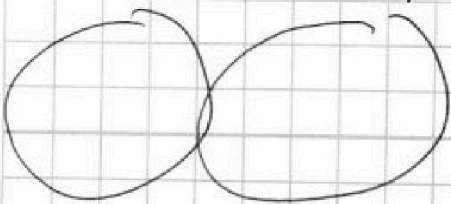
$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3$$

$$8t^3 - 12t^2 + 6t + 6 = p$$

$$t^2 - t + 0,25 = (t-0,5)^2$$

$$(2t-1)^3 = 8t^3 - 3 \cdot 4t^2 + 2t \cdot 3 - 1 = p-7$$

$$2t = \sqrt[3]{p-7} + 1$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается неровником и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q_2 = b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}; \quad b_{10} = x+4;$$

$$b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} \quad x > 3; \quad 15x+6 > 0$$

~~$$b_1 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}};$$~~

$$b_1 \cdot q^9 = x+4; \quad b_1 \cdot q^4 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

~~$$b_1 \cdot q^{12} = \sqrt{\frac{(15x+6)(x-3) \cdot (x-3)^2}{(15x+6)}} = \sqrt{(x-3)^2} = x-3;$$~~

$$q = (x-3)^{\frac{3}{16}}; \quad b_1 \cdot q^3 \cdot b_1 \cdot q^4 \cdot b_1 \cdot q^2 \cdot b_8^2 = \frac{15x+6}{x-3} = 3 \frac{5x+2}{x-3}$$

$$b_1 \cdot (x-3)^{\frac{24}{16}} = x+4$$

$$\frac{15x+6}{x-3} \cdot q^2 = x+4; \quad q^2 = \pm \sqrt{\frac{(x-3)(x+4)}{15x+6}} \quad 1,5\sqrt{15}-1$$

$$b_4 = b_1 \cdot q^3;$$

$$b_{10} = b_1 \cdot q^{10};$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{12};$$

$$(q^2)^4 = (x-3)^2$$

~~$$q^8 = \frac{b_{12}}{b_4} = (x-3)^2$$~~

~~$$q^4 = 4(x-3); \quad q = \sqrt[4]{x-3}$$~~

~~$$q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$~~

~~$$(x-3)^2 = \frac{(15x+6)^2 \cdot (x-3)^2}{(x+4)^4}$$~~

~~$$(x-3)^2 = \frac{(15x+6)^2 \cdot (x-3)^2}{(x+4)^4}$$~~

~~$$(x+4)^4 = (15x+6)^2$$~~

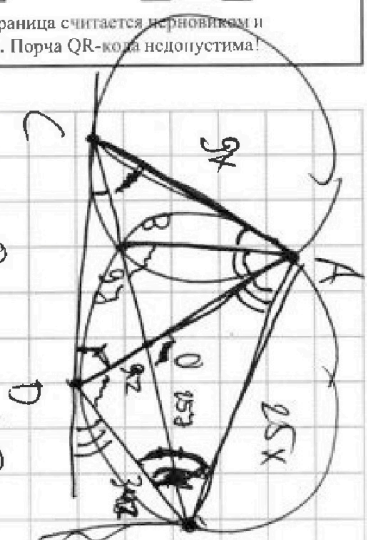
$$x^2 + 4x + 49 - 15x$$

$$180 - 49 = 131$$

$$135 = 5 \cdot 63$$

$$9 \cdot 15$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 9 \\ \hline 5 \end{array}$$



$d+B = 180 - 49 = 131$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

право возьмем в квадрат и вычтем ~~$x-3$~~ $x-3$;

$$I = \frac{15x+6}{(x+4)^2}; \quad (x+4)^2 = 15x+6;$$

$$x^2 + 8x + 16 = 15x + 6; \quad x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \text{ (I.)} \\ x=5 \text{ (II.)} \end{cases}$$

I. Если $x=2$, $q = x \geq -4$; $z \in [-15; 15]$

$$y-20 + 2y-70 = 3y-90 \quad 0 \leq 90-3y$$

$$|20-y| + |70-2y| \geq 90 \quad -3y \leq 15 \quad y \leq 30$$

$$3y-90 \leq 15 \quad 45 \leq 3y \quad y \geq 25$$

$$y \leq 30 \quad 3y-90 \geq 0 \quad y \geq 30$$

$$f(y) = |y-20| + |2y-70| + |2y-70|$$

$$y \leq 20; \quad f(y) = 20-y+70-2y = -3y+90$$

$$y \leq$$

$$36 - (x+1)^2 = 3(6-x+1)(6+x+1) = \sqrt{\underset{+1}{5-x}} \underset{+4}{(7+x)}}$$

$$a+b \quad a-b+6 = 2ab$$

$$\sqrt{5-x} = \frac{\sqrt{x+4}+6}{2\sqrt{x+4}}$$

$$a+b = 2ab+6$$

$$b = \frac{a+6}{2a+1}$$