



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = 12 - 12x$, $a_4 = (x^2 + 4x)^2$, $a_8 = -6x^2$ Так как это арифметическая прогрессия то $a_2 + 2k = a_4$, $a_4 + 4k = a_8$, где k - разность прогрессии.

Получа $2a_2 + 4k = 2a_4 \Rightarrow a_4 + 4k = a_4 + 2a_4 - 2a_2 \Rightarrow 3a_4 - 2a_2 - a_8 = 0$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 2(4 - 4x) + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8 + 8x + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x^3 + 16x^2 + 16x - 2x^2 - 8x - 8 = 0$$

$$x^2(x^2 + 4x + 4) + 4x(x^2 + 4x + 4) - 2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} \end{cases}$$

1) $x = -2$: $a_2 = 12 - 12(-2) = 36$
 $a_4 = (4 + 8)^2 = 16$
 $a_8 = -6(-2)^2 = -24$

- прогрессия, т.к. $36 - 16 = 20$
 $16 - (-24) = 40$
 $k = -10$

2) $x = \frac{-4 - \sqrt{16+8}}{2} = -2 - \sqrt{6}$:

$$a_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 - \sqrt{6})^2 + 4(-2 - \sqrt{6})^2 = (10 + 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(10 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

- прогрессия, т.к. $36 + 12\sqrt{6} - 4 = 32 + 12\sqrt{6}$
 $4 - (-60 - 24\sqrt{6}) = 64 + 24\sqrt{6} = 2(32 + 12\sqrt{6})$
 $k = -32 - 12\sqrt{6}$

3) $x = \frac{-4 + \sqrt{16+8}}{2} = -2 + \sqrt{6}$:

$$a_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 + \sqrt{6})^2 + 4(-2 + \sqrt{6})^2 = (10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

- прогрессия, т.к. $36 - 12\sqrt{6} - 4 = 32 - 12\sqrt{6}$
 $4 - (-60 + 24\sqrt{6}) = 64 - 24\sqrt{6} = 2(32 - 12\sqrt{6})$
 $k = -32 + 12\sqrt{6}$

Ответ: $-2 - \sqrt{6}$; -2 ; $-2 + \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} |2x-3y| &\leq 6 \\ -6 &\leq 2x-3y \leq 6 \quad | \times (-7) \\ -42 &\leq -14x+21y \leq 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |3x-2y| &\leq 4 \\ -4 &\leq 3x-2y \leq 4 \quad | \times (8) \\ -32 &\leq 24x-16y \leq 32 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -42 \leq -14x+21y \\ -32 \leq 24x-16y \end{cases} \oplus \Rightarrow -74 \leq 10x+5y$$

Равенство при $x = \frac{-24}{5}, y = \frac{-26}{5}$: $\frac{-24 \cdot 10}{5} + \frac{-26 \cdot 5}{5} = -48 - 26 = -74$

Ответ: -74 .



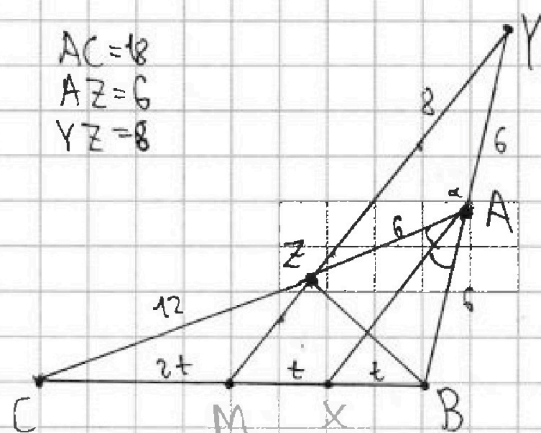
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Поскольку прямая, параллельная AX , проходящая через M пересекает сторону AC , то точка M находится между точками C и X .

$$CZ = AC - AZ = 18 - 6 = 12$$

$$\text{По т. Фалеса: } \frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA} = \frac{12}{6} = 2$$

(п.к. $MZ \parallel AX$) Тогда, пусть $MX = t \Rightarrow CM = 2t$

$$M - \text{середина } BC \Rightarrow MB = CM = 2t \Rightarrow BX = MB - MX = 2t - t = t$$

$$\text{Поскольку } AX - \text{биссектриса, то } \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{t}{3t} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = \frac{AC}{3} = 6$$

$$AX - \text{средняя линия в } \triangle MBY \text{ (п.к. } MX = BX = t \text{ и } AX \parallel MY) \Rightarrow YA = AB = 6$$

Пусть $\angle YAZ = \alpha$, тогда по т. косинусов в $\triangle YAZ$: $ZY^2 = AZ^2 + YA^2 - 2AZ \cdot YA \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow 8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$\text{В } \triangle ABC \text{ по т. косинусов: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= 6^2 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3}y = 2y^5 - \sqrt[4]{3}x + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3}x = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3}y \quad - \text{это возрастающая функция} \Rightarrow$$

для $x = y$ то

$$\Rightarrow \text{значит } x = y$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \quad | \text{ возведем в квадрат}$$

$$x+4 + 3-x + 25 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 10\sqrt{3-x} + 10\sqrt{x+4} = 4(x+4)(3-x)$$



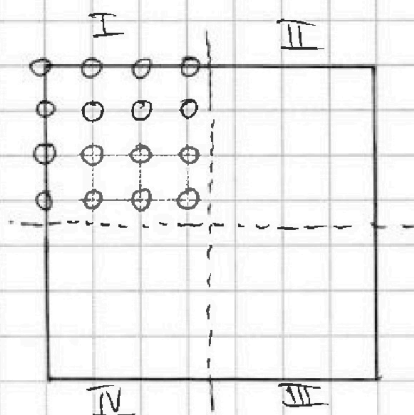
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделим квадрат на 4 четверти (в каждой 16 узлов сетки). Теперь будем рассматривать случаи по тому, сколько точек в каждой четверти было пересечено.

1) 2 белых точки в одной четверти: способ так выбрать $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$

Понятно, что если мы выберем другую четверть, то она получится поворотом относительно центра квадрата, т.е. мы посчитали все такие случаи и не один не посчитали дважды.

2) по 1 белой точке в двух соседних четвертях: способ выбрать одну точку в каждой из двух таких четвертей 16, значит всего способов выбрать две точки $16 \cdot 16 = 256$. Понятно, что поворотом мы также можем получить любые 2 соседние четверти, т.е. все случаи мы учли, и не один способ не посчитали дважды, так как поворотом нельзя получить ≥ 2 случаев в I и II четверти.

3) по 1 белой точке в двух противоположных четвертях: способ выбрать 2 точки $16 \cdot 16 = 256$ из I и III четвертей.

3.1) если эти выбранные точки симметричны относительно центра (таких способов 16), то поворотом на 180° мы придём к той же самой паре, а значит эти случаи мы не посчитали дважды.

3.2) если эти выбранные точки не симметричны относительно центра (таких способов $256 - 16 = 240$), то поворотом на 180° мы придём к другой паре, а значит такие случаи мы посчитали дважды.

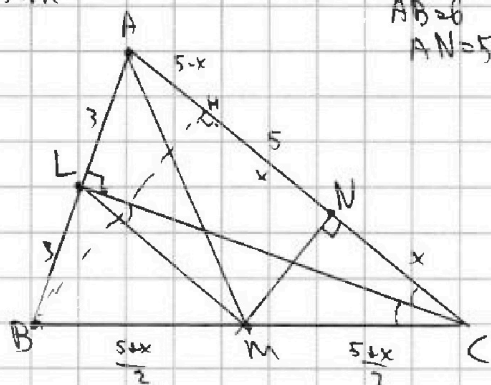
Итого способов $16 + \frac{240}{2} = 16 + 120 = 136$ и понятно, что II и IV четверти мы аналогично можем повернуть случаи, когда были I и III четверти.

Получается всего способов $120 + 256 + 136 = 512$

Ответ: 512.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



$$AB=6$$
$$AN=5$$

$$6^2 - (5-x)^2 = (5+x)^2 - (2x)^2$$

$$36 - 25 + 10x - x^2 = 25 + 10x + x^2 - 4x^2$$

$$2x^2 = 50 - 36 = 14$$

$$x^2 = y$$
$$x = \sqrt{y}$$

$$5 + \sqrt{42}$$

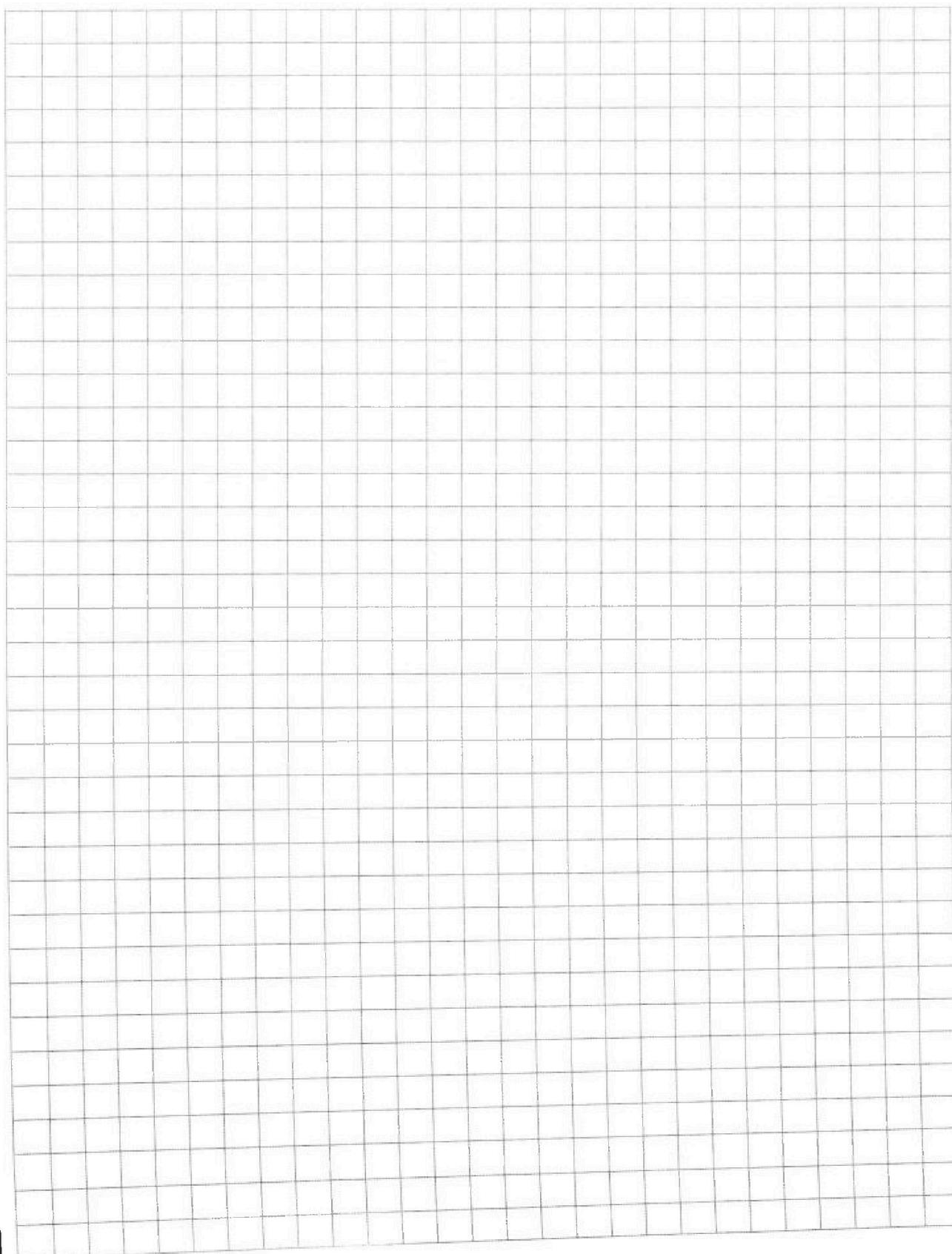


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

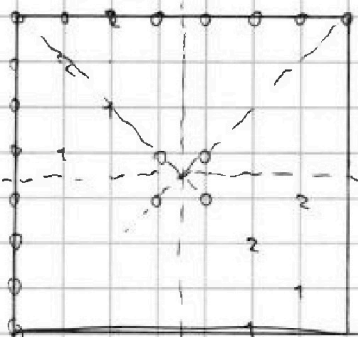


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



64 точек

$$20. \Rightarrow 62 \text{ ч.}$$

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$$

$$1) C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120$$

2) 8 точек

$$2.1) 8 \text{ сос. } 16^2 = 256$$

$$2.2) \frac{16^2 - 256}{2} = 128$$

$$\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$$

$$16 + 120 = 136$$

35

$$56 \cdot 64 = 3584$$

$$48 \cdot 64$$

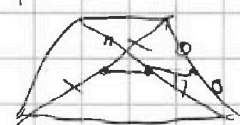
512

$$\begin{array}{r} 512 \\ + 48 \\ \hline 560 \\ + 96 \\ \hline 656 \end{array}$$

$$\frac{256 \cdot 28}{2} = \frac{256 \cdot 14}{1} = 3584$$

$$256 - 16 = 240$$

$$240 / 2 = 120$$



ΩAM
 ωCL

$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$PQ \perp AC \Rightarrow O, Q \parallel AC$$

$$\Rightarrow LM \parallel AC$$

$$LM = MC = BM$$

(BLNC)

$$AL \cdot AB = AN \cdot AC$$

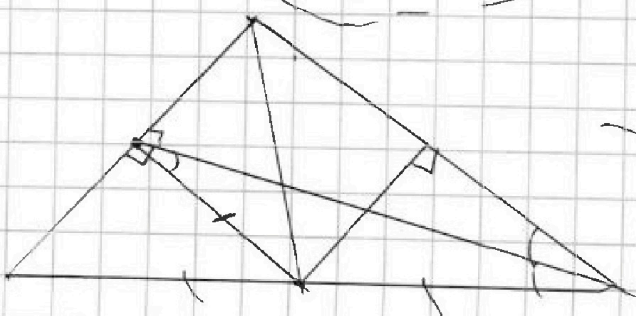
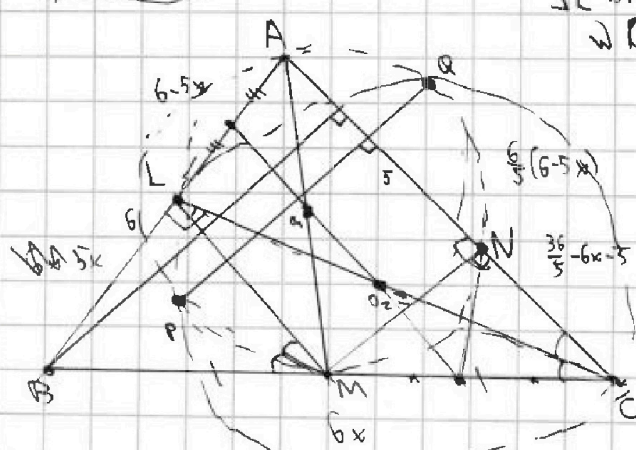
$$\frac{6}{6} = \frac{5}{5}$$

$$\frac{BC}{BL} = \frac{AC}{AL} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{6x}{5(6-5x)} = 6x$$

$$\frac{36}{5} = 12x \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$BC = \frac{18}{5} = AC$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$2x^5 + \sqrt{3x} + 4x^2 = 2y^5 + \sqrt{3y} + 4y^2 = f(x) = f(y)$$

$$(x; y) \Rightarrow (y; x) \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-y-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad x=y$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$2x-3y$$

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6$$

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4$$

$$-3 + \frac{2}{3}y \leq x \leq 3 + \frac{2}{3}y$$

$$-4 + 2y \leq 3x \leq 4 + 2y$$

$$-\frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y$$

$$(1) \quad (2 \quad -3) \Rightarrow (2 \quad 1)$$

$$(2) \quad (3 \quad -2) \Rightarrow (10 \quad 5)$$

$$(1 \quad 1) = (2) - (1)$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4$$

$$-6 \leq 3y-2x \leq 6$$

$$-10 \leq x+y \leq 10$$

$$-32 \leq 24x-16y \leq 32$$

$$-42 \leq 21y-14x \leq 42$$

$$-24 \leq 10x+5y \leq 24$$

$$(10 \quad 5) = (2) + 7(1) = 8(2) - 7(1)$$

$$10x+5y = -2 \cdot 24 - 26 = -48-26 = -74$$

$$2x-3y = 6 \quad x = \frac{6+3y}{2}$$

$$3x-2y = -4$$

$$x = \frac{6 + 3 \cdot \frac{15-19}{5}}{2} = \frac{15-19}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$3(6+3y) - 4y = -8$$

$$18 + 9y - 4y = -8$$

$$5y = -26$$

$$y = -\frac{26}{5}$$

$$= -\frac{24}{5}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$(x+4)(3-x)$$

$$-(4-x^2)$$

$$a-b+5=2ab$$

$$a-b+5=2ab$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = (2\sqrt{x+4} + 1)\sqrt{3-x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2(x^2+4x+4) + 4x(x^2+4x+4) - 2(x^2+4x+4)$$

$$2x^4 + 2x^3 = 9$$

$$2x^4 + 2x^3 = 9 + 24 = -15 \quad k = -8,5$$

$$x=1: 0, 2, 5, -6$$

$$x=0: 12, 0, -6$$

$$x=-1: 24, 9, -6$$

$$x=-2: 36, 16, -24$$

$$x=-3: 54, 27, -54$$

$$x=-4: 64, 32, -64$$

$$x=-5: 62, 25, -50$$

$$x=-6: 36, 16, -24$$

$$x=-7: 98, 49, -98$$

$$x=-8: 128, 64, -128$$

$$x=-9: 162, 81, -162$$

$$x=-10: 200, 100, -200$$

$$x=-11: 242, 121, -242$$

$$x=-12: 288, 144, -288$$

$$x=-13: 338, 169, -338$$

$$x=-14: 392, 196, -392$$

$$x=-15: 450, 225, -450$$

$$x=-16: 512, 256, -512$$

$$x=-17: 588, 289, -588$$

$$x=-18: 678, 324, -678$$

$$x=-19: 782, 361, -782$$

$$x=-20: 900, 400, -900$$

$$x=-21: 1032, 441, -1032$$

$$x=-22: 1178, 484, -1178$$

$$x=-23: 1338, 529, -1338$$

$$x=-24: 1512, 576, -1512$$

$$x=-25: 1700, 625, -1700$$

$$x=-26: 1902, 676, -1902$$

$$x=-27: 2118, 729, -2118$$

$$x=-28: 2348, 784, -2348$$

$$x=-29: 2592, 841, -2592$$

$$x=-30: 2850, 900, -2850$$

$$x=-31: 3122, 961, -3122$$

$$x=-32: 3408, 1024, -3408$$

$$x=-33: 3708, 1089, -3708$$

$$x=-34: 4022, 1156, -4022$$

$$x=-35: 4350, 1225, -4350$$

$$x=-36: 4692, 1296, -4692$$

$$x=-37: 5048, 1369, -5048$$

$$x=-38: 5418, 1444, -5418$$

$$x=-39: 5802, 1521, -5802$$

$$x=-40: 6200, 1600, -6200$$

$$x=-41: 6612, 1681, -6612$$

$$x=-42: 7038, 1764, -7038$$

$$x=-43: 7478, 1849, -7478$$

$$x=-44: 7932, 1936, -7932$$

$$x=-45: 8400, 2025, -8400$$

$$x=-46: 8882, 2116, -8882$$

$$x=-47: 9378, 2209, -9378$$

$$x=-48: 9888, 2304, -9888$$

$$x=-49: 10412, 2401, -10412$$

$$x=-50: 10950, 2500, -10950$$

$$x=-51: 11502, 2601, -11502$$

$$x=-52: 12068, 2704, -12068$$

$$x=-53: 12648, 2809, -12648$$

$$x=-54: 13242, 2916, -13242$$

$$x=-55: 13850, 3025, -13850$$

$$x=-56: 14472, 3136, -14472$$

$$x=-57: 15108, 3249, -15108$$

$$x=-58: 15758, 3364, -15758$$

$$x=-59: 16422, 3481, -16422$$

$$x=-60: 17100, 3600, -17100$$

12

12x

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

12

$$12 - 12x + 2k = (x^2 + 4x)^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 4k = -6x^2$$

$$12 - 12x + 6k = +6x^2$$

$$x^2 - 2x + 2 + k = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-2-k}}{1} = 1 - \sqrt{1-2-k} = 1 - \sqrt{-1-k} = -2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+4x)^2 + (2x+2)^2 = 12$$

$$1 - 8 + 18 - 8 - 8 = 0$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \mid x+2$$

$$-4x^2 + 6x - 4$$

$$-4x^2 + 8x$$

$$10 + 4\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6}$$

$$2 + \sqrt{6}$$

$$12 - 24 - 12\sqrt{6} - 36 - 12\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - 80\sqrt{6}$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 - 2 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$(10 - 4\sqrt{6})^2 = 100 - 16\sqrt{6} - 80\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} > 4 \quad 36 - 12\sqrt{6} > 4 \quad 9 - 3\sqrt{6} > 1$$

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$0 < 2 + \sqrt{6} < 4$$

$$4 + 6 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6} - 2 = 0$$

$$36 - 12\sqrt{6} > 196 - 80\sqrt{6}$$

$$68\sqrt{6} > 160$$

$$39\sqrt{6} > 80$$

$$12\sqrt{6} > 40$$

$$289 - 6 > 4600$$

$$\begin{array}{r} 1234 \\ \times 1234 \\ \hline 1234 \\ 2468 \\ 3696 \\ 1234 \\ \hline 153936 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{aligned} 12x - 3y &\leq 6 \\ 13x - 2y &\leq 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &\geq 3y \\ 3x &\geq 2y \\ x &\geq \frac{3}{2}y \\ x &\geq \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &\leq 6 + 3y \\ 3x &\leq 4 + 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &\leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x &\leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \end{aligned}$$

$$\frac{3+4+5+5+4+9+6}{20} = \frac{36}{20} = 1.8$$

$$\min(10x + 5y)$$

$$(m, n) \in \mathbb{N}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2m^4 = mn(m-2n-2)$$

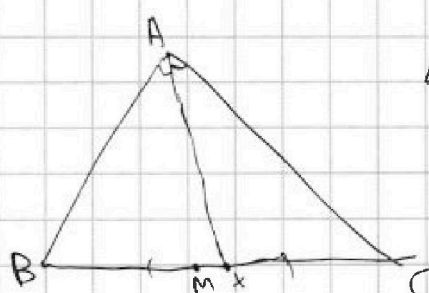
$$77p^2, 15q^2$$

p, q - простые

$$\begin{aligned} m-2n &> 1 \\ m &\geq 1+2n \\ m &> 2n \end{aligned}$$

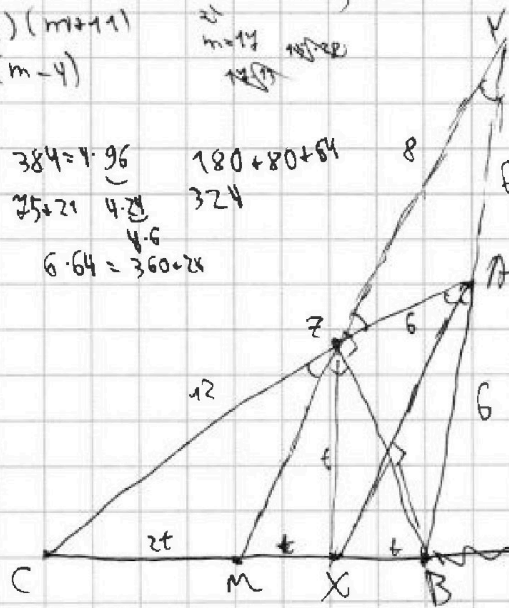
$$\begin{aligned} n=1 & \quad A=(m-2)(m+11) \\ n=4 & \quad B=m(m-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m=6 & \quad 4 \cdot 14, 6 \cdot 2 \\ n=14 & \quad 14 \cdot 14 \end{aligned}$$

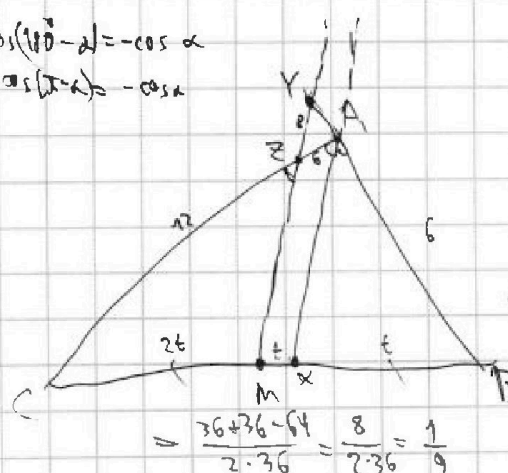


$$\begin{aligned} 384 &= 4 \cdot 96 \\ 25+21 &= 46 \\ 6 \cdot 64 &= 384 \end{aligned}$$

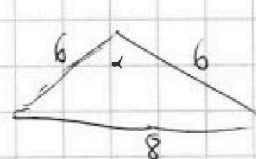
$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \\ BC &=? \end{aligned}$$



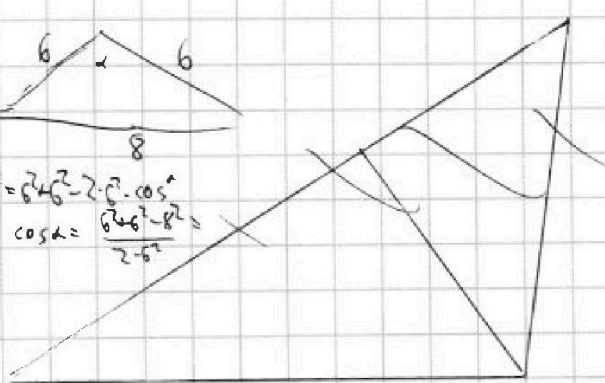
$$\begin{aligned} \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \end{aligned}$$



$$= \frac{36+36-64}{2 \cdot 36} = \frac{8}{2 \cdot 36} = \frac{1}{9}$$



$$\begin{aligned} p^2 &= 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6^2} \end{aligned}$$



$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 18^2 + 6^2 + 24 = 384$$

$$360 - 24 = 336$$

$$\begin{aligned} 180 \\ + 144 \\ \hline 324 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$$

$$324 + 36 + 24 = 384$$

$$\begin{aligned} 180 \\ + 144 \\ + 24 \\ \hline 348 \end{aligned}$$