



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = 12 - 12x$, $a_4 = (x^2 + 4x)^2$, $a_8 = -6x^2$ Так как это арифметическая прогрессия то $a_2 + 2k = a_4$, $a_4 + 4k = a_8$, где k - разность прогрессии.

Тогда $2a_2 + 4k = 2a_4 \Rightarrow a_4 + 4k = a_4 + 2a_4 - 2a_2 \Rightarrow 3a_4 - 2a_2 - a_8 = 0$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 2(4 - 4x) + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8 + 8x + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x^3 + 16x^2 + 16x - 2x^2 - 8x - 8 = 0$$

$$x^2(x^2 + 4x + 4) + 4x(x^2 + 4x + 4) - 2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} \end{cases}$$

1) $x = -2$: $a_2 = 12 - 12(-2) = 36$
 $a_4 = (-2+8)^2 = 16$
 $a_8 = -6(-2)^2 = -24$

- прогрессия, м.к. $36 - 16 = 20$
 $16 - (-24) = 40$
 $k = -10$

2) $x = \frac{-4 - \sqrt{16+8}}{2} = -2 - \sqrt{6}$:

$$a_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 - \sqrt{6})^2 + 4(-2 - \sqrt{6})^2 = (10 + 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(10 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

- прогрессия, м.к. $36 + 12\sqrt{6} - 4 = 32 + 12\sqrt{6}$
 $4 - (-60 - 24\sqrt{6}) = 64 + 24\sqrt{6} = 2(32 + 12\sqrt{6})$
 $k = -32 - 12\sqrt{6}$

3) $x = \frac{-4 + \sqrt{16+8}}{2} = -2 + \sqrt{6}$:

$$a_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 + \sqrt{6})^2 + 4(-2 + \sqrt{6})^2 = (10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

- прогрессия, м.к. $36 - 12\sqrt{6} - 4 = 32 - 12\sqrt{6}$
 $4 - (-60 + 24\sqrt{6}) = 64 - 24\sqrt{6} = 2(32 - 12\sqrt{6})$
 $k = -32 + 12\sqrt{6}$

Ответ: $-2 - \sqrt{6}$; -2 ; $-2 + \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} |2x-3y| &\leq 6 \\ -6 &\leq 2x-3y \leq 6 \quad | \times (-7) \\ -42 &\leq -14x+21y \leq 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |3x-2y| &\leq 4 \\ -4 &\leq 3x-2y \leq 4 \quad | \times (8) \\ -32 &\leq 24x-16y \leq 32 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -42 \leq -14x+21y \\ -32 \leq 24x-16y \end{cases} \oplus \Rightarrow -74 \leq 10x+5y$$

Равенство при $x = \frac{-24}{5}, y = \frac{-26}{5}$: $\frac{-24 \cdot 10}{5} + \frac{-26 \cdot 5}{5} = -48 - 26 = -74$

Ответ: -74 .



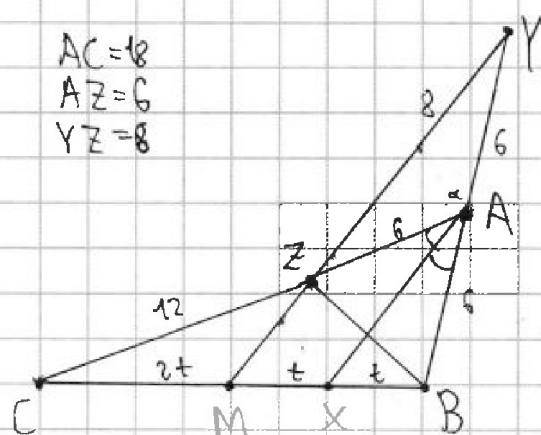
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Поскольку прямая, параллельная AX , проходящая через M пересечет сторону AC , то точка M находится между точками C и X .

$$CZ = AC - AZ = 18 - 6 = 12$$

$$\text{По т. Фалеса: } \frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA} = \frac{12}{6} = 2$$

$$(\text{п.к. } MZ \parallel AX) \text{ тогда, пусть } MX = t \Rightarrow CM = 2t$$

$$M - \text{середина } BC \Rightarrow MB = CM = 2t \Rightarrow BX = MB - MX = 2t - t = t$$

$$\text{Поскольку } AX - \text{биссектриса, то } \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{t}{3t} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = \frac{AC}{3} = 6$$

$$AX - \text{средняя линия в } \triangle MBY (\text{п.к. } MX = BX = t \text{ и } AX \parallel MY) \Rightarrow YA = AB = 6$$

$$\text{Пусть } \angle YAZ = \alpha, \text{ тогда по т. Косинусов в } \triangle YAZ: ZY^2 = AZ^2 + YA^2 - 2AZ \cdot YA \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$\text{В } \triangle ABC \text{ по т. Косинусов: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= 6^2 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \quad - \text{это возрастающая функция} \Rightarrow$$

для $x, y \geq 0$

$$\Rightarrow \text{значит } x = y$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \quad | \text{ возведем в квадрат}$$

$$x+4 + 3-x + 25 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 10\sqrt{3-x} + 10\sqrt{x+4} = 4(x+4)(3-x)$$

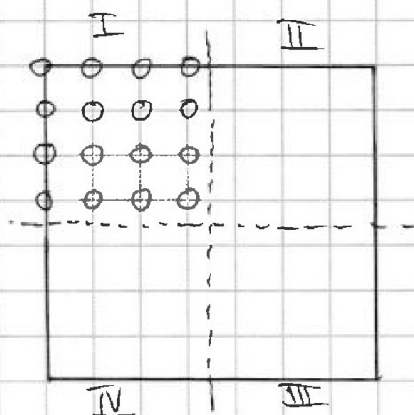


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделим квадрат на 4 четверти (в каждой 16 узлов сетки). Теперь будем рассматривать случаи по тому, сколько точек в каждой четверти было пересечено.

1) 2 белых точки в одной четверти: способ так выбрать $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$

Понятно, что если мы выберем другую четверть, то она получится поворотом относительно центра квадрата, т.е. мы посчитали все такие случаи и не один не посчитали дважды.

2) по 1 белой точке в двух соседних четвертях: способ выбрать одну точку в каждой из двух таких четвертей 16, значит всего способов выбрать две точки $16 \cdot 16 = 256$. Понятно, что поворотом мы также можем получить любые 2 соседние четверти, т.е. все случаи мы учли, и не один способ не посчитали дважды, так как поворотом нельзя получить ≥ 2 случаев в I и II четверти.

3) по 1 белой точке в двух противоположных четвертях: способ выбрать 2 точки $16 \cdot 16 = 256$ из I и III четверти.

3.1) если эти выбранные точки симметричны относительно центра (таких способов 16), то поворотом на 180° мы придём к той же самой паре, а значит эти случаи мы не посчитали дважды.

3.2) если эти выбранные точки не симметричны относительно центра (таких способов $256 - 16 = 240$), то поворотом на 180° мы придём к другой паре, а значит такие случаи мы посчитали дважды.

Итого способов $16 + \frac{240}{2} = 16 + 120 = 136$ и понятно, что II и IV четверти мы аналогично можем повернуть случаи, когда были I и III четверти.

Получается всего способов $120 + 256 + 136 = 512$

Ответ: 512.

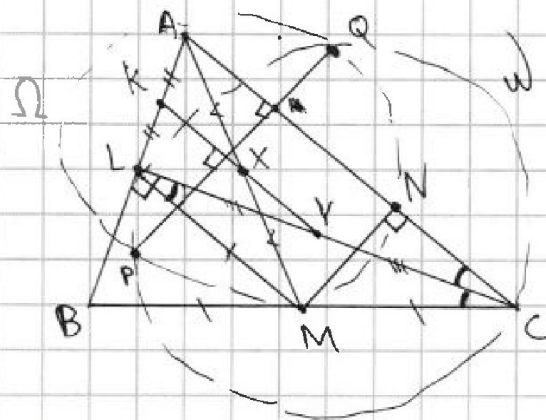


1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

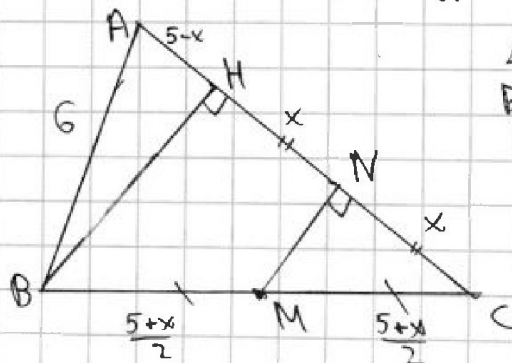


Пусть X - середина AM ,
 Y - середина CL , тогда X и Y -
 центры Ω и ω соответственно $\Rightarrow$
 $XY \perp PQ$ (т.к. XY - линия центров,
 а PQ - радикальная ось Ω и ω)
 BH - высота $\triangle ABC$ ($BH \perp AC$)
 из условия $BH \parallel PQ \Rightarrow PQ \perp AC$
 $PQ \perp AC \mid \Rightarrow AC \parallel XY$
 $PQ \perp XY \mid \Rightarrow AC \parallel XY$

Пусть $XY \cap AL = K$, тогда YK - средняя линия $\triangle ACL$ (т.к. $YK \parallel AC$ и
 Y - середина CL) $\Rightarrow K$ - середина $AL \Rightarrow KX$ - средняя линия $\triangle ALM$
 (т.к. K - середина AL , X - середина AM) $\Rightarrow KX \parallel LM \Rightarrow AC \parallel LM$
 (т.к. $KX \parallel AC$)

Итак, $AC \parallel LM \Rightarrow \angle MLC = \angle LCA = \angle LCM \Rightarrow LM = MC$
 (из параллельности) (т.к. CL - биссектриса)

По LM - медиана в $\triangle BLC$ и $LM = MC = MB \Rightarrow \triangle BLC$ - прямоугольный
 ($\angle L = 90^\circ$) $\Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедренный ($AC = BC$), т.к. CL - высота и биссектриса.



$\angle ANM = 90^\circ$, т.к. N - на Ω с диаметром AM .
 BH - высота, $BH \parallel MN$ и M - середина $BC \Rightarrow$
 MN - средняя линия $\triangle BHC \Rightarrow N$ - середина CH
 $AB = 6$ и $AN = 5$ из условия
 Пусть $NC = x \Rightarrow HN = NC = x$
 и $AH = AN - HN = 5 - x$
 $BC = AC = 5 + x$

Теперь по т. Пифагора в $\triangle ABH$ и $\triangle CBH$:
 $\begin{cases} BH^2 = BC^2 - HC^2 = (5+x)^2 - (2x)^2 \\ BH^2 = AB^2 - AH^2 = 6^2 - (5-x)^2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow (5+x)^2 - (2x)^2 = 6^2 - (5-x)^2 \Rightarrow 25 + 10x + x^2 - 4x^2 = 36 - 25 + 10x - x^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 25 - 36 + 25 = 4x^2 - x^2 - x^2 \Rightarrow 14 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$
 Ответ: $5 + \sqrt{7}$; $5 + \sqrt{7}$

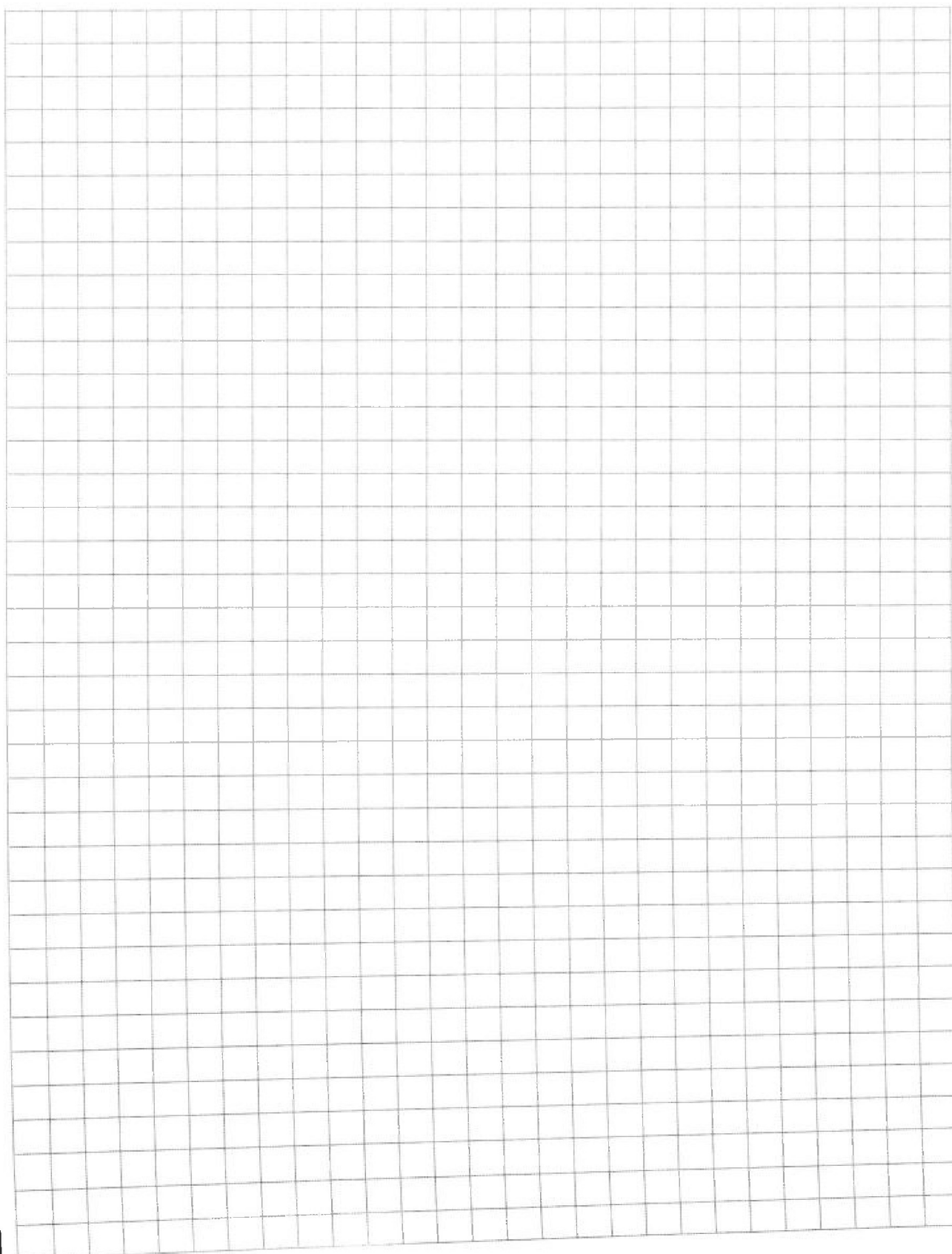


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

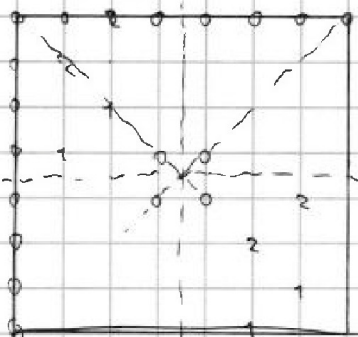


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



64 точек

$$20. \Rightarrow 62 \text{ ч.}$$

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$$

$$1) C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120$$

2) 8 точек

$$2.1) 8 \text{ сос. } 16^2 = 256$$

$$2.2) \frac{16^2 - 256}{2} = 128$$

$$\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$$

$$16 + 120 = 136$$

35

$$58 \cdot 64$$

$$48 \cdot 64$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2}$$

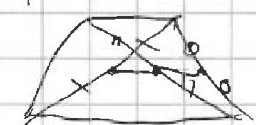
$$512$$

$$\frac{256 - 16}{2} = 120$$

$$\frac{256 \cdot 128}{2} = \frac{256 \cdot 64}{2}$$

$$256 - 16 = 240$$

$$240 / 2 = 120$$



ΩAM
 ωCL

$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$PQ \perp AC \Rightarrow O, Q \parallel AC$$

$$\Rightarrow LM \parallel AC$$

$$LM = MC = BM$$

$$(BLNC)$$

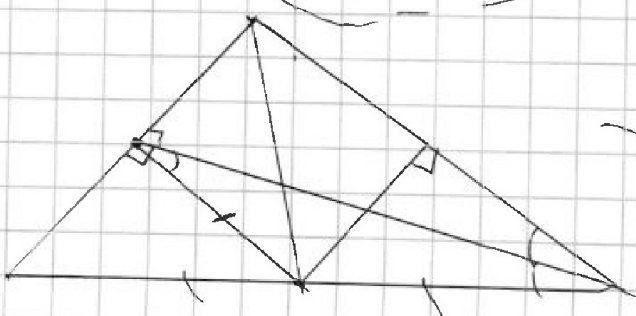
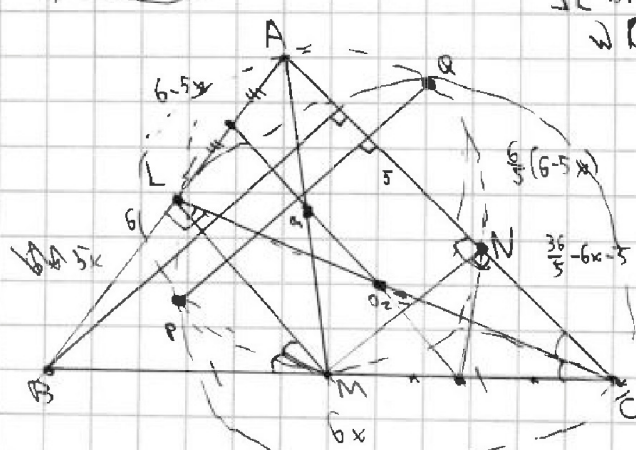
$$AL \cdot AB = AN \cdot AC$$

$$\frac{AL}{AN} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{6x}{5(6-5x)} = 6x$$

$$\frac{36}{5} = 12x \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$AC = \frac{18}{5} = AC$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$2x^5 + \sqrt{3x} + 4x^2 = 2y^5 + \sqrt{3y} + 4y^2 = f(x) = f(y)$$

$$(x; y) \Rightarrow (y; x) \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-y-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad x=y$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$2x-3y$$

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6$$

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4$$

$$-3 + \frac{2}{3}y \leq x \leq 3 + \frac{2}{3}y$$

$$-4 + 2y \leq 3x \leq 4 + 2y$$

$$-\frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y$$

$$(1) \quad (2 \quad -3) \Rightarrow (2 \quad 1)$$

$$(2) \quad (3 \quad -2) \Rightarrow (10 \quad 5)$$

$$(1 \quad 1) = (2) - (1)$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4$$

$$-6 \leq 3y-2x \leq 6$$

$$-10 \leq x+y \leq 10$$

$$-32 \leq 24x-16y \leq 32$$

$$-42 \leq 21y-14x \leq 42$$

$$-24 \leq 10x+5y \leq 24$$

$$(10 \quad 5) = (2) + 7(1) = 8(2) - 7(1)$$

$$10x+5y = -2 \cdot 24 - 26 = -48-26 = -74$$

$$2x-3y = 6 \quad x = \frac{6+3y}{2}$$

$$3x-2y = -4$$

$$x = \frac{6 + 3 \cdot \frac{15-19}{5}}{2} = \frac{15-19}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$3(6+3y) - 4y = -8$$

$$18 + 9y - 4y + 8 = 0$$

$$5y = -26$$

$$y = -\frac{26}{5}$$

$$= -\frac{24}{5}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$(x+4)(3-x)$$

$$-(4-x) \leq 3$$

$$a-b+5=2ab$$

$$a-b+5=2ab$$

$$a-b+5=2ab$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = (2\sqrt{x+4} + 1)\sqrt{3-x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2(x^2+4x+4) + 4x(x^2+4x+4) - 2(x^2+4x+4)$$

$$2x^4 + 2x^3 = 9$$

$$2x^4 + 2x^3 = 9 + 24 = -15 \quad k = -8,5$$

$$x=1: 0, 2, 5, -6$$

$$x=0: 12, 0, -6$$

$$x=-1: 24, 9, -6$$

$$x=-2: 36, 16, -24$$

$$k = -10$$

a_1

a_2

a_3

a_4

a_5

a_6

a_7

a_8

a_9

a_{10}

a_{11}

a_{12}

a_{13}

a_{14}

a_{15}

a_{16}

a_{17}

a_{18}

a_{19}

a_{20}

a_{21}

a_{22}

a_{23}

a_{24}

a_{25}

a_{26}

a_{27}

a_{28}

a_{29}

a_{30}

a_{31}

a_{32}

a_{33}

a_{34}

a_{35}

$$12 - 12x + 2k = (x^2 + 4x)^2$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 4k = -6x^2$$

$$12 - 12x + 6k = +6x^2$$

$$x^2 - 2x + 2 + k = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-2-k}}{1} = 1 - \sqrt{1-2-k} = 1 - \sqrt{-1-k} = -2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x+4x)^2 + (2x+2)^2 = 12$$

$$1 - 8 + 18 - 8 - 8 = 0$$

$$-8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \mid x+2$$

$$4x^2 + 6x - 4$$

$$-4x^2 + 8x$$

$$10 + 4\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6}$$

$$2 + \sqrt{6}$$

$$12 - 24 - 12\sqrt{6} - 36 - 12\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} - 12\sqrt{6} - 80\sqrt{6}$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$D = 16 + 4 - 2 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{24}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$(10 - 4\sqrt{6})^2 = 100 + 16 \cdot 6 - 80\sqrt{6}$$

$$36 + 12\sqrt{6} > 4 \quad 36 - 12\sqrt{6} > 4 \quad 9 - 3\sqrt{6} > 1$$

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$0 < 2 + \sqrt{6} < 4$$

$$4 + 6 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6} - 2 = 0$$

$$36 - 12\sqrt{6} > 196 - 80\sqrt{6}$$

$$68\sqrt{6} > 160$$

$$39\sqrt{6} > 80$$

$$12\sqrt{6} > 40$$

$$289 - 6 > 4600$$

$$\begin{array}{r} 1234 \\ \times 1234 \\ \hline 1234 \\ 2468 \\ 3696 \\ \hline 15396 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{cases} 12x - 3y \leq 6 \\ 13x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq 3y \\ 3x \geq 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \leq 6 + 3y \\ 3x \leq 4 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x \leq \frac{4}{3} + \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\min(10x + 5y)$$

$$\begin{cases} x \geq \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\frac{3+4+5+5+4+9+6}{20} = \frac{36}{20} = 1.8$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2m^4 = mn(m-2n-2)$$

$$77p^2, 15q^2$$

p, q - простые

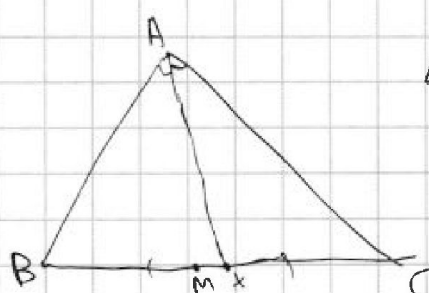
$$\begin{cases} m-2n > 1 \\ m \geq 1+2n \\ m > 2n \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=1, A=(m-2)(m+11) \\ n=4, B=m(m-4) \end{cases}$$

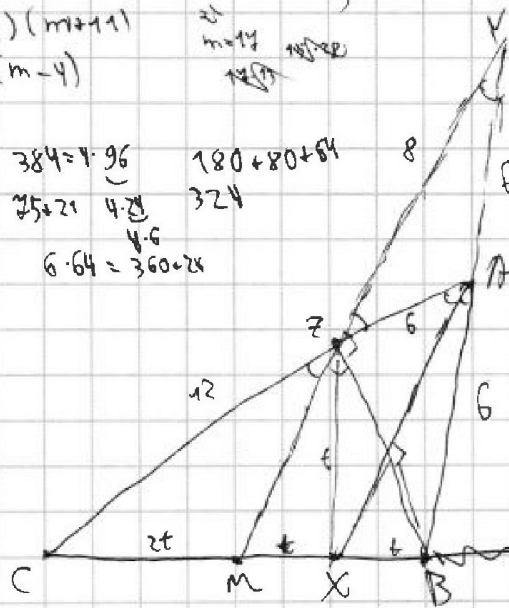
$$\begin{cases} m=6, 4 \cdot 11 = 44 \\ n=14, 14 \cdot 11 = 154 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 384 &= 4 \cdot 96 \\ 25+21 &= 46 \\ 6 \cdot 64 &= 384 \end{aligned}$$

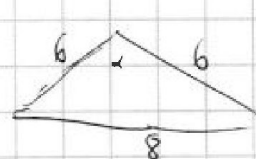
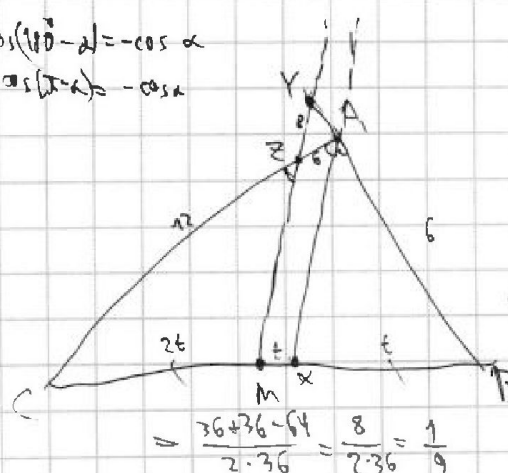
$$180+80+64 = 324$$



$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \\ BC &=? \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} p^2 &= 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{6^2 + 6^2 - p^2}{2 \cdot 6^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{36+36-64}{2 \cdot 36} = \frac{8}{2 \cdot 36} = \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 18^2 + 6^2 + 24 = 384$$

$$360 - 24 = 336$$

$$\begin{aligned} 180 \\ + 144 \\ \hline 324 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$$

$$324 + 36 + 24 = 384$$

$$\begin{aligned} 180 \\ + 144 \\ \hline 324 \end{aligned}$$