



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = 12 - 12x$, $a_4 = (x^2 + 4x)^2$, $a_8 = -6x^2$ Так как это арифметическая прогрессия то $a_2 + 2k = a_4$, $a_4 + 4k = a_8$, где k - разность прогрессии.

Получа $2a_2 + 4k = 2a_4 \Rightarrow a_4 + 4k = a_4 + 2a_4 - 2a_2 \Rightarrow 3a_4 - 2a_2 - a_8 = 0$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$(x^2 + 4x)^2 - 2(4 - 4x) + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 8 + 8x + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x^3 + 16x^2 + 16x - 2x^2 - 8x - 8 = 0$$

$$x^2(x^2 + 4x + 4) + 4x(x^2 + 4x + 4) - 2(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+8}}{2} \end{cases}$$

1) $x = -2$: $a_2 = 12 - 12(-2) = 36$
 $a_4 = (4 + 8)^2 = 16$
 $a_8 = -6(-2)^2 = -24$

- прогрессия, т.к. $36 - 16 = 20$
 $16 - (-24) = 40$
 $k = -10$

2) $x = \frac{-4 - \sqrt{16+8}}{2} = -2 - \sqrt{6}$:

$$a_2 = 12 - 12(-2 - \sqrt{6}) = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 - \sqrt{6})^2 + 4(-2 - \sqrt{6})^2 = (10 + 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 - \sqrt{6})^2 = -6(10 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

- прогрессия, т.к. $36 + 12\sqrt{6} - 4 = 32 + 12\sqrt{6}$
 $4 - (-60 - 24\sqrt{6}) = 64 + 24\sqrt{6} = 2(32 + 12\sqrt{6})$
 $k = -32 - 12\sqrt{6}$

3) $x = \frac{-4 + \sqrt{16+8}}{2} = -2 + \sqrt{6}$:

$$a_2 = 12 - 12(-2 + \sqrt{6}) = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = (-2 + \sqrt{6})^2 + 4(-2 + \sqrt{6})^2 = (10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$a_8 = -6(-2 + \sqrt{6})^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

- прогрессия, т.к. $36 - 12\sqrt{6} - 4 = 32 - 12\sqrt{6}$
 $4 - (-60 + 24\sqrt{6}) = 64 - 24\sqrt{6} = 2(32 - 12\sqrt{6})$
 $k = -32 + 12\sqrt{6}$

Ответ: $-2 - \sqrt{6}$; -2 ; $-2 + \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} |2x-3y| &\leq 6 \\ -6 &\leq 2x-3y \leq 6 \quad | \times (-7) \\ -42 &\leq -14x+21y \leq 42 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |3x-2y| &\leq 4 \\ -4 &\leq 3x-2y \leq 4 \quad | \times (8) \\ -32 &\leq 24x-16y \leq 32 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -42 \leq -14x+21y \\ -32 \leq 24x-16y \end{cases} \oplus \Rightarrow -74 \leq 10x+5y$$

Равенство при $x = \frac{-24}{5}, y = \frac{-26}{5}$: $\frac{-24 \cdot 10}{5} + \frac{-26 \cdot 5}{5} = -48 - 26 = -74$

Ответ: -74 .



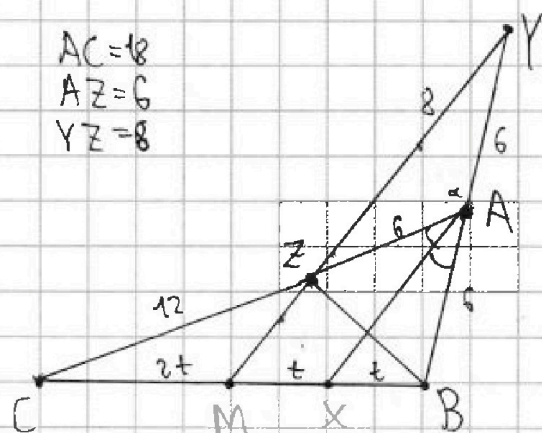
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Поскольку прямая, параллельная AX , проходящая через M пересечет сторону AC , то точка M находится между точками C и X .

$$CZ = AC - AZ = 18 - 6 = 12$$

$$\text{По т. Фалеса: } \frac{CM}{MX} = \frac{CZ}{ZA} = \frac{12}{6} = 2$$

(п.к. $MZ \parallel AX$) Тогда, пусть $MX = t \Rightarrow CM = 2t$

$$M - \text{середина } BC \Rightarrow MB = CM = 2t \Rightarrow BX = MB - MX = 2t - t = t$$

$$\text{Поскольку } AX - \text{биссектриса, то } \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{CX} = \frac{t}{3t} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = \frac{AC}{3} = 6$$

$$AX - \text{средняя линия в } \triangle MBY \text{ (п.к. } MX = BX = t \text{ и } AX \parallel MY) \Rightarrow YA = AB = 6$$

Пусть $\angle YAZ = \alpha$, тогда по т. Косинусов в $\triangle YAZ$: $ZY^2 = AZ^2 + YA^2 - 2AZ \cdot YA \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow 8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$\text{В } \triangle ABC \text{ по т. Косинусов: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= 6^2 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = \sqrt{64 \cdot 6} = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☒☐☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3}y = 2y^5 - \sqrt[4]{3}x + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3}x = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3}y \quad - \text{это возрастающая функция} \Rightarrow$$

для $x, y \geq 0$

$$\Rightarrow \text{значит } x = y$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \quad | \text{ возведем в квадрат}$$

$$x+4 + 3-x + 25 - 2\sqrt{(x+4)(3-x)} - 10\sqrt{3-x} + 10\sqrt{x+4} = 4(x+4)(3-x)$$



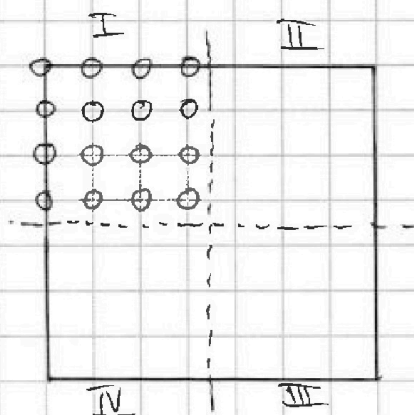
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Разделим квадрат на 4 четверти (в каждой 16 узлов сетки). Теперь будем рассматривать случаи по тому, сколько точек в каждой четверти было пересечено.

1) 2 белых точки в одной четверти: способ так выбрать $C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 120$

Понятно, что если мы выберем другую четверть, то она получится поворотом относительно центра квадрата, т.е. мы посчитали все такие случаи и не один не посчитали дважды.

2) по 1 белой точке в двух соседних четвертях: способ выбрать одну точку в каждой из двух таких четвертей 16, значит всего способов выбрать две точки $16 \cdot 16 = 256$. Понятно, что поворотом мы также можем получить любые 2 соседние четверти, т.е. все случаи мы учли, и не один способ не посчитали дважды, так как поворотом нельзя получить ≥ 2 случаев в I и II четверти.

3) по 1 белой точке в двух противоположных четвертях: способ выбрать 2 точки $16 \cdot 16 = 256$ из I и III четверти.

3.1) если эти выбранные точки симметричны относительно центра (таких способов 16), то поворотом на 180° мы придём к той же самой паре, а значит эти случаи мы не посчитали дважды.

3.2) если эти выбранные точки не симметричны относительно центра (таких способов $256 - 16 = 240$), то поворотом на 180° мы придём к другой паре, а значит такие случаи мы посчитали дважды.

Итого способов $16 + \frac{240}{2} = 16 + 120 = 136$ и понятно, что II и IV четверти мы аналогично можем повернуть случаи, когда были I и III четверти.

Получается всего способов $120 + 256 + 136 = 512$

Ответ: 512.



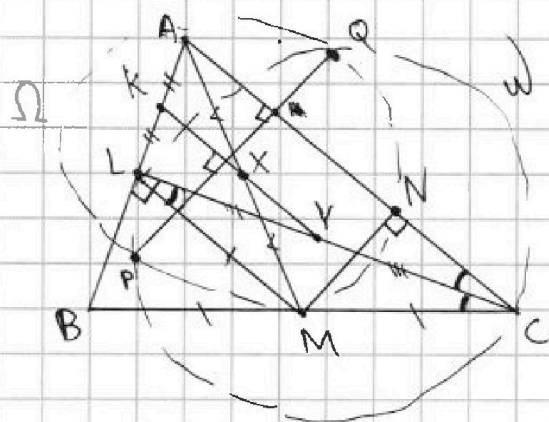
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

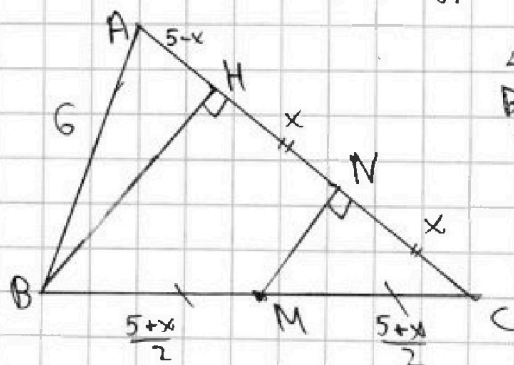


Пусть X - середина AM ,
 Y - середина CL , тогда X и Y -
 центры Ω и Ω' соответственно $\Rightarrow$
 $XY \perp PQ$ (т.к. XY - линия центров,
 а PQ - радикальная ось Ω и Ω')
 BH - высота $\triangle ABC$ ($BH \perp AC$)
 из условия $BH \parallel PQ \Rightarrow PQ \perp AC$
 $PQ \perp AC \mid \Rightarrow AC \parallel XY$
 $PQ \perp XY \mid \Rightarrow AC \parallel XY$

Пусть $XY \cap AL = K$, тогда YK - средняя линия $\triangle ACL$ (т.к. $YK \parallel AC$ и
 Y - середина CL) $\Rightarrow K$ - середина $AL \Rightarrow KX$ - средняя линия $\triangle ALM$
 (т.к. K - середина AL , X - середина AM) $\Rightarrow KX \parallel LM \Rightarrow AC \parallel LM$
 (т.к. $KX \parallel AC$)

Итак, $AC \parallel LM \Rightarrow \angle MLC = \angle LCA = \angle LCM \Rightarrow LM = MC$
 (из параллельности) (т.к. CL - биссектриса)

По LM - медиана в $\triangle BLC$ и $LM = MC = MB \Rightarrow \triangle BLC$ - прямоугольный
 ($\angle L = 90^\circ$) $\Rightarrow \triangle ABC$ - равнобедренный ($AC = BC$), т.к. CL - высота и биссектриса.



$\angle ANM = 90^\circ$, т.к. N - на Ω с диаметром AM .
 BH - высота, $BH \parallel MN$ и M - середина $BC \Rightarrow$
 MN - средняя линия $\triangle BHC \Rightarrow N$ - середина CH
 $AB = 6$ и $AN = 5$ из условия
 Пусть $NC = x \Rightarrow HN = NC = x$
 и $AH = AN - HN = 5 - x$
 $BC = AC = 5 + x$

Теперь по т. Пифагора в $\triangle ABH$ и $\triangle CBH$: $\begin{cases} BH^2 = BC^2 - HC^2 = (5+x)^2 - (2x)^2 \\ BH^2 = AB^2 - AH^2 = 6^2 - (5-x)^2 \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow (5+x)^2 - (2x)^2 = 6^2 - (5-x)^2 \Rightarrow 25 + 10x + x^2 - 4x^2 = 36 - 25 + 10x - x^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 25 - 36 + 25 = 4x^2 - x^2 - x^2 \Rightarrow 14 = 2x^2 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = \sqrt{7} \Rightarrow AC = BC = 5 + \sqrt{7}$
 Ответ: $5 + \sqrt{7}$; $5 + \sqrt{7}$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

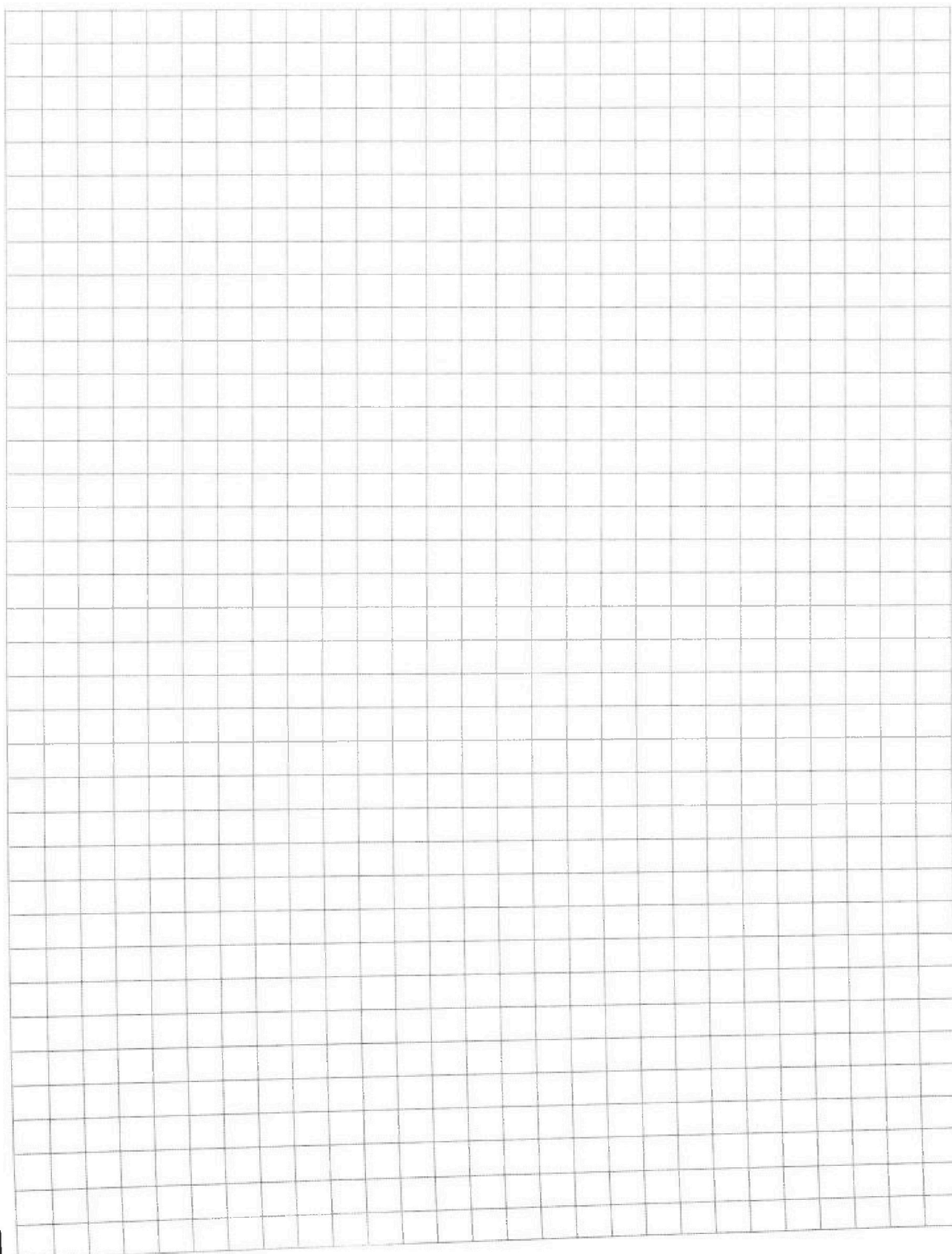


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

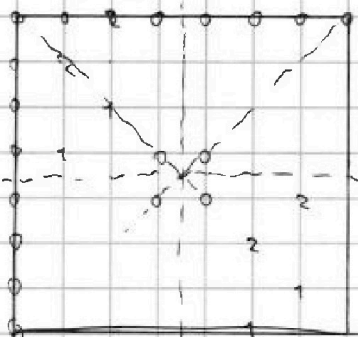


1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



64 точек

$$20. \Rightarrow 62 \text{ ч.}$$

$$C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$$

$$1) C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 4 \cdot 30 = 120$$

2) 8 точек

$$2.1) 8 \text{ сос. } 16^2 = 256$$

$$2.2) \frac{16^2}{2} = \frac{256}{2} = 128$$

$$\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$$

$$16 + 120 = 136$$

512

$$\frac{256 \cdot 28}{2} = \frac{256 + 16}{2}$$

$$256 - 16 = 240$$

$$240 / 2 = 120$$

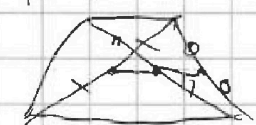
35

$$56 \cdot 64 = 3584$$

$$48 \cdot 64$$

$$\frac{32 \cdot 16}{2} = 256$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ + 48 \\ \hline 560 \\ + 32 \\ \hline 592 \\ + 16 \\ \hline 608 \end{array}$$



ΩAM
 ωCL

$$AB = 6$$

$$AN = 5$$

$$PQ \perp AC \Rightarrow O, Q \parallel AC$$

$$\Rightarrow LM \parallel AC$$

$$LM = MC = BM$$

(BLNC)

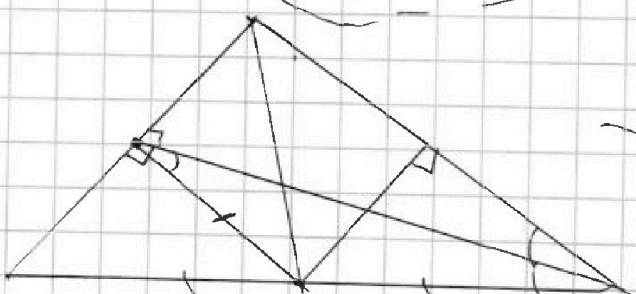
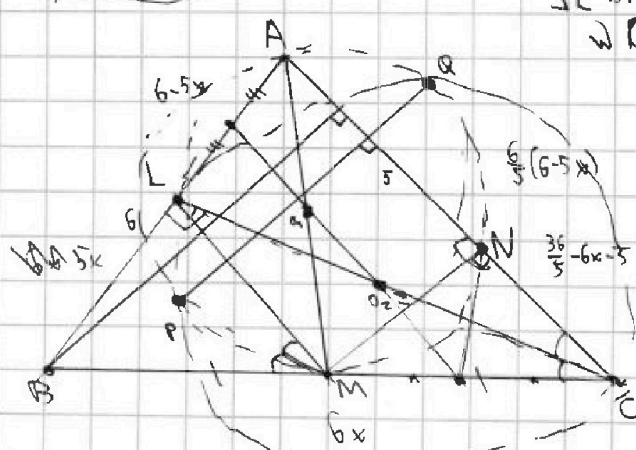
$$AL \cdot AB = AN \cdot AC$$

$$\frac{AL}{AN} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{6x}{5(6-5x)} = 6x$$

$$\frac{36}{5} = 12x \Rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$AC = \frac{18}{5} = AC$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$2x^5 + \sqrt{3x} + 4x^2 = 2y^5 + \sqrt{3y} + 4y^2 = f(x) = f(y)$$

$$(x; y) \Rightarrow (y; x) \Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-y-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad x=y$$

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$-6 \leq 2x-3y \leq 6$$

$$-6 \leq 2x \leq 6+3y$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4$$

$$-3+\frac{2}{3}y \leq x \leq 3+\frac{2}{3}y$$

$$-4+2y \leq 3x \leq 4+2y$$

$$-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}y \leq x \leq \frac{4}{3}+\frac{2}{3}y$$

$$(1) \quad (2 \quad -3) \Rightarrow (2 \quad 1)$$

$$(2) \quad (3 \quad -2) \Rightarrow (10 \quad 5)$$

$$(1 \quad 1) = (2) - (1)$$

$$-4 \leq 3x-2y \leq 4$$

$$-32 \leq 24x-16y \leq 32$$

$$-6 \leq 3y-2x \leq 6$$

$$-42 \leq 21y-14x \leq 42$$

$$-10 \leq x+y \leq 10$$

$$-24 \leq 10x+5y \leq 24$$

$$(10 \quad 5) = (2) + 7(1) = 8(2) - 7(1)$$

$$2x-3y = 6 \quad x = \frac{6+3y}{2}$$

$$10x+5y = -2 \cdot 24 - 26 = -48-26 = -74$$

$$3x-2y = -4$$

$$x = \frac{6+3 \cdot \frac{3 \cdot 26}{2}}{2} = \frac{15-39}{5} = -\frac{24}{5}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$3(6+3y)-4y = -8$$

$$18+9y-4y-8=0$$

$$5y = -10$$

$$y = -\frac{26}{5}$$

или

$$a-b+5=2ab$$

или

$$\sqrt{x+4} + 5 = (2\sqrt{x+4} + 1)\sqrt{3-x}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$x^2(x^2+4x+4) + 4x(x^2+4x+4) - 2(x^2+4x+4)$$

$$2x^4 + 2x^3 = 9$$

$$2x^4 + 2x^3 = 9 + 24 = -15 \quad k = -8,5$$

$$x=1: 0, 2, 5, -6$$

$$x=0: 12, 0, -6$$

$$x=-1: 24, 9, -6$$

$$x=-2: 36, 16, -24$$

$$x=-3: 54, 27, -54$$

$$x=-4: 64, 32, -64$$

$$x=-5: 62, 25, -50$$

$$x=-6: 36, 16, -24$$

$$x=-7: 98, 49, -98$$

$$x=-8: 128, 64, -128$$

$$x=-9: 162, 81, -162$$

$$x=-10: 200, 100, -200$$

$$x=-11: 242, 121, -242$$

$$x=-12: 288, 144, -288$$

$$x=-13: 338, 169, -338$$

$$x=-14: 392, 196, -392$$

$$x=-15: 450, 225, -450$$

$$x=-16: 512, 256, -512$$

$$x=-17: 578, 289, -578$$

$$x=-18: 648, 324, -648$$

$$x=-19: 722, 361, -722$$

$$x=-20: 800, 400, -800$$

$$x=-21: 882, 441, -882$$

$$x=-22: 968, 484, -968$$

$$x=-23: 1058, 529, -1058$$

$$x=-24: 1152, 576, -1152$$

$$x=-25: 1250, 625, -1250$$

$$x=-26: 1352, 676, -1352$$

$$x=-27: 1458, 729, -1458$$

$$x=-28: 1568, 784, -1568$$

$$x=-29: 1682, 841, -1682$$

$$x=-30: 1800, 900, -1800$$

$$x=-31: 1922, 961, -1922$$

$$x=-32: 2048, 1024, -2048$$

$$x=-33: 2178, 1089, -2178$$

$$x=-34: 2312, 1156, -2312$$

$$x=-35: 2450, 1225, -2450$$

$$x=-36: 2592, 1296, -2592$$

$$x=-37: 2738, 1369, -2738$$

$$x=-38: 2888, 1444, -2888$$

$$x=-39: 3042, 1521, -3042$$

$$x=-40: 3200, 1600, -3200$$

$$x=-41: 3362, 1681, -3362$$

$$x=-42: 3528, 1764, -3528$$

$$x=-43: 3698, 1849, -3698$$

$$x=-44: 3872, 1936, -3872$$

$$x=-45: 4050, 2025, -4050$$

$$x=-46: 4232, 2116, -4232$$

$$x=-47: 4418, 2209, -4418$$

$$x=-48: 4608, 2304, -4608$$

$$x=-49: 4802, 2401, -4802$$

$$x=-50: 5000, 2500, -5000$$

$$x=-51: 5202, 2601, -5202$$

$$x=-52: 5408, 2704, -5408$$

$$x=-53: 5618, 2809, -5618$$

$$x=-54: 5832, 2916, -5832$$

$$x=-55: 6050, 3025, -6050$$

$$x=-56: 6272, 3136, -6272$$

$$x=-57: 6498, 3249, -6498$$

$$x=-58: 6728, 3364, -6728$$

$$x=-59: 6962, 3481, -6962$$

$$x=-60: 7200, 3600, -7200$$

$$x=-61: 7442, 3721, -7442$$

$$x=-62: 7688, 3844, -7688$$

$$x=-63: 7938, 3969, -7938$$

$$x=-64: 8192, 4096, -8192$$

$$x=-65: 8450, 4225, -8450$$

$$x=-66: 8712, 4356, -8712$$

$$x=-67: 8978, 4489, -8978$$

$$x=-68: 9248, 4624, -9248$$

$$x=-69: 9522, 4761, -9522$$

$$x=-70: 9800, 4900, -9800$$

$$x=-71: 10082, 5041, -10082$$

$$x=-72: 10368, 5184, -10368$$

$$x=-73: 10658, 5329, -10658$$

$$x=-74: 10952, 5476, -10952$$

$$x=-75: 11250, 5625, -11250$$

$$x=-76: 11552, 5776, -11552$$

$$x=-77: 11858, 5929, -11858$$

$$x=-78: 12168, 6084, -12168$$

$$x=-79: 12482, 6241, -12482$$

$$x=-80: 12800, 6400, -12800$$

$$x=-81: 13122, 6561, -13122$$

$$x=-82: 13448, 6724, -13448$$

$$x=-83: 13778, 6889, -13778$$

$$x=-84: 14112, 7056, -14112$$

$$x=-85: 14450, 7225, -14450$$

$$x=-86: 14792, 7396, -14792$$

$$x=-87: 15138, 7569, -15138$$

$$x=-88: 15488, 7744, -15488$$

$$x=-89: 15842, 7921, -15842$$

$$x=-90: 16200, 8100, -16200$$

$$x=-91: 16562, 8281, -16562$$

$$x=-92: 16928, 8464, -16928$$

$$x=-93: 17298, 8649, -17298$$

$$x=-94: 17672, 8836, -17672$$

$$x=-95: 18050, 9025, -18050$$

$$x=-96: 18432, 9216, -18432$$

$$x=-97: 18818, 9409, -18818$$

$$x=-98: 19208, 9604, -19208$$

$$x=-99: 19602, 9801, -19602$$

$$x=-100: 20000, 10000, -20000$$

$$x=-101: 20402, 10201, -20402$$

$$x=-102: 20808, 10404, -20808$$

$$x=-103: 21218, 10609, -21218$$

$$x=-104: 21632, 10816, -21632$$

$$x=-105: 22050, 11025, -22050$$

$$x=-106: 22472, 11236, -22472$$

$$x=-107: 22898, 11449, -22898$$

$$x=-108: 23328, 11664, -23328$$

$$x=-109: 23762, 11881, -23762$$

$$x=-110: 24200, 12100, -24200$$

$$x=-111: 24642, 12321, -24642$$

$$x=-112: 25088, 12544, -25088$$

$$x=-113: 25538, 12769, -25538$$

$$x=-114: 25992, 12996, -25992$$

$$x=-115: 26450, 13225, -26450$$

$$x=-116: 26912, 13456, -26912$$

$$x=-117: 27378, 13689, -27378$$

$$x=-118: 27848, 13924, -27848$$

$$x=-119: 28322, 14161, -28322$$

$$x=-120: 28800, 14400, -28800$$

$$x=-121: 29282, 14641, -29282$$

$$x=-122: 29768, 14884, -29768$$

$$x=-123: 30258, 15129, -30258$$

$$x=-124: 30752, 15376, -30752$$

$$x=-125: 31250, 15625, -31250$$

$$x=-126: 31752, 15876, -31752$$

$$x=-127: 32258, 16129, -32258$$

$$x=-128: 32768, 16384, -32768$$

$$x=-129: 33282, 16641, -33282$$

$$x=-130: 33800, 16900, -33800$$

$$x=-131: 34322, 17161, -34322$$

$$x=-132: 34848, 17424, -34848$$

$$x=-133: 35378, 17689, -35378$$

$$x=-134: 35912, 17956, -35912$$

$$x=-135: 36450, 18225, -36450$$

$$x=-136: 36992, 18496, -36992$$

$$x=-137: 37538, 18769, -37538$$

$$x=-138: 38088, 19044, -38088$$

$$x=-139: 38642, 19321, -38642$$

$$x=-140: 39200, 19600, -39200$$

$$x=-141: 39762, 19881, -39762$$

$$x=-142: 40328, 20164, -40328$$

$$x=-143: 40898, 20449, -40898$$

$$x=-144: 41472, 20736, -41472$$

$$x=-145: 42050, 21025, -42050$$

$$x=-146: 42632, 21316, -42632$$

$$x=-147: 43218, 21609, -43218$$

$$x=-148: 43808, 21904, -43808$$

$$x=-149: 44402, 22201, -44402$$

$$x=-150: 45000, 22500, -45000$$

$$x=-151: 45602, 22801, -45602$$

$$x=-152: 46208, 23104, -46208$$

$$x=-153: 46818, 23409, -46818$$

$$x=-154: 47432, 23716, -47432$$

$$x=-155: 48050, 24025, -48050$$

$$x=-156: 48672, 24336, -48672$$

$$x=-157: 49298, 24649, -49298$$

$$x=-158: 49928, 24964, -49928$$

$$x=-159: 50562, 25281, -50562$$

$$x=-160: 51200, 25600, -51200$$

$$x=-161: 51842, 25921, -51842$$

$$x=-162: 52488, 26244, -52488$$

$$x=-163: 53138, 26569, -53138$$

$$x=-164: 53792, 26896, -53792$$

$$x=-165: 54450, 27225, -54450$$

$$x=-166: 55112, 27556, -55112$$

$$x=-167: 55778, 27889, -55778$$

$$x=-168: 56448, 28224, -56448$$

$$x=-169: 57122, 28561, -57122$$

$$x=-170: 57800, 28900, -57$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{cases} 12x - 3y \leq 6 \\ 13x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \geq 3y \\ 3x \geq 2y \\ x \geq \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{2}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \leq 6 + 3y \\ 7x \leq 4 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 3 + \frac{3}{2}y \\ x \leq \frac{4}{7} + \frac{2}{7}y \end{cases}$$

$$\min(10x + 5y)$$

$$(m, n) \in \mathbb{N}$$

$$\frac{3+4+5+5+4+9+6}{20} = \frac{36}{20} = 1.8$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2m^4 = mn(m-2n-2)$$

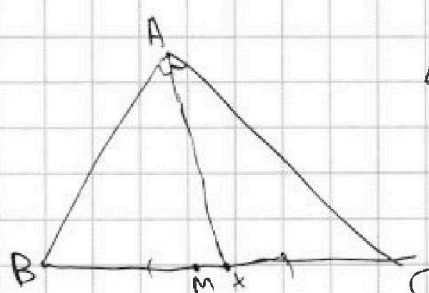
$$77p^2, 15q^2$$

p, q - простые

$$\begin{cases} m-2n > 1 \\ m \geq 1+2n \\ m > 2n \end{cases}$$

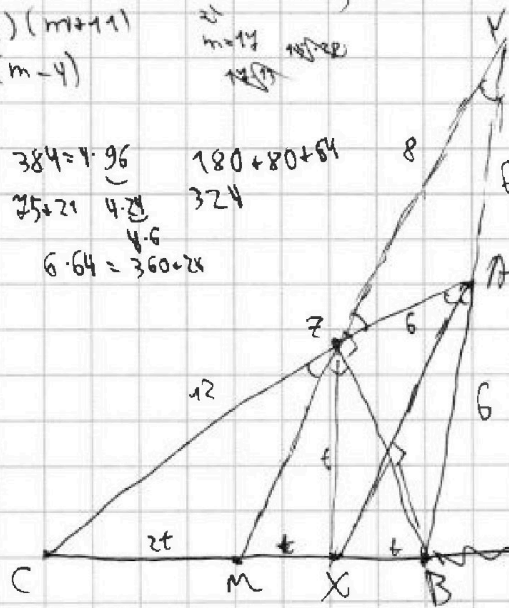
$$\begin{cases} n=1: A=(m-2)(m+11) \\ n=4: B=m(m-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=6: 4 \cdot 11 = 44 \\ n=14: 14 \cdot 11 = 154 \end{cases}$$

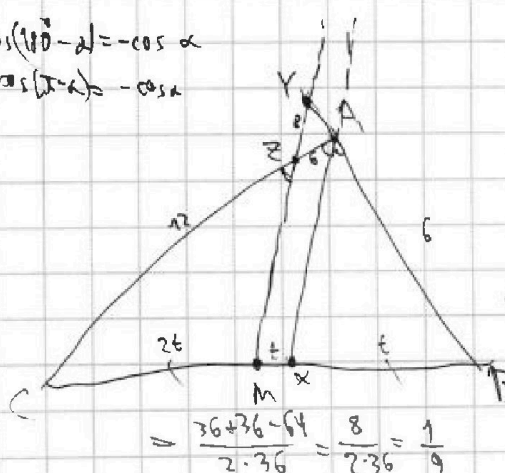


$$\begin{aligned} 384 &= 4 \cdot 96 \\ 25+21 &= 46 \\ 6 \cdot 64 &= 384 \end{aligned}$$

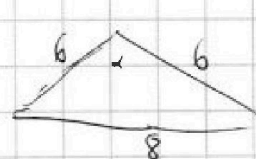
$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \\ BC &=? \end{aligned}$$



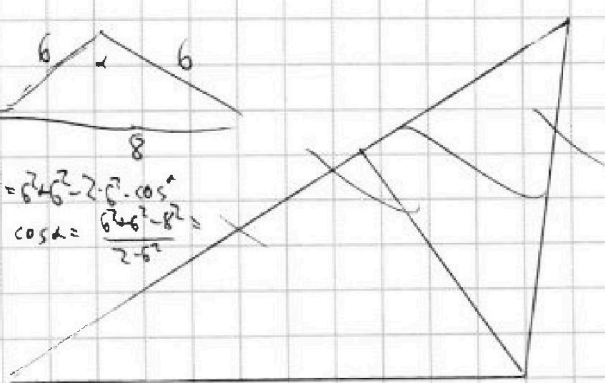
$$\begin{aligned} \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha \end{aligned}$$



$$= \frac{36+36-64}{2 \cdot 36} = \frac{8}{2 \cdot 36} = \frac{1}{9}$$



$$\begin{aligned} p^2 &= 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{6^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 6^2} \end{aligned}$$



$$BC^2 = 18^2 + 6^2 - 2 \cdot 18 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 18^2 + 6^2 + 24 = 384$$

$$360 - 24 = 336$$

$$\begin{aligned} 180 \\ + 144 \\ \hline 324 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$$

$$324 + 36 + 24 = 384$$

$$\begin{aligned} 180 \\ + 144 \\ + 24 \\ \hline 348 \end{aligned}$$