



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[3]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[3]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

Пусть  $a$  — первый член прогрессии,  $d$  — её разность. Перепишем условие задачи:

$$\begin{cases} a + 4d = 6x + 18 & (1) \\ a + 6d = (x^2 - 4x)^2 & (2) \\ a + 10d = -3x^2 & (3) \end{cases}$$

Вычтем из 2-ой ур-я 1-ое  $a$  из 3-ей 2-ое:

$$\begin{cases} 2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 \\ 4d = -3x^2 - \overset{(2)-(1)}{(x^2 - 4x)^2} \end{cases}$$

Допишем (2) — (1) на два  $a$  и приравняем правые части обеих ур-в системы:

$$\begin{aligned} 2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 &= -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 \\ 3(x^2 - 4x)^2 &= -3x^2 + 12x + 36 \quad | :3 \\ (x^2 - 4x)^2 &= -x^2 + 4x + 12 \\ (x^2 - 4x)^2 + (x^2 - 4x) - 12 &= 0 \end{aligned}$$

Пусть  $t = x^2 - 4x$ :

$$\begin{aligned} t^2 + t - 12 &= 0 \\ t &= -4; 3 \end{aligned}$$

Вернёмся к  $x$ :

$$\begin{cases} x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = 0 & (1) \\ x^2 - 4x - 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

Корни 1-ой ур-я Корень 1-ой ур-я:

$x = 2$ , корни 2-ой ур-я:  $x = 2 \pm \sqrt{7}$

Ответ:  $2; 2 - \sqrt{7}; 2 + \sqrt{7}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 & (1) \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 & (2) \end{cases}$$

~~Сложим 1-ое нер-во, домноженное на 4, со 2-ым нер-вом, домноженным на 3, и 1-ое нер-во, домноженное на (-3), со 2-ым нер-вом, домноженным на (-4):~~

~~$$\begin{cases} -48 \leq 7x \leq 48 & 4 \cdot (1) + 3 \cdot (2) \\ -50 \leq -7y \leq 50 & (-3) \cdot (1) + 4 \cdot (2) \end{cases}$$~~

$$\begin{cases} -48 \leq 7x \leq 48 & 4 \cdot (1) - 3 \cdot (2) \quad | \cdot 2 \\ -50 \leq 7y \leq 50 & 3 \cdot (1) - 4 \cdot (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -96 \leq 14x \leq 96 \\ -50 \leq 7y \leq 50 \end{cases}$$

---

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$$

Наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  равно  $(-146)$  и достигается, к примеру, при

$$x = -\frac{48}{7}, \quad y = -\frac{50}{7}$$

Ответ:  $-146$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d) \begin{cases} A = 3d^2 \\ B = 13r^2 \end{cases} : \text{ если } d > 3, \text{ то } d \equiv \pm 1 \pmod{6}, \\ \text{тогда } d^2 \equiv 1 \pmod{6}, 3d^2 \equiv 3 \pmod{6} \quad (*)$$

Из л. а) мы выясним, что  $A \equiv 0 \pmod{6}$   
или  $A \equiv 4 \pmod{6}$ . Это противоречит  
(\*)  $\Rightarrow$  исконых  $m, n$  нет.

$$d = 2: A = 3d^2 = 12$$

Обозначим  $(m-n)$  за  $t$ .

$$A = t(t+d) = 12$$
$$t^2 + dt - 12 = 0$$

Целых корней нет

$\Downarrow$   
исконых  $m, n$  нет

$$d = 3: A = 3d^2 = 27$$

Обозначим  $(m-n)$  за  $t$

$$A = t(t+d) = 27$$
$$t^2 + dt - 27 = 0$$

Целых корней нет

$\Downarrow$   
исконых  $m, n$  нет

Ответ: (7, 3).





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$A = m^2 - 2ml + l^2 + 9m - 9l = (m-l)(m-l+9)$$

$$B = m^2 l - ml^2 + 3ml = ml(m-l+3)$$

a)  $\begin{cases} A = 13r^2 \\ B = 3q^2 \end{cases}$  : если  $r > 3$ , то  $r \equiv \pm 1 \pmod{6}$ ,  
тогда  $r^2 \equiv 1 \pmod{6}$ ,  $13r^2 \equiv 7 \pmod{6}$ .  
Рассмотрим остатки от деления  $A$  на  $6$ : (\*)

$m-l \pmod{6}$	$A \pmod{6}$
0	0
1	4
2	4
3	0
4	4
5	4

Получаем, что  $A \equiv 0 \pmod{6}$  или  $A \equiv 4 \pmod{6}$ , что противоречит (\*). Таким образом, при  $r > 3$  искомого  $m$  и  $l$  нет.

$$r = 2: A = 13r^2 = 52$$

Обозначим  $(m-l)$  за  $t$ .

$$A = t(t+9) = 52$$

$$t^2 + 9t - 52 = 0$$

$$t = -13; 4$$

Вернемся к  $(m-l)$ :

$$\begin{cases} m-l = -13 \\ m-l = 4 \end{cases}$$

$$m-l = -13:$$

$$B = ml(m-l+3) =$$

$$3q^2 = -10ml$$

$$q^2 = -\frac{10}{3}ml$$

Противоречие!

$$m-l = 4: B = ml(m-l+3) =$$

$$7ml = 3q^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подставим вместо  $m$   $(n+4)$ :

$$7n(n+4) = 3q^2$$

$$7n^2 + 28n + 3q^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 196 + 21q^2 \geq 0$$

$\frac{D}{4}$  должен быть полным

$$q^2 \leq \frac{196}{21} \Rightarrow q^2 \leq 9$$

Квадратом, иначе  $n \notin \mathbb{N}$

$$q \in \{2, 3\}$$

~~$q=2$ :  $\frac{D}{4} = 196 - 21 \cdot 4 = 196 - 84 = 112$  — не полный квадрат, тогда  $n \notin \mathbb{N}$ , что противоречит условию~~

~~$$q=3$$
:  $\frac{D}{4} = 196 - 21 \cdot 9 =$~~

$$n = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 21q^2}}{7}$$

Числитель дроби должен делиться на

$$7 \Rightarrow \sqrt{196 + 21q^2} : 7 \Rightarrow 196 + 21q^2 :$$

$$q=7$$
:  $\frac{D}{4} = 1225 = 35^2$

$$n = \frac{-14 \pm 35}{7} = -7, 3 \Rightarrow m = n+4 = 7$$

$$(m, n) = (7, 3)$$

$$n=3$$
:  $A = 13n^2 = 117$

Обозначим  $(m-n)$  за  $t$

$$A = t(t+9) = 117$$

$$t^2 + 9t - 117 = 0 \quad D = 84$$

Целых корней нет  $\Rightarrow$  искомого  $m, n$  нет.



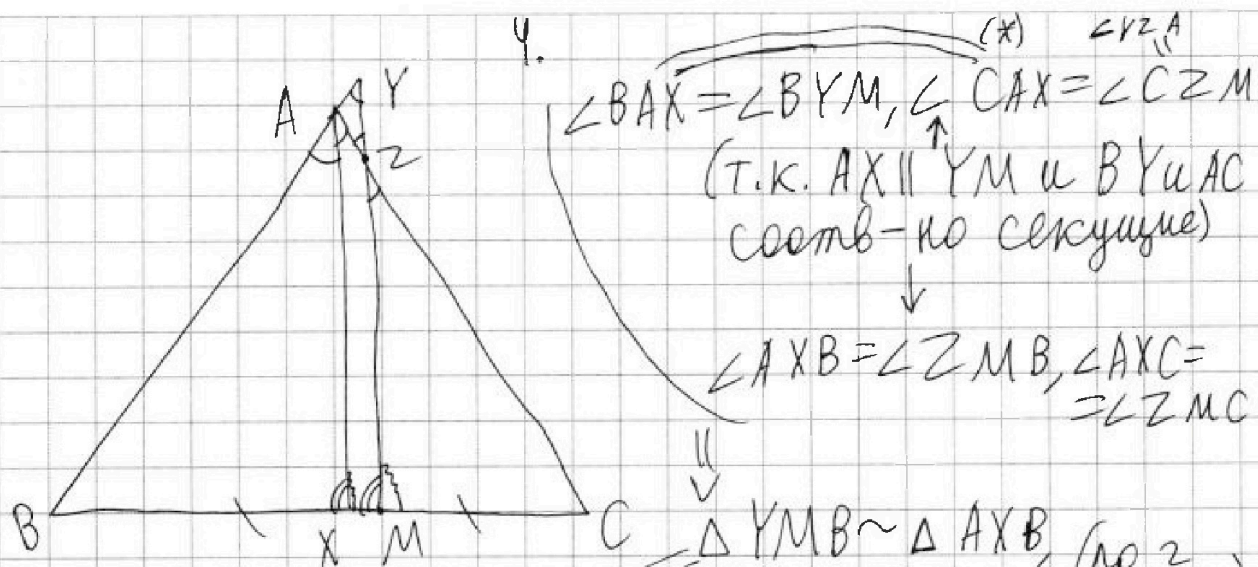


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



(\*)  $\angle BAX = \angle BYM, \angle CAZ = \angle CZM$   
(т.к.  $AX \parallel YM$  и  $BY \parallel AC$   
соотв-но секущие)

$\angle AXB = \angle ZMB, \angle AXC = \angle ZMC$

$\Delta YMB \sim \Delta AXB$  (по 2 углам)  
 $\Delta AXC \sim \Delta ZMC$

$$\frac{YM}{AX} = \frac{MB}{XB} = \frac{YB}{AB}$$

$$\frac{AX}{ZM} = \frac{XC}{MC} = \frac{AC}{ZC}$$

По условию  $AC = 12, AZ = 3, YZ = 4$

$$\Downarrow$$

$$CZ = 9$$

Из (\*)  $\Delta ZAY$  равнобедренный  $\Rightarrow AY = AZ = 3$

Подставим числа в полученные рав-ва:

$$(1) \frac{MY}{AX} = \frac{BM}{BX} = \frac{BY}{AB}, \quad \frac{AX}{ZM} = \frac{CX}{CM} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{12}{CX} = \frac{AB}{BX} = \frac{BY}{BM}$$

$$\uparrow CM = BM \Rightarrow CX = \frac{4}{3} BM$$

$$\frac{9}{BM} = \frac{BY}{BM}$$

$BY = 9 \Rightarrow AB = 6$   
 $\uparrow$   
т.к.  $AY = 3$

$$\frac{12}{CX} = \frac{6}{BX} \Rightarrow \frac{BX}{CX} = \frac{1}{2} \quad (I)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Уз (1)  $\frac{MY}{AX} = \frac{BY}{AB} = \frac{3}{2}$ ,  $MY = MZ + ZY = MZ +$

Уз (2)  $\frac{AX}{ZM} = \frac{4}{3}$ . Переносим поученные

рав-ва:  $\frac{MY}{ZM} = 2$ .  $MY = MZ + ZY = MZ + 4$ .

$$MZ + 4 = 2MZ$$

$$MZ = 4, MY = 8$$

$$\Downarrow$$

$$AX = \frac{16}{3}$$

По формуле квадрата длины бисс-сы в

$$\triangle ABC \quad AX^2 = AB \cdot AC - BX \cdot CX = 72 - BX \cdot CX$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{256}{9}$$

$$\Downarrow$$

$$BX \cdot CX = \frac{392}{9} \quad (II)$$

Уз (I) и (II) получаем систему:

$$\begin{cases} \frac{BX}{CX} = \frac{1}{2} \quad (I) \\ BX \cdot CX = \frac{392}{9} \quad (II) \end{cases} \Rightarrow BX = \frac{14}{3}, CX = \frac{28}{3}$$

$$BC = BX + CX = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$[-6; 5]$ . Решения совокупности:  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$ ;  
 $\frac{-1 \pm \sqrt{72}}{2}$ .

1)  $\frac{-1 - \sqrt{117}}{2} \vee -6$   
 $-\sqrt{117} \vee -11$   
 "v" есть " $>$ "

$\frac{-1 - \sqrt{117}}{2} \vee 5$   
 $-\sqrt{117} \vee 11$   
 "v" есть " $<$ "

2)  $\frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \vee -6$   
 $\sqrt{117} \vee -11$   
 "v" есть " $>$ "

~~$\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$  не ответ~~

$\frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \vee 5$   
 $\sqrt{117} \vee 11$   
 "v" есть " $<$ "

3)  $\frac{-1 - \sqrt{72}}{2} \vee -6$   
 $-\sqrt{72} \vee -11$   
 "v" есть " $>$ "

$\frac{-1 - \sqrt{72}}{2} \vee 5$   
 $-\sqrt{72} \vee 11$   
 "v" есть " $<$ "

4)  $\frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \vee -6$   
 $\sqrt{72} \vee -11$   
 "v" есть " $>$ "

$\frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \vee 5$   
 $\sqrt{72} \vee 11$   
 "v" есть " $<$ "

Ответ:  $\left( \frac{-1 - \sqrt{117}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \right)$ ;  
 $\left( \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}, -1 + \sqrt{72} \right)$

Не забудем, что из 2-ого ур-я  $x \geq 0$ ,  
 поэтому остаются  $\frac{-1 + \sqrt{117}}{2}$  и  $\frac{-1 + \sqrt{72}}{2}$ .

Ответ:  $\left( \frac{-1 + \sqrt{117}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{117}}{2} \right)$ ,  $\left( \frac{-1 + \sqrt{72}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{72}}{2} \right)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим переписанное 2-ое ур-е:

$$4x^4 + 5\sqrt[4]{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$$

Введём функцию  $f(t) = 4t^4 + 5\sqrt[4]{t} + t$ .

~~f~~ возрастает строго возрастает на

$D(f) = \mathbb{R}_0^+$  как сумма возраст. ф-ий  $4t^4$ ,  $5\sqrt[4]{t}$  и  $t$ . 2-ое ур-е по сути означает, что  $f(x) = f(y)$ . Из доказанного следует, что  $x = y$ . Подставим вместо  $x$  в 1-ое ур-е:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

Область  
определения  
ур-я:  $[-6; 5]$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x-x^2} - 5 \quad | \cdot 2$$

$$x+6 - 2\sqrt{(x+6)(5-x)} + 5-x = 4(30-x-x^2) - 20\sqrt{30-x-x^2} + 25$$

$$\text{Пусть } t = \sqrt{30-x-x^2}$$

$$11 - 2t = 4t^2 - 20t + 25$$

$$4t^2 - 18t + 14 = 0 \quad | : 2$$

$$2t^2 - 9t + 7 = 0$$

$$t = 1; \frac{7}{2}$$

$$D_1 = 117 > 0$$

Вернёмся к  $x$ :

$$\begin{cases} \sqrt{30-x-x^2} = 1 \\ \sqrt{30-x-x^2} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x - 29 = 0 \\ x^2 + x - \frac{71}{4} = 0 \end{cases} \leftarrow D_2 = 71 > 0$$

Среди всех решений совокупности найдём принадлежащие области определения ур-я, т.е.



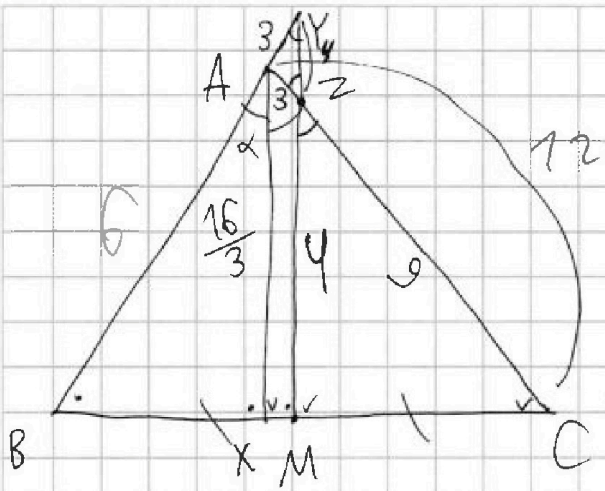


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{12} = \frac{BX}{CX}$$

$$16 = 18 + 18 \cos 2\alpha$$

$$-\frac{1}{9} = \cos 2\alpha =$$

$$= 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$-1 = 2 - 18 \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{10}{18}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{1}{3} \sqrt{5}$$

$$3 + AB = 4 + 2M$$

$$AB = 2M + 1$$

$$\triangle AXC \sim \triangle ZMC \quad \triangle BYM \sim \triangle BAX$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{BM}{BX} = \frac{BY}{BA}$$

$$= 1 + \frac{3}{BA}$$

$$72 \cdot \frac{1}{9} = 63011$$

$$648 - 256 = 392$$

$$\frac{CX}{BM}$$

$$\frac{BX}{CX} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AB}{BX} = \frac{BY}{BM}$$

$$\frac{6}{BX} = \frac{9}{BM}$$

$$72 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$\frac{256}{9} = 72 - BX \cdot CX \quad \frac{AX}{ZM} = \frac{4}{3}$$

$$360 + 18 = 378 - 256$$

$$12 : \frac{4}{3} BM =$$

$$= \frac{9}{BM}$$

$$C_2$$

$$BX \cdot CX = \frac{72 \cdot 9 - 256}{9} = ZM$$

$$= \frac{122}{9} \quad \frac{MY}{AX} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{MY}{ZM} = 2$$

$$x, y$$

$$y - x, y$$

$$y - x, y - y$$

$$x, y - y$$

$$\sqrt{61}$$

$$34 \cdot C_2$$

$$BX = \frac{\sqrt{61}}{3}$$

$$CX = \frac{2\sqrt{61}}{3}$$

$$\frac{392}{19} \cdot \frac{2}{126}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)(m-n+2), B = mn(m-n+3)$$

$$1) A = 13n^2, B = 3q^2: 13n^2 \equiv 1 \pmod{6} \quad (n > 3)$$

$$t(t+2) \equiv 0 \pmod{4}$$

$$n=2: 13n^2 = 52$$

$$t^2 + 2t - 52 = 0$$

$$t = -13; 4$$

$$n=3: t^2 + 2t - 117 = 0$$

$$t \in \emptyset$$

$$\begin{array}{r} 1225 \overline{) 25} \\ -100 \\ \hline 225 \\ -180 \\ \hline 45 \\ -45 \\ \hline 0 \end{array}$$

t	t(t+2)
0	0
1	3
2	8
3	15
4	24
5	35

q=1  
2  
3  
4  
5

$$3q^2 \equiv 3 \pmod{6} \quad (q > 3)$$

$$\begin{array}{r} 126 \overline{) 16} \\ -33 \\ \hline 98 \\ -66 \\ \hline 32 \\ -21 \\ \hline 11 \\ -7 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$4 + 5q^2$$

$$126 + 21q^2$$

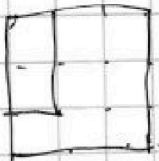
$$81 + 48 = 129$$

$$2) A = 3q^2, B = 13n^2$$

$$q=2: t^2 + 2t - 12 = 0$$

$$q=3: t^2 + 2t - 27 = 0$$

2, 3, 5, 7



$$196 - 28 \cdot 3q^2 = 81 + 68 = 149$$

$$7n(n+4) = 7n^2 + 28n = 3q^2$$

$$q^2 \leq \frac{196}{3} = 65, \dots$$

$$q^2 \leq 65$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a + 4d &= 6x + 18 \\ a + 6d &= (x^2 - 4x)^2 \\ a + 10d &= -3x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x)^2 + 6x + 18 + \\ + 3x^2 &= a \\ x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 6x + \\ + 18 &= a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2(x-4)^2 - 3x^2 &= \\ = x^2(x-4)(x^2 - 8x + 13) & \quad \frac{-3(x^2 - 2x - 6)}{4d = -x^4} \end{aligned}$$

$$30, 16, -12$$

$$4d = -(x^2 - 4x)^2 - 3x^2$$

$$\begin{aligned} a + 10d &= (x^2 - 4x)^2 + 6x + 18 + 3x^2 + 10 \cdot \frac{-(x^2 - 4x)^2 - 3x^2}{-4x^4} \\ = a = 58 & \quad 12 - 6\sqrt{7} + 18 = 30 - 6\sqrt{7} \\ -3 \cdot (2 - \sqrt{7})^2 &= -42 \\ -3(11 - 4\sqrt{7}) &= -33 + 12\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3x^2 - 6x - 18 &= (x^2 - 4x)^2 - ((x^2 - 4x)^2 + \\ + 6x + 18) & \\ -42 + 12\sqrt{7} & \quad a = 30 - 6\sqrt{7} \\ a = 72 - 18\sqrt{7} & \\ 2d &= (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 \end{aligned}$$

$$t^2 - t - 12 = 0 \quad 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2$$

$$t = -3, 4$$

$$\begin{aligned} 2(x^2 - 4x)^2 - 12x - 36 &= \\ = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 & \end{aligned}$$

$$(x^2 - 4x)^2 = 4$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x - 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2 \pm \sqrt{6} \\ 2 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3(x^2 - 4x)^2 &= -3x^2 + 12x + 36 \\ (x^2 - 4x)^2 &= -x^2 + 4x + 12 \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

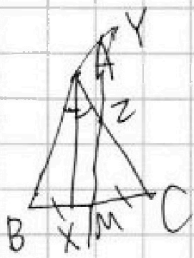
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad 14x + 7y \rightarrow \min \quad -1 \pm \sqrt{2}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \quad \begin{cases} \cdot 4 \\ \cdot 3 \end{cases} \quad \begin{cases} -24 \leq 16x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq 9x - 12y \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8 \leq 4y - 3x \leq 8 \\ -48 \leq 7x \leq 48 \end{cases} \quad \begin{cases} \cdot 4 \\ \cdot 2 \end{cases} \quad \begin{cases} -32 \leq 16y - 12x \leq 32 \\ -48 \leq 7x \leq 48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -50 \leq 7y \leq 50 \\ -146 \leq 14x + 7y \leq 146 \end{cases}$$



$$\sqrt{11+5} \geq L \geq \sqrt{6} + 5 \quad 0 \leq R \leq 2\sqrt{30+5} = 7(\sqrt{6} + \sqrt{5}) = 46.7$$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + em - en = (m-n)^2 + e(m-n)$$

$$\sqrt{11+5} = \sqrt{5} - (m-n)(m-n+e) \quad a-b+5 = ab+5$$

$$\begin{cases} B = m^2 - mn^2 + 3mn = m(m-n) + 3mn \\ a - 2b + 10 = 4ab \\ 2b(2a+1) = (2a+b+9) \end{cases} = mn(m-n+3)$$

$$1) \begin{cases} A = 13n^2 \\ B = 3n^2 \end{cases} \quad \begin{cases} n=2 \\ n=3 \end{cases} \quad \begin{cases} X=-6 \\ X=-5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4t^2 - 18t + 14 = 0 \quad 11 - 2\sqrt{\dots} = 4(\dots) - \frac{20}{125} \\ 81 - 56 = 4x^4 + 5\sqrt{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \\ 9 \pm 5 = \frac{x+y}{4} \quad a^2 + b^2 + 2ab = 4a^2b^2 \\ \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2} \quad 30-x-x^2 = 1 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

