



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть разность прогрессии равна a .

$$3x+3+2a=(x^2+2x)^2 \Rightarrow 4a=2(x^2+2x)^2-6x-6$$

$$(x^2+2x)^2+4a=3x^2 \Rightarrow 2a=4a=3x^2-(x^2+2x)^2$$

Значит $2(x^2+2x)^2-6x-6=3x^2-(x^2+2x)^2$

$$3x^2(x+2)^2-6x-6-3x^2=0$$

$$x^4+4x^3+4x^2-2x-2=0$$

$$x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0$$

Заметим, что $x=-1$ - корень. Разложим многочлен на скобки

$$(x+1)(x^3+3x^2-2)=0$$

$$(x+1)(x^2(x+1)+2(x^2-1))=0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$(x+1)^2(x+1-\sqrt{3})(x-1-\sqrt{3})=0$$

Итак 3 решения: $x=-1$, $x=-1-\sqrt{3}$; $x=-1+\sqrt{3}$.

Сделаем проверку:

$0 \frac{3}{2} - 1 - - - 3$ - подходит, это прогрессия с разностью $\frac{1}{2}$

$-3\sqrt{3} \frac{4}{2} - - - 12+6\sqrt{3}$ - подходит, это прогрессия с разностью $2+\frac{3}{2}\sqrt{3}$

$(-1-\sqrt{3})^2+2(-1-\sqrt{3})^2$

$(4+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3})^2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ -3 \leq x-3y \\ x-y \leq 1 \\ -1 \leq 3x-y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y \leq x+3 \\ 3x \leq y+1 \end{cases} \Rightarrow 2x+2y \leq 4 \Rightarrow x+y \leq 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y \leq x+3 \\ 3x \leq y+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y \leq x+3 \\ 3x \leq 1+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y \leq x+3 \\ 2x \leq 6+6y \end{cases} \Rightarrow 3x \leq 2+2y$$

$$\Downarrow \\ 3y+6x \leq 2y+x+5$$

$$\Downarrow \\ y+5x \leq 5$$

$$x+y \leq 2 \quad \text{и} \quad y+5x \leq 5$$

$$\Downarrow \\ 3x+3y \leq 6$$

$$\Downarrow \\ 4y+8x \leq 11$$

Оценка на 11.

Пример: $x = \frac{3}{4}; y = \frac{5}{4}$

Проверим условие:

$$\left| \frac{3}{4} - \frac{15}{4} \right| = |-3| \leq 3$$

$$\left| \frac{9}{4} - \frac{5}{4} \right| = 1 \leq 1$$

верно

$0+5=5$ - равенство тоже верно

Ответ: 11.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $A = 13\rho^2$ $B = 25q^2$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9) = 13\rho^2$$

$$m+n > m+n-9$$

Запишем все варианты

$m+n = 13\rho^2$	$m+n-9 = 1$	$13\rho^2 - 9 = 1$	$13\rho^2 = 10$ - нет
13ρ	ρ	$13\rho - 9 = \rho$	$12\rho = 9$ - нет
ρ^2	13	$\rho^2 - 9 = 13$	$\rho^2 = 22$ - нет
13	ρ^2	$13 - 9 = \rho^2$	$\rho = 2$ - ок
ρ	13ρ	- нецелое	
1	$13\rho^2$	- $1 < 13\rho^2$ нет	

Значит $\rho = 2$, $m+n = 13$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$mn(13-3) = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 \Rightarrow mn \cdot 10 = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2 \Rightarrow q = 2$$

$$mn = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$$

$$m = 13 - n \quad (13 - n)n = 30 \quad n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$(n-10)(n-3) = 0$$

$$\left. \begin{matrix} n=10, m=3 \\ m=3, n=10 \end{matrix} \right\}$$

Значит, если порядок m и n важен

- симметричные варианты, поэтому ответ $(3, 10)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь разберём случаи

$$A = 75q^2 \quad B = 13p^2$$

$$m(m+n-3) = 13p^2$$

Распишем случаи:

$m = 13p^2$	$n = 1$	$m+n-3=1$	$13p^2+1-3=1$	$13p^2=3$ - нет
$13p$	p	1	$14p-3=1$	$14p=4$ - нет
$13p$	1	p	$13p+1-3=p$	$12p=2$ - нет
13	p	p	$13p-3=p$	нет
13	p^2	1	$13+p^2-3=1$	нет
13	1	p^2	$14-3=p^2$	нет
p	$13p$	1	$14p-3=1$	нет
p	13	p	$13+p-3=p$	нет
p	p	13	$2p-3=13$	$p=8$ - нет
p	1	$13p$	$p+1-3=13p$	нет
1	$13p^2$	1	$1+13p^2-3=1$	нет
1	$13p$	p	$1+13p-3=p$	$12p=2$ - нет
1	13	p^2	$1+13-3=p^2$	$11=p^2$ - нет
1	p^2	13	$1+p^2-3=13$	$p^2=15$ - нет
1	p	$13p$	$1+p=13p+3$	нет
1	1	$13p^2$	$2-3=13p^2$	нет

Здесь нет правильных пар. Ответ: 1 пара

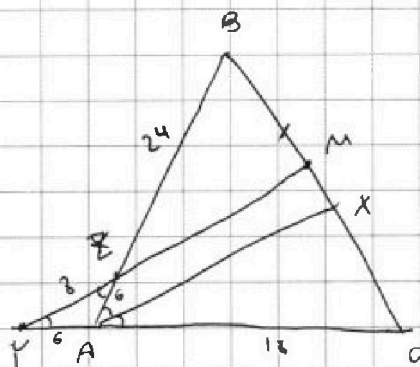


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AX - биссектриса

⊥

$$\angle BAX = \angle XAC$$

$$YZ \parallel AX \Rightarrow \angle YZA = \angle ZAX \text{ как противолежащие}$$

⊥

$$\angle MYA = \angle XAC$$

$$\angle XAC = \angle ZAX = \angle YZA = \angle MYA \Rightarrow \triangle YAZ \text{ - равноб.}$$

$$YA = ZA = 6.$$

По теореме Менелая для $\triangle ABC$ и секущей MY :

$$\frac{AY}{YC} \cdot \frac{CM}{BA} \cdot \frac{AZ}{ZA} = 1$$

$$\frac{6}{24} \cdot \frac{18}{24} = 1$$

$$18Z = 24$$

Запишем теорему косинусов для $\triangle YAZ$

$$8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6^2 \cdot \cos \angle YAZ \quad \cos \angle YAZ = 1 - \frac{8^2}{2 \cdot 6^2} = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

Запишем теорему косинусов для $\triangle ABC$

$$BC^2 = 30^2 + 18^2 - 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \cos \angle BAC = 30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \cos \angle YAZ$$

$$900 + 324 + 120 = 900 + 444 = 1344$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 13 \\ \hline 144 \\ 13 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$BC = \sqrt{1344} = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $a = \sqrt{x}$, $b = \sqrt{y}$. Перезапишем второе уравнение.

$$x \quad a^2 + 5a^4 - b = b^3 - a + 5b^4$$

$$a^2 - b^3 + 5(a^4 - b^4) + a - b = 0$$

$$(a-b)(a^2 + a^2b + \dots + b^2 + 5(a^3 + a^2b + \dots + b^3) + 1) = 0$$

$a, b \geq 0 \Rightarrow$ число b этой скобки неотриц.

Значит $a = b$

Отсюда: $x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow$ т.к. $a = b$, то $x = y$

$6 \geq y$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{6-x}$$

Пусть $c = \sqrt{x+1}$, $d = \sqrt{6-x}$

$$c^2 + d^2 = 7 \Rightarrow c = \sqrt{7-d^2}$$

$$c - d + 5 = 2cd \Rightarrow \sqrt{7-d^2} - d + 5 = 2\sqrt{7-d^2} \cdot d$$

$$\sqrt{7-d^2}(2d+1) = 5-d$$

$$(7-d^2)(4d^2-4d+1) = 25-10d+d^2$$

$$-4d^4 + 4d^3 - d^2 + 7 = 25 - 10d + d^2 \quad 26d^2 - 22d + 7 - 4d^4 + 4d^3 - d^2 = 25 - 10d + d^2$$

$$4d^4 - 4d^3 + 2d^2 - 10d + 18 = 0 \quad 4d^4 - 4d^3 - 26d^2 + 18d + 18 = 0$$

$$(d-3)(4d^3 - d^2 - 29d)$$

$$4 \cdot 3^4 - 4 \cdot 3^3 - 26 \cdot 9 + 54 + 18 = 324 - 108 - 234$$

$$0 \leq d \leq \sqrt{6}$$

$$+ 54 + 18 = 524 - 342 = 182$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Возьмём первую производную этой функции

$$16d^3 - 12d^2 - 52d + 18$$

$$7(2d^3 - 4d^2 - 26d + 9)$$

Возьмём вторую производную

$$24d^2 + 8d - 26 = 2(12d^2 + 4d + 13)$$

в 1 значении 10

в 2 значении -18

Значит есть корень между 1 и 2.

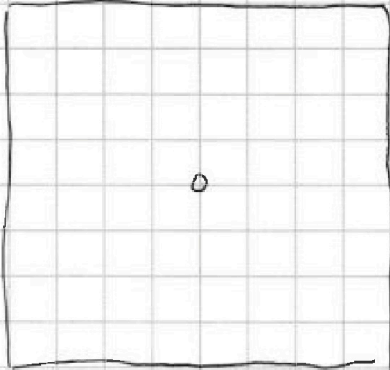
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

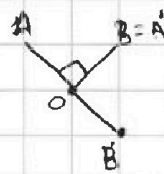
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Есть несколько видов расстановок.

Заметим, что при повороте на 90° расстановка не может перейти сама в себя, т.к.



Пусть поворот по часовой
O - центр гоки.

$\angle AOB = 90^\circ$, где A и B - гвн
белых узлов

если $A \rightarrow B$

Тогда $B \rightarrow B' \neq A$, т.к. $\angle B'OA = 270^\circ$

Если $A \rightarrow A$, то $A = O$, но B в таком смысле виде не перейдет

Т.е. расстановки можем перейти в себя только при повороте

на 180° . Т.е. гвн узла симметричны относительно центра.

Теперь подсчитаем. Всего узлов 31

1) Расстановки, где оба узла не центры, и они не симметричны

относительно центра $\frac{C_{30}^1 \cdot C_{28}^1}{2}$

2) Расстановки, где один белый узел - центр C_{30}^1

3) Расстановки, где два узла симметричны C_{30}^1

1-ый вид расстановки 1-ого вида дают при повороте другие расстановки.

2-ой вид тоже, 3-его дают группу только при повороте на 90° .

Т.е. всего вариантов

$$\frac{C_{30}^1 \cdot C_{28}^1}{2 \cdot 4} + \frac{C_{30}^1}{4} + \frac{C_{30}^1}{2} = 10 \cdot 78 + 20 + 40 = 780 + 60 = 840$$

О-вет: 850. 840



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4y + 8x$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &\leq 3y + 3 \\ x &\geq 3y - 3 \\ 3x &\leq 1 + y & y &\leq 3x - 1 \\ 3x &\geq y - 1 \end{aligned}$$

~~4y + 8x~~

$$\begin{aligned} 2y &= 2x + 1 \\ x &\leq 3 + 3y \\ 3x &\leq 1 + y \\ 2y &\leq 6x + 2 \\ y &\leq 3x + 1 \\ x &\leq 1 + 3y \\ 3x &\leq 1 + y \end{aligned}$$

$$4y + 8x = a$$

$$\left(\frac{m+n}{3} - 3\right) \left(\frac{m+n}{3}\right) = 13$$

$$\begin{aligned} \frac{m+n}{3} - 3 &= 1 \\ m+n &= 9 \\ \frac{m+n}{3} &= 13 \end{aligned}$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n-9)(m+n) = 13p^2$$

$$m(m+n-3) = 75q^2 = 5 \cdot 15q^2 = 5^2 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$\begin{aligned} m+n &: 3 \\ y & \\ p &= 3 \end{aligned}$$

$$m : 3 ; n : 3$$

$$\begin{aligned} 1 & \quad 13p^2 \\ 13 & \quad p^2 \\ 13p & \quad p \\ p & \quad 13p \end{aligned}$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

~~$$\begin{aligned} 3x &\leq 1 + y \\ 3x &\geq y - 1 \\ 2x &\leq \end{aligned}$$~~

$$6y \leq 2x + 6$$

$$-2y \leq 2 - 6x$$

$$4y \leq -4x + 8$$

$$\begin{aligned} \frac{3-15}{2} &= -3 \\ x &= \frac{3}{4} \\ y &= \frac{5}{4} \\ y &= 2 + x \\ x + y &= 2 \\ y + 5x &= 5 \\ 2 + 4x &= 5 \\ 4x &= 3 \\ x &= \frac{3}{4} \\ y &= 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4} \end{aligned}$$

$$4(y + 2x)$$

$$3y \leq 6x + 1 \quad y \leq 3x - 1$$

$$2x \leq 6 + 6y$$

$$2x \leq 6 + 6y$$

$$4y \leq 2x + 6$$

$$3y \leq 3 + 6x$$

$$2x \leq 6 + 6y$$

$$3y \leq 3 + 6x$$

~~$$3x \leq 1 + y$$~~

$$6y \leq 2x + 6$$

$$2x + 6x \leq 2 + 2y$$

$$y + 5x \leq 5$$

$$x \leq 3y - 3$$

$$2x \leq y - 1$$

$$3y \leq 3 + 6x$$

$$6x \leq 2y + 2$$

$$\begin{aligned} 4y + 4x &\leq 8 \\ y + 5x &\leq 5 \end{aligned}$$

$$6y \leq 2x + 6$$

$$2x + 6x \leq 2 + 2y$$

$$y + 5x \leq 5$$

$$x \leq 3y - 3$$

$$6x \leq 2y + 2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3x + 3 = (x^2 + 2x)^2 - 3x^2$$

$$3x + 3 + 2a = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 4a = 3x^2$$

$$3x^4 + 3 + 2a = 3x^2 - 4a$$

$$2x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - 4x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$0: -2$$

$$1: 4$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 1 - 2 =$$

$$\frac{9}{16} + \frac{12}{16} = \frac{21}{16}$$

$$-1: 1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$0 \quad \frac{1}{2} \quad -3$$

$$-1 + 3 - 2$$

$$4 + 8 = 12$$

$$2\sqrt{3}$$

$$\frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$-3\sqrt{3}$$

$$4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2$$

$$14 + 6\sqrt{3}$$

$$2$$

$$-1 - \sqrt{3}$$

$$\frac{2 + 3\sqrt{3}}{2}$$

$$2 + 4 + 6\sqrt{3}$$

$$1 + 3 + 2\sqrt{3}$$

$$4 + 2\sqrt{3}$$

$$3$$

$$-1 + \sqrt{3} \\ (4 - 2\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{3})^2$$

$$1 + \sqrt{3}$$

$$-3 - 3\sqrt{3} + 3$$

$$2 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$(4 + 2\sqrt{3} + 2 - 2\sqrt{3})^2 =$$

$$3 - 6\sqrt{3}$$

$$8 + 6\sqrt{3}$$

$$= 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$m(n(m+n-3))$$

$$5^2 \cdot 9^2 \cdot 3$$

$$q=2$$

$$m \cdot n = 30$$

$$n = 13 - m$$

$$(m+n)(m+n-9)$$

$$13 \cdot p^2 = 7$$

$$(13-m)n = 30$$

$$-m^2 + 13m = 30$$

$$13p^2$$

$$\hat{m}$$

$$13p^2 - 9 = 1$$

$$13p^2 = 10$$

$$m^2 - 13m + 30 = 0$$

$$(m+3)(m-10) = 0$$

$$13p$$

$$p$$

$$12p - 9 = 0$$

$$13$$

$$p^2$$

$$13 - 9 = p^2$$

$$p = 2$$

$$3, 10$$

$$m+n = 13$$

$$m+n-3 = 10$$

$$m(n(m+n-3))$$

$$13p^2$$

$$(m+n)(m+n-9)$$

$$5^2 \cdot 9^2 \cdot 3$$

$$1 \quad p \quad 13p$$

$$p-2 = 13p -$$

$$1 \quad 13p \quad p$$

$$1+13p-3 = p -$$

$$1 \quad p^2 \quad 13$$

$$1+p^2-3 = 13 \quad p^2 - 15 = 0 -$$

$$1 \quad 13 \quad p^2$$

$$14-3 = p^2 -$$

$$13 \quad p \quad p$$

$$13+p-3 = p$$

$$13 \quad p^2 \quad 1$$

$$p+13-3 = p$$

$$13 \quad 1 \quad p^2$$

$$2p-3 = 13$$

$$p \quad 13 \quad p$$

$$2p = 16$$

$$p \quad p \quad 13$$

$$p = 8$$

$$p$$

20



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - (m+n-9)(m+n) = 13p^2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$mn(m+n-3) = 5 \cdot 9^2 = 5 \cdot 3^2 \cdot 9^2$$

$$m:3 \quad n:3$$

$$\begin{matrix} 1 & 9 & 1 & 9 \\ 1 & 5 & 1 & 2^2 \end{matrix}$$

$$m:5 \quad n:3$$

$$m+n-3:5$$

$$m+n-3:5$$

$$m+n-3:7, 11$$

$$x > 0$$

$$6 > y > 0$$

$$6+5x-y^2 > 0$$

$$9 \cdot 9 = 81$$

$$\frac{80 \cdot 81}{2} =$$

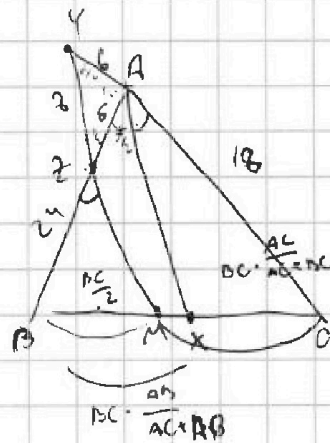


31

$$\left(\frac{80 \cdot 79}{2} + 81\right) \cdot 4 + 80 \cdot 2$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$



$$\frac{18}{2} = 9$$

$$\frac{9x}{18-6} = \frac{AB}{AC+AB}$$

$$AC+AB = 2AM - 12$$

$$AM = 30$$

$$\frac{24}{30} = \frac{4}{5} \cdot 18$$

$$\frac{AY}{YC} \cdot \frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} =$$

$$= \frac{6}{24} \cdot \frac{18}{1} \cdot \frac{24}{6} = 1$$

$$\frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \beta} = \frac{18}{\sin \alpha}$$

$$\frac{BC}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{22}{5} \sin \alpha$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

$$a^2 = x$$

$$a^8 + 5a^4 - b = b^2 - a + 5b^4$$

$$(a^4 - b^4) + 5(a^4)$$

$$(a^4 - b^4)(a^4 + b^4) + 5(a^4 - b^4) + a - b = 0$$

$$(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$(a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$$

$$(a-b)(a^2 + a^2b + a^2b^2 + a^4b^3 + a^2b^4 + a^2b^5 + ab^6 + b^7 + a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 + 1) = 0$$

$$(a-b)(a^2 + a^2b + a^2b^2 + a^4b^3 + a^2b^4 + a^2b^5 + ab^6 + b^7 + a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 + 1) = 0$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2} = 2\sqrt{(x-6)(-x-1)}$$

$$t - \sqrt{-t^2 + 7 + 5} = 2t \cdot \sqrt{-t^2 + 7}$$

$$t^2 + t^2 - 7 + 25 = 4t^2(-t^2 + 7)$$

$$0: \sqrt{6+6} = 2\sqrt{11}$$

$$x \geq 0$$

$$6 + 36 = 44$$

$$+ 12\sqrt{6}$$

$$6 > y > 0$$

$$1: \sqrt{2} - \sqrt{5} + 5 = \sqrt{10}$$

$$2 + 5 + 25 = 10$$

$$+ 10\sqrt{2}$$

$$+ 10\sqrt{5}$$

$$- 2\sqrt{10}$$

$$22 + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{5}$$

$$- 2\sqrt{10} = 0$$

$$\frac{22}{10}$$

$$22^2 + 40$$

$$- 88\sqrt{10} = 100(22 + 5 - 2\sqrt{10})$$

$$700$$

$$(a-b) \left(\frac{a^2 - b^2}{a-b} + \frac{a^4 - b^4}{a-b} + 1 \right) = 24$$

$$112\sqrt{10} = 176$$

10
10

20

20

$$(9-6)$$

$$9d^3 - 6d^2 - 26d + 18 = 0$$

$$9d^3 - 6d^2 - 26d + 18 = 0$$

$$9d^2 - 6d - 13$$

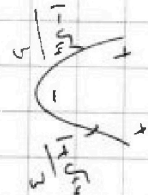
$$18d^2 - 12d - 26$$

$$\frac{117}{50}$$

$$\frac{9 \pm 6\sqrt{17}}{18} = \frac{3 \pm 2\sqrt{17}}{6}$$

$$\frac{117}{50}$$

$$6\sqrt{14}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$a = \sqrt{x+1}$$

$$b = \sqrt{6-x}$$

$$a^2 + b^2 = 7$$

$$a = \sqrt{7-b^2}$$

$$a - b + 5 = 2ab$$

$$\sqrt{7-b^2} - b + 5 = 2\sqrt{7-b^2} \cdot b$$

$$64 - 32 - 26 \cdot 4 + 36 - 4$$

$$32 + 18 = 50$$

$$7 - b^2 + b^2 + 25 = 4(7-b^2) \cdot b^2$$

$$-2\sqrt{7-b^2} \cdot b$$

$$-2\sqrt{7-b^2} \cdot 5$$

$$\sqrt{7-b^2} (2b-1) = 5b$$

$$(7-b^2)(4b^2-4b+1) = 25-10b+b^2$$

$$0 \leq b \leq \sqrt{6}$$

$$26b^2 - 28b + 7 - 4b^4 + 4b^3 - b^2 = 25 - 10b + b^2$$

$$4b^4 - 4b^3 - 26b^2 + 18b - 18 = 0$$

$$1: -27$$

2:

$$64 - 32 - 27 \cdot 4 + 18$$

$$4 + 4 - 27 - 18 = 18$$

$$64 + 32 - 27 \cdot 4 - 18 \cdot 2 + 18 = 0$$

3:

$$32 = 50$$

$$81 \cdot 4 - 4 \cdot 27 - 26 \cdot 9 + 18 \cdot 3 - 18$$

$$96 - 101$$

$$4(54$$

-3

$$81 \cdot 4 + 4 \cdot 27 - 27 \cdot 9 - 18 \cdot 3 - 18 = 0$$

$$4 \cdot 54 + 36 - 27 \cdot 9$$

$$324 + 101 - 243$$

$$81 \cdot 3$$

$$425$$

$$216$$

$$243$$

$$182$$

$$252$$

$$4 \cdot 36 + 15 \cdot 6$$

$$144$$

$$90$$

$$81 \cdot 2 = 162 + 36 =$$

$$= 126$$

$$144$$

$$36 - 12x + x^2$$

$$+ 18\sqrt{6-x} - 18 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 36 - \sqrt{6-x} (6-4x) + 27 \cdot 6 + 27x - 18 = 0$$

$$4x^2 + 15x - 144 = \sqrt{6-x} (6-4x)$$

$$\frac{16}{234}$$

$$\frac{17}{108}$$

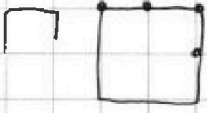


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

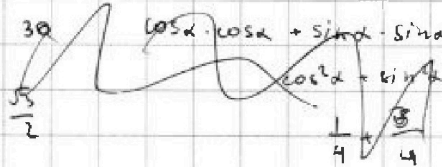
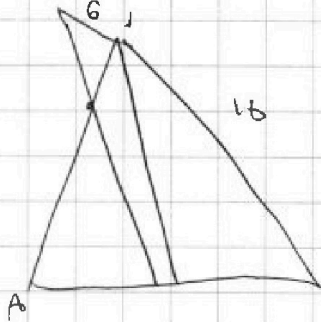
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

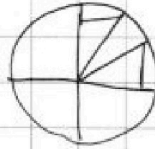


$$\frac{30}{2} \quad \frac{13}{2}$$

$$\sin 2\alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

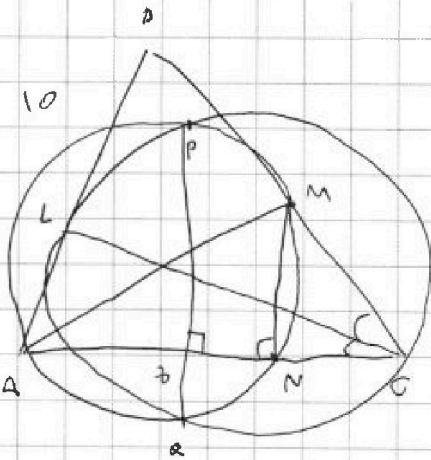


$$\sin 2\alpha = (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - 1$$

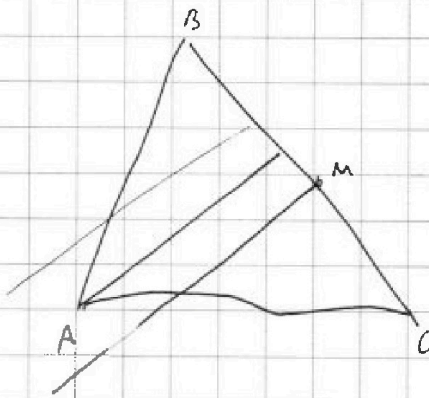


$$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 2\alpha = 4 \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha)$$



AC · A



$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 144 \\ 13 \\ \hline 324 \end{array}$$

344

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 21 \\ \hline 64 \\ 128 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$\cos \alpha$

$$64 = 362 - 36 \cdot 2 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{8 \cdot 8}{8 \cdot 9} = \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 30^2 + 13^2 + \frac{1}{9} \cdot 2 \cdot 30 \cdot 13$$

$$900 + 324 + 120$$

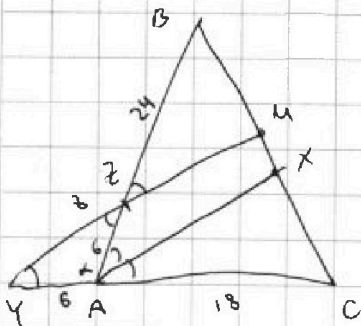
11

$$900 + 444 =$$

$$= 1344$$

11

$$2 \cdot 672 =$$



$$\frac{\frac{BC}{2}}{\frac{AC}{AB+AC}} = \frac{24}{18}$$

$$\frac{AB+AC}{2AC} = \frac{4}{3}$$

$$18 + AB = \frac{20 \cdot 2 \cdot 4}{8} = 48$$

$$AB = 50$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 336 = 2^3 \cdot 168$$

$$\frac{24 \cdot 24}{21}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

