



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_4 = 6 - 9x \\ a_6 = (x^2 - 2x)^2 \\ a_{10} = 9x^2 \end{cases}$$

где  $a_n$  - ар. прогр. тогда  $b$  - разность ар. прогр.

$$\begin{cases} 6 - 9x = a_1 + 3b \\ (x^2 - 2x)^2 = a_1 + 5b \\ 9x^2 = a_1 + 9b \end{cases}$$

Заметим, что

$$\begin{cases} a_{10} - a_4 = a_1 + 9b - a_1 - 3b \\ a_{10} - a_4 = 9x^2 + 9x - 6 \end{cases}$$

$6b = 9x^2 + 9x - 6$  т.е.  $b = \frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{2} - 1$ , подставим в

$$(x^2 - 2x)^2 + 4b = 3x^2 \quad (\text{это уравнение } a_{10} = a_6 + 4b)$$

$$x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 4b = 0 \quad x^4 - 4x^3 - 5x^2 + 2(3x^2 + 3x - 2)$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \quad \text{Заметим, что}$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{-x^4 + x^3} \phantom{+ 6x - 4} \\ -3x^3 + x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ 4x - 4 \\ \underline{4x - 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x^2 - 2x + 4 \quad | \quad x - 1 \\ \underline{-x^2 + x} \\ -2x^2 - 2x + 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -4x + 4 \\ \underline{-4x + 4} \\ 0 \end{array}$$

и где  $x^2 - 2x - 4: \frac{D}{4} = 1 + 4 = 5$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

т.е.  $\begin{cases} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = (x-1)(x-1)(x^2 - 2x - 4) \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \end{cases}$

$x = 1$ , и  $x = 1 + \sqrt{5}$ , и  $x = 1 - \sqrt{5}$  - корни уравнения

Ответ:  $x = 1; x = 1 + \sqrt{5}; x = 1 - \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $(m+2n)(m+2n-7) = p$   
не возм. в  $m, n \in \mathbb{N}$

$(m+2n > m+2n-7, a)$   
зпз рав-ва нево  
 $m+2n = m+2n-7 + 7 = 1$

2)  $(m+2n)(m+2n-7) = p$

2.1)  $\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$   
 $p = 8$   
не возм.  
(противоречие)

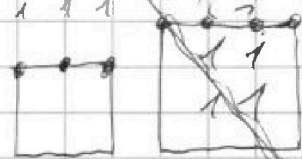
2.2)  $\begin{cases} m+2n-7 = p \\ m+2n = 1 \end{cases}$   
не возм.  
т.к.  $p > 1$

3)  $(m+2n)(m+2n-7) = p^2$

3.1)  $\begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$   
 $p^2 = 8$   
 $p = 2\sqrt{2}$   
невозм. (противоречие)

3.2)  $\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = p \end{cases}$   
не возм.  
 $m+2n \neq m+2n-7$

3.3)  $\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-7 = p^2 \end{cases}$   
невозм.  
 $p^2 \geq 1$



4)  $(m+2n)(m+2n-7) = 11$

4.1)  $\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$   
невозм.  
 $11 \neq 8$

4.2)  $\begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-7 = 11 \end{cases}$   
не возм.  
 $m+2n > m+2n-7$

5)  $(m+2n)(m+2n-7) = 11p$

5.1)  $\begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = p \end{cases}$   
 $11 = p + 7$   
 $p = 4$  - не простое  
невозм.

5.2)  $\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 11 \end{cases}$   
 $p = 11 + 7 = 18$   
непрост.  
невозм.

$\begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 11p \end{cases}$

6)  $(m+2n)$   
если я  
не могу решить  
тогда не буду решать  
чертешка!

AC = ?  
BC = ?

AB = 4  
AN = 5

Черновик





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} m+2n = 11 \\ m+2n-7 = p^2 \end{cases}$$

$$p^2 + 7 = 11$$

$$p = 2 \text{ верно}$$

тогда проверим, выполняется ли условие

$$mn(m+2n+9) = 75q^2$$

$$mn \cdot (11+9) = 75q^2$$

$$mn \cdot 4 = 15q^2$$

q - простое,  
m, n ∈ ℕ и т.д.

$$\begin{cases} mn = 15 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$1.1) \begin{cases} m = 5 \\ n = 3 \end{cases}$$

$$5 + 2 \cdot 3 = 11$$

верно

$$1.2) \begin{cases} m = 3 \\ n = 5 \end{cases}$$

$$3 + 2 \cdot 5 = 11$$

неверно

$$2) \begin{cases} m+2n = 1 \\ m+2n-7 = 11p^2 \end{cases}$$

$$11p^2 + 7 = 1$$

невозм.

$$3) \begin{cases} m+2n = 11p \\ m+2n-7 = p \end{cases}$$

$$11p = p + 7$$

$$10p = 7$$

невозм.

$$4) \begin{cases} m+2n = p^2 \\ m+2n-7 = 11 \end{cases}$$

$$p^2 = 11 + 7$$

невозм.

$$5) \begin{cases} m+2n = 11p^2 \\ m+2n-7 = 1 \end{cases}$$

$$11p^2 = 1 + 7$$

$$p^2 = \frac{8}{11}$$

невозм.

$$6) \begin{cases} m+2n = p \\ m+2n-7 = 11p \end{cases}$$

$$p = 11p + 7$$

невозм.

$$* 6) \begin{cases} m+2n+9 = 11 \\ mn = p^2 \end{cases}$$

$$6.1) \begin{cases} m = p \\ n = p \end{cases}$$

$$3(p+3) = 11$$

невозм.

$$6.2) \begin{cases} m = p^2 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$p^2 + 11 = 11$$

p = 0  
невозм.  
0 - непрост.

$$6.3) \begin{cases} m = 1 \\ n = p^2 \end{cases}$$

$$10 + 2p^2 = 11$$

$p^2 = \frac{1}{2}$   
невозм.

Рассмотрим  
все случаи  
верен только

$$m = 5 \\ n = 3$$

Ответ: m = 5  
n = 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассм. варианты где  $m^2 + 4mn - 7m - 14 = 759^2$ , а  
 $m^2n + 2mn^2 + 9mn = 11p^2$

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 759^2 \\ mn(m+2n+9) = 11p^2 \end{cases}; 11, p - \text{простые} \\ m, n - \text{натуральные,}$$

тогда случаи могут быть такими:

1)  $m+2n+9=1$   
невозм. т.к.  
 $m, n \in \mathbb{N}$

2)  $\begin{cases} m+2n+9=p \\ mn=11p \end{cases}$

2.1)  $\begin{cases} m=11 \\ n=p \end{cases}$   
 $20+2p=p$   
невозм.

2.2)  $\begin{cases} m=11p \\ n=1 \end{cases}$   
 $11p+11=p$   
~~невозм.~~  
невозм.

2.3)  $\begin{cases} m=p \\ n=11 \end{cases}$   
 $p+31=p$   
невозм.

2.4)  $\begin{cases} m=1 \\ n=11p \end{cases}$   
 $10+22p=p$   
невозм.

3)  $\begin{cases} m+2n+9=p^2 \\ mn=11 \end{cases}$

3.1)  $\begin{cases} m=1 \\ n=11 \end{cases}$   
 $32=p^2$   
 $p=\sqrt{32}$   
невозм.

3.2)  $\begin{cases} m=11 \\ n=1 \end{cases}$   
 $20n=p^2$   
 $p=\sqrt{20}$   
невозм.

4)  $\begin{cases} m+2n+9=11p \\ mn=p \end{cases}$

4.1)  $\begin{cases} m=p \\ n=1 \end{cases}$   
 $p+11=11p$   
 $p=\frac{11}{10}$   
невозм.

4.2)  $\begin{cases} m=1 \\ n=p \end{cases}$   
 $10+p=11p$   
 $p=\frac{10}{9}$   
невозм.

5)  $\begin{cases} m+2n+9=11p^2 \\ mn=1 \end{cases}$

$m=n=1$   
 $12=11p^2$   
невозм.

\*)  
Значит

$$m^2 + 4mn - 7m - 14 = 11p^2, \text{ а } m^2n + 2mn^2 + 9mn = 759^2$$

Рассмотрим возможные варианты где

$11 \cdot p^2, 1 \cdot 11p^2, 11p \cdot p$  и  $p^2 \cdot 11, 11p^2 \cdot 1, p \cdot 11p$

их всего 6:

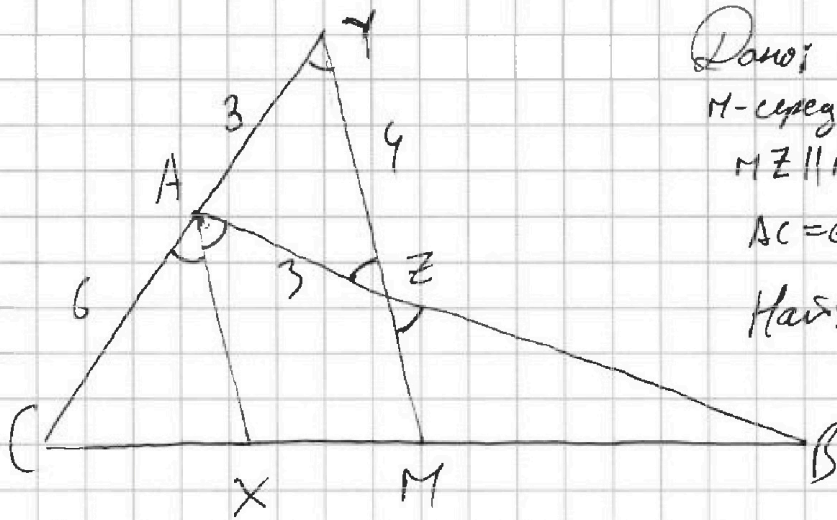


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $AX$  - биссектриса  
 $M$  - середина  $BC$ ;  $Z \in AB$  т.ч.  
 $MZ \parallel AX$ ;  $MZ \cap AC = Z$   
 $AC = 6$ ;  $AZ = 3$ ;  $\angle Z = 4$   
 Найти:  $BC = ?$

Решение:

1) Пусть  $BZ = x$ , тогда по ~~т.~~ т.т. Параллельности для  $AX \parallel MZ$

$$\frac{AZ}{ZB} = \frac{XM}{MB} \text{ т.т. } \frac{xM}{MB} = \frac{3}{x}, \text{ при этом } BM = MC$$

Пусть  ~~$MB = xy$~~ , тогда  $MB = xy$ ;  $xM = 3y$   
 Значит  $CX = xy - 3y = y(x-3)$   ~~$\frac{ZB}{MB} = \frac{1}{y}$~~   
 $BX = BM + MX = 3y + xy = y(x+3)$

2) по св-ву бис-сектрисы (т.т. Параллельности) в  $\triangle ABC$   $CX : XB = CA : AB$

$$6 : (3+x) = y(x-3) : y(x+3) \text{ тогда } 6 = x-3$$

$$x = 9$$

3) (т.т. Параллельности)  $\angle CAZ = \angle CYM$   
 (т.т. Биссектрисы)  $\angle XAZ = \angle AZY$   $\Rightarrow \triangle AYZ$  равнобедренный  
 (т.т. Параллельности)

т.т.  $AY = AZ = 3$  Пусть эти углы равны по д



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) Из  $\triangle AYZ$  ( $AZ = AY$ ) получим:

Пусть  $M$  - середина  $YZ$ , тогда  $AM$  - высота, бис-са, медиана равнобедренного тр-ка. т.е.  $\cos \alpha = \frac{AM}{AZ} = \frac{2}{3}$

$$5) \angle CAB = 2\alpha; \quad \cos \angle CAB = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \\ = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{9}$$

6) по т. косинусов в  $\triangle ABC$ :

$$BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cos \angle CAB} = \sqrt{36 + (3+3)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)} = \\ = \sqrt{180 + 2 \cdot 2 \cdot 4} = 14 \quad \text{Ответ: } BC = 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

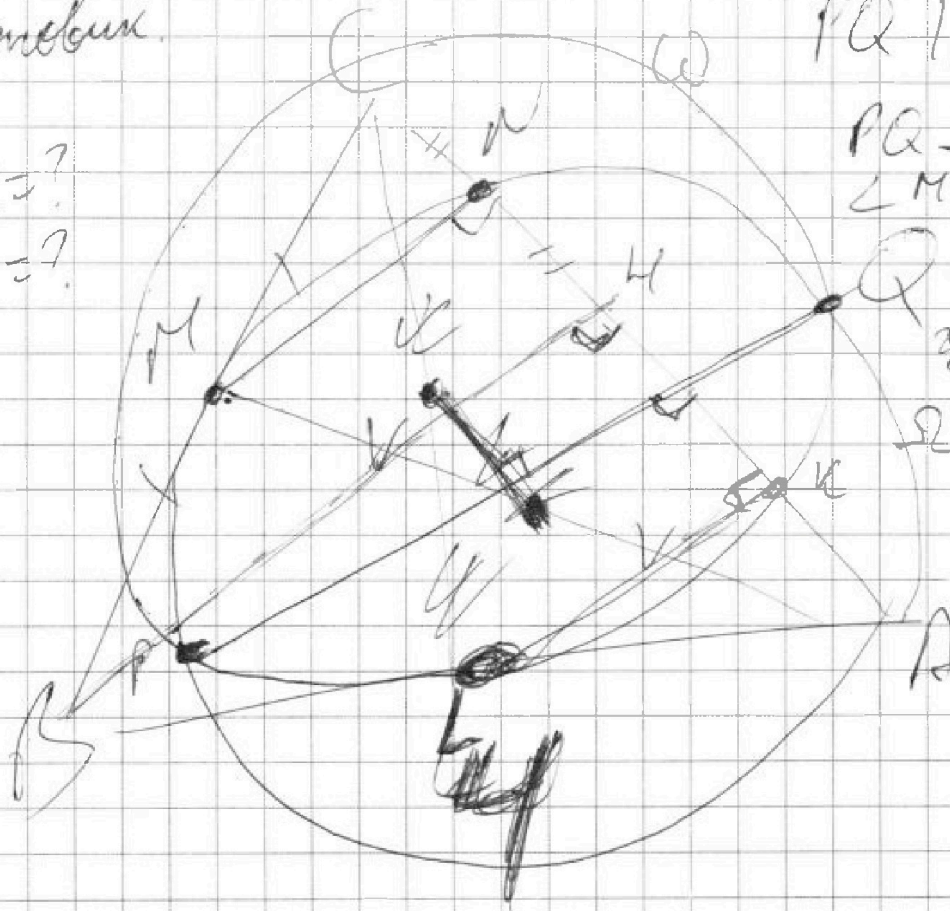
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

$BC = ?$   
 $AC = ?$



$PQ \parallel BH \perp AC$

$PQ \perp AC$   
 $\angle MNA = 90^\circ$

$\angle KCB = \beta$   
 $K = \omega \cap AC$

$\Omega$   
 $AN = \beta$



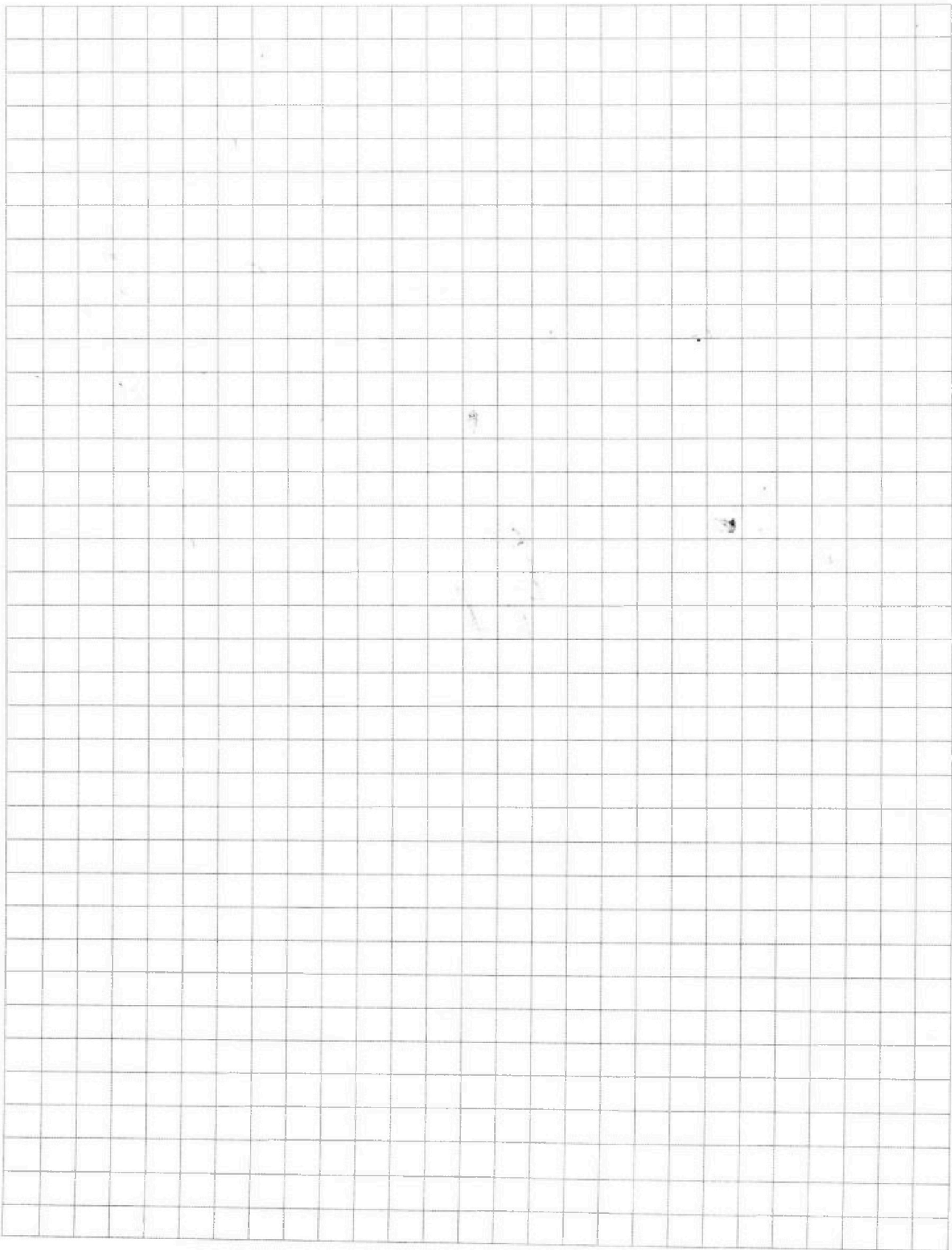


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$9x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = (x-1)^2/x$$

-3; 1; 9  
M4 M6 M10

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \quad (x-1) \\ \underline{x^4 - x^2} \\ -3x^3 + x^2 \\ \underline{-3x^3 + 3x^2} \\ -2x^2 + 6x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 2x} \\ -2x^2 + 2x - 4 \end{array}$$

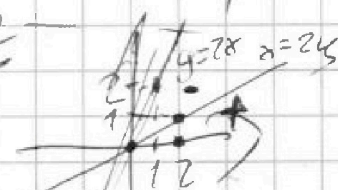
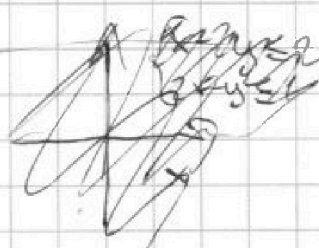
$$\frac{4x-4}{2x} = 1 + \frac{4}{2x} = 1 + \frac{2}{x}$$

$$\frac{2}{x} = 1 + 4 = 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{1}$$

1x  
2x  
3x  
4x  
5  
6  
7

$$\begin{cases} 3x + 6x \\ x - 2y \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \end{cases}$$

⑦

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2y - x \leq 2 & (y \leq 1 + \frac{1}{2}x) \\ 2x - y \leq 1 & (y \geq 2x - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y - x \leq 2 & (y \leq 1 + \frac{1}{2}x) \\ y - 2x \leq 1 & (y \leq 2x + 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 & (x - 2y \leq 2) \\ 2x - y \leq 1 & (y - 2x \leq 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-2}{2} \\ y \geq \frac{x-2}{2} \\ 2x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (m+n)(m+n-1) &= 759 \\ mn(m+2n+3) &= 119^2 \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

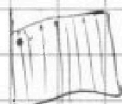
Черновик

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

$$x = ?$$



$$a_4 = a_1 + 3b$$

$$a_6 = a_1 + 5b = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = a_1 + 9b = 9x^2$$

$$1) 6b = 9x^2 + 9x - 6$$

$$b = \frac{3x^2 + 3x - 1}{2}$$

$$2) 4b = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$$

$$b = \frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^4 + x^3$$

$$x^4 + x^2 - 4x^3 - 4x - 4 = 0$$

$$b = \frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 9x - 3}{2}$$

$$a_6 = a_4 + 2b$$

$$a_{10} = a_6 + 4b = a_4 + 6b$$

$$9x^2 = (x^2 - 2x)^2 + 4b = 6 - 9x + 6b$$

$$9x^2 + 9x = 6 + 6b \quad 3x(x+1) = 2+6b$$

$$9x^2 = (x^2 - 2x)^2 + 4b \quad (x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 4b = 0)$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 3x - 2 = 3x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 6x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

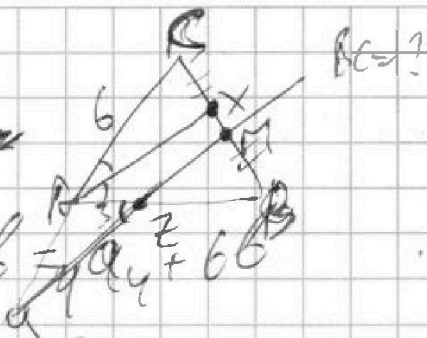
$$\frac{3x^2}{2} + \frac{3x}{2} - 1 = \frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^4 + x^3$$

$$6x^2 + 6x - 4 = 5x^2 + x^4 - 4x^3 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 12x - 8 = 0$$

$$\ominus -x^4 + 5x^2 + 4x^3$$





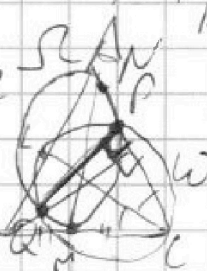
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

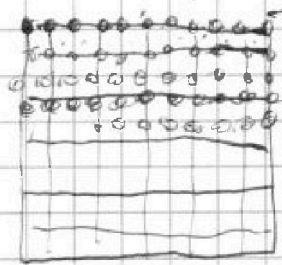
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик)  $m^2 + 4mn - 7m - 14n = 35^2 p^2$   $m, n \in \mathbb{N}$   
 $m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 35^2 p^2$   
 $(m+2n)^2 - 7(m+2n) = 3 \cdot (5p)^2$   $AC, BC, AD = 4$   
 $mn(m+2n+9) = 11p^2$   $AKS$   
 $(m+2n)(m+2n-7) = 3 \cdot (5p)^2$   
 $mn(m+n+9) = 11p^2$



~~$m+2n = 30^2$~~   ~~$m+2n-7 = 3$~~   
 ~~$m+2n = 15^2$~~   ~~$m+2n-7 = 15$~~   $m:11$   
 ~~$m+2n = 5^2$~~   ~~$m+2n-7 = 5$~~   $n:11$   
 ~~$m+2n = 25^2$~~   ~~$m+2n-7 = 25$~~   
 ~~$m+2n = 75^2$~~   ~~$m+2n-7 = 75$~~   $m+n-9:11$   
 ~~$m+2n = 9$~~   
 ~~$m+2n = 9^2$~~

~~$x^2 - 75p = 0$~~   
 ~~$Q - 7x - 75p = 0$~~   
 ~~$1(x+9):11$~~   
 ~~$BC = ?$~~



$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

~~$y(x-3) = 34$~~   
 ~~$6 \cdot 5$~~

196  
14  
~~84~~

~~$y(x+3) = y(x-3)$~~   
 ~~$3+x = 6$~~   
 ~~$x = 3$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~34~~ = 31, 8 Черновик

1)  $m+2n=f$ ,  $m+2n$ ,  $m+2n+g$

1	$p^2$	1	$q^2$	1	$r^2$
5	5	5	5	11	11
3	3	3	3	1	1
3*5	15	3*5	15	11	11
5 <sup>2</sup>	25	<del>5<sup>2</sup></del>	<del>25</del>	11	11
3*5 <sup>2</sup>	75	3*5 <sup>2</sup>	75	11	11
<del>4*5</del>	<del>20</del>	<del>4*5</del>	<del>20</del>		

$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$

2)  $x^m + 3x - \sqrt{y} = p^2$   
 $mn = p^2$   
 $+3y - \sqrt{2x}$

2)  $m+2n+g=f$   
 $mn = 11p$

$m=11$	$m=11p$	$m=p$	$m=1$
$n=p$	$n=1$	$n=11$	$n=11p$

$\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{2x} = y\sqrt{3x+2y} + \sqrt{2y}$   
 $m=11$   
 $n=11$

20  $2p=f$   $11p+2n=f$   $f+3n=f$   $n+11p=f$

$p=\frac{11}{10}$	X	X	$p=\frac{10}{21}$
			X

20+2=f ~~2g=f~~

4)  $m+2n+g=11p$

$p=\sqrt{22} = \sqrt{-xy+7x-2y+14}$

$mn=p$

5)  $m+2n+g=11p^2$

$m=p$   $m=1$

$mn=1$

$n=1$   $n=p$

$m=n=1$

$p+11=11p$   $10+2p=11p$

$12=11p^2$

$p=\frac{11}{10}$   $p=\frac{10}{9}$

X X



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$(x+2+7 + 2 \cdot 7 \sqrt{x+2} = 4(14+5x-y^2) + 7-y + 2\sqrt{(14+5x-y^2)(7-y)})$$

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2}(\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x^2+xy+y^2+3} + \sqrt{2}\right) = 0$$

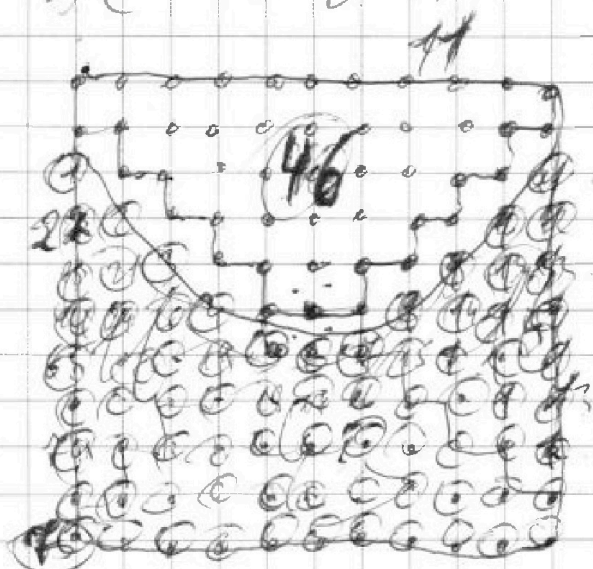
учсл

$$x+9+14\sqrt{x+2} = 58+20x-4y^2-y+2\sqrt{\frac{(14+5x-y^2)(7-y)}{x^2+xy+y^2+3}}$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x^2+xy+y^2+3) = -\sqrt{2}$$

учсл.



$$46 + 46 = 134$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ 46 \cdot 45 \\ \hline 2 \end{array} = \frac{45 \cdot 23}{82 \frac{1}{2}}$$

$$\frac{46 \cdot 75}{7}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

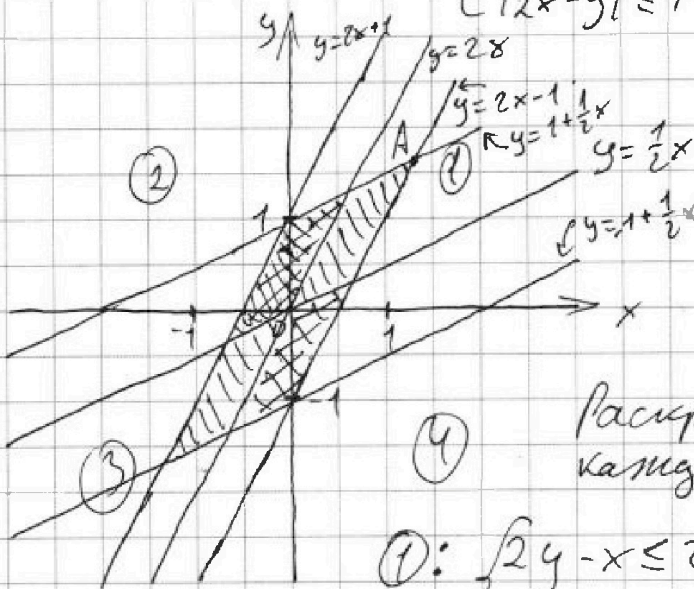


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\max(3y+6x) = ?$   $\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$



Область между  
 $y = 2x$  и  $y = \frac{1}{2}x$   
в 1-й четверти ①  
в 2-й четверти ②  
в 3-й четверти ③  
в 4-й четверти ④

Раскроем модули в каждой области:

①:  $\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \leq 1 + \frac{1}{2}x \\ y \geq 2x - 1 \end{cases}$

②:  $\begin{cases} 2y - x \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \leq 1 + \frac{1}{2}x \\ y \leq 2x + 1 \end{cases}$

③:  $\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ y - 2x \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x - 1 \\ y \leq 1 + 2x \end{cases}$

④:  $\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases} \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x - 1 \\ y \geq 2x - 1 \end{cases}$

$\max(3y+6x)$  там где  $x$  и  $y$  max это г.А

$2x_A - 1 = 1 + \frac{1}{2}x_A$   
 $\frac{3x_A}{2} = 2$   
 $x_A = \frac{4}{3}$   $y_A = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$

$3y_A + 6x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$

Ответ: 13