



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть №1
 a_1, a_2, a_3 - различные члены арифм. прогрессии.

Тогда по определению ариф. прогрессии:

$a_2 = a_1 + d$ $a_3 = a_1 + 2d$ $a_4 = a_1 + 3d$, где a_1 - первый член, а d - разность прогрессии.

Тогда:

$$\begin{cases} a_1 + d = 12 - 12x & (1) \\ a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 & (2) \\ a_1 + 7d = -6x^2 & (3) \end{cases}$$

Из (2) и (1): $(x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x) = 2d$

Из (3) и (2): $-6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 4d$ (4)

Тогда: $2(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) = 4d$ (5)

Из (4) и (5) получаем:

$$2(x^2 + 4x)^2 - 2(12 - 12x) = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$2(x^4 + 8x^3 + 16x^2) + 24x - 24 = -6x^2 - (x^4 + 8x^3 + 16x^2)$$

$$2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 24x - 24 = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$

Заметим, что -2 корень. Тогда по теореме Безу:

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

Но +2 корень $x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$, тогда



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+2)^2(x^2+4x-2)=0$$

$$\downarrow D=16+8=24$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = \pm\sqrt{6}-2$$

Тогда всего корней 3: $-2; \sqrt{6}-2; -\sqrt{6}-2$.

Тогда членами прогрессии являются:

$$1) a_2 = 12 - 12 \cdot (-2) = 36 \quad a_4 = 16 \quad a_8 = -24$$

$$2) a_2 = 12 - 12(\sqrt{6}-2) = 36 - 12\sqrt{6} \quad a_4 = 4 \quad a_8 = 24\sqrt{6} - 60$$

$$3) a_2 = 12 - 12(-\sqrt{6}-2) = 36 + 12\sqrt{6} \quad a_4 = 4 \quad a_8 = -24\sqrt{6} - 60$$

Они действительно являются членами прогрессии, значит эти x нам подходят.

ОТВЕТ: $-2; \sqrt{6}-2; -\sqrt{6}-2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) =$$

$$B = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Пусть $B = 17p^2$, тогда если B расписать на множители, то оно состоит из 3 простых множителей. ^{ЕГ}

Допустим, что среди чисел m , n или $m - 2n - 2$ есть простое, тогда если мы будем рассматривать на множители, то оно будет состоять уже из более чем трех простых чисел (может одинаковых). Но при рассматривании B учис возникает только 3, тогда m , n и $m - 2n - 2$ — простые. Разберем случаи, где тогда каждому простому числу будет соответствовать ^{1 и 2} $17p^2$.

1) $m = 17$ $n = p$ $m - 2n - 2 = p$, тогда

$$17 - 2p - 2 = p \quad 15 = 3p \quad p = 5$$

Но тогда $A = (17 - 2 \cdot 5)(17 - 2 \cdot 5 + 13) = 7 \cdot 20 = 140$, что

не представимо в виде $17p^2$, т.к. $A \nmid 3$

2) $m = p$ $n = 17$ $m - 2n - 2 = p$, тогда $p - 36 = p$ $\emptyset$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $m = n \pm p$ ~~$m - 2n - 2 = 17$~~ , тогда ~~$m - p = 19$~~ , но
раз $m, n \in \mathbb{N}$, то $p \in \mathbb{N}$, значит таких p нет.

Раз $B \neq 17p^2$, то $B = 15q^2$ $A = 17p^2$

Тогда $(m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2$

$$\begin{cases} mn(m - 2n - 2) = 15q^2 & (2) \end{cases}$$

Заметим, что $m - 2n$ и $m - 2n + 13$ разной четности (очевидно).

Тогда один из них четный, но тогда $17p^2 : 2$,

а раз $17 \nmid 2$, то $p^2 : 2$. Т.к. p - простое, то ~~это~~

$p = 2$ (т.к. это единственное простое число $: 2$).

Пусть $m - 2n = x$, тогда $x(x + 13) = 17 \cdot 4$

$$x^2 + 13x - 68 = 0 \quad D = 169 + 68 \cdot 4 = 169 + 272 = 441 = 21^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm 21}{2} \quad x_1 = 4 \quad x_2 = -17$$

I) Если $x = -17$, то $m - 2n = -17$ $m = 2n - 17$.

Тогда из (2) получаем: $(2n - 17)n \cdot (-13) = 15q^2$

$$15q^2 = (17 - 2n) \cdot n \cdot 13 \quad \text{Т.к. } 15q^2 : 13, \text{ но } 15 \nmid 13, \text{ то}$$

$q^2 : 13$, то раз q - простое, то $q = 13$. Тогда:

$$15 \cdot 13 \cdot 13 = (17 - 2n) \cdot n \cdot 13 \Rightarrow 17n - 2n^2 = 15 \cdot 13$$

$$2n^2 - 17n + 15 \cdot 13 = 0 \quad D = 289 - 8 \cdot 15 \cdot 13 < 0, \text{ то есть нет таких } n$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☒☐☐☐☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II) Если $x=4$, то $m-2n=4$ $m=2n+4$, ТОГДА

Уч (2) ПОЛУЧАЕМ: $15q^2 = (2n+4)n \cdot 2 = 4(n+2)n$

ТОЕСТЬ $15q^2 : 2$, А РАЗ $15/2$, ТО $q^2 : 2$, НО РА)

q - ПРОСТЕ, ТО $q=2$.

ЗНАЧИТ $15 \cdot 4 = 4(n+2)n$ ЕС $n^2+2n-15=0$.

$D=4+60=64$ $n = \frac{-2 \pm 8}{2} = \pm 3-1$ $n_1=3$ $n_2=-5$

НО Т.К. $n \in \mathbb{N}$, ТО $n=3$. $m=2 \cdot 3+4=10$

ТОГДА $A=4 \cdot 4$ и $B=10 \cdot 3 \cdot 2=60=15 \cdot 2^2$.

СЛЕДОВАТЕЛЬНО КРОМЕ ПАРЫ $(10, 3)$ ДРУГИХ НЕТ.

ОТВЕТ: $(10, 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $XM = 6x$. По теореме Фалеса для $ZM \parallel AX$:

$$\frac{AZ}{XM} = \frac{ZC}{MC} \Rightarrow MC = \frac{ZC \cdot XM}{AZ} = \frac{12 \cdot 6x}{6} = 12x.$$

Но т.к. $BM = MC$ (по условию), то $BM = 12x$ и $BX = BM - XM = 6x$.

По свойству биссектрисы: $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC}$

$$XC = XM + MC = 18x \quad \text{Тогда} \quad AB = \frac{BX \cdot AC}{XC} = \frac{6x \cdot 18}{18x} = 6$$

Тогда по теореме косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$BC^2 = 6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 36 + 324 + 24 = 384$$

$$BC = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$

ОТВЕТ: $8\sqrt{6}$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

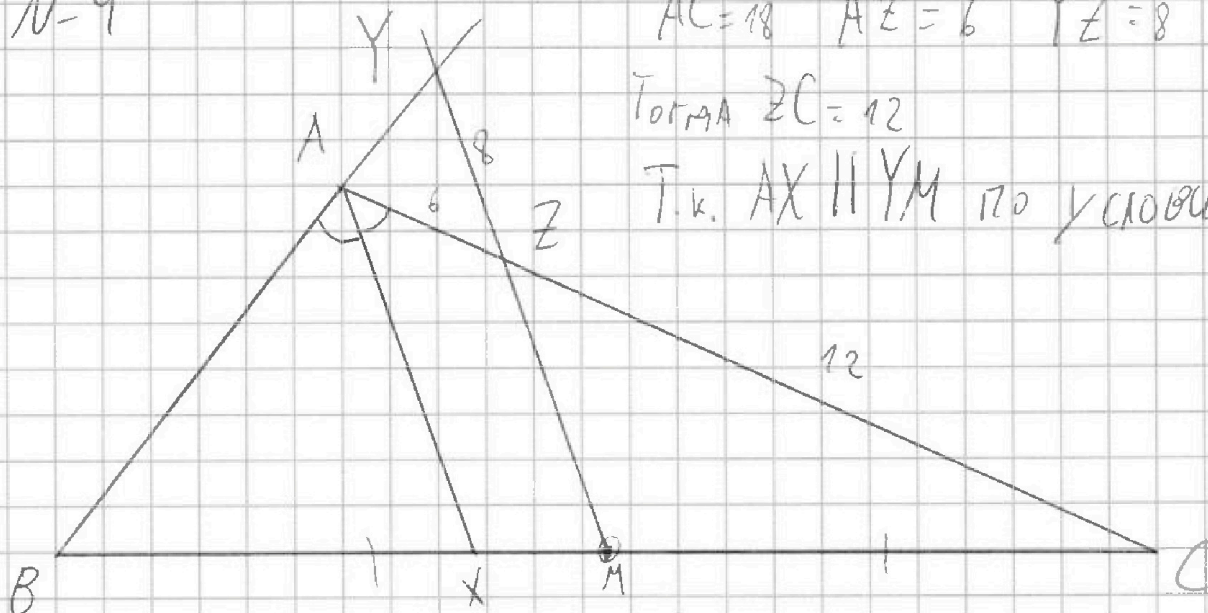
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N=4

$$AC=18 \quad AZ=6 \quad YZ=8$$

$$\text{Тогда } ZC=12$$

Т.к. $AX \parallel YM$ по условию,



То для секущей AY: $\angle BAX = \angle YUM$

для секущей AZ: $\angle XAC = \angle AZY$

~~Итак~~ По определению биссектрисы:

$$\angle BAX = \angle XAC \Rightarrow \angle YUM = \angle AZY$$

Пусть $\angle YUM = \alpha$, тогда $\angle AZY = \angle BAX = \angle XAC = \alpha \Rightarrow$

$$\angle BAC = 2\alpha$$

$\triangle AYZ$ - равнобедренный т.к. $\angle AYZ = \angle YZA$.

Из определения следует: $AY = AZ = 6$

Тогда по теореме косинусов для $\triangle AYZ$:

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2 \cdot AZ \cdot YZ \cdot \cos \angle AZY$$

$$\cos \alpha = \frac{36 - 36 + 64}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$ОДЗ: 3 \geq x \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \quad (4)$$

$$(12-x-x^2) \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$Уз ОДЗ: x \geq -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

$$2x \geq -1$$

$$x+4 > 3-x$$

$$\sqrt{x+4} > \sqrt{3-x} \quad \sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} > 0$$

Тогда из (4): $2\sqrt{12-x-x^2} - 5 > 0$, значит равносильно

переходим: $(\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x})^2 = (2\sqrt{12-x-x^2} - 5)^2$

$$x+4 + 3-x - 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

$$7 - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

$$18\sqrt{12-x-x^2} - 4(12-x-x^2) - 18 = 0 \quad Пусть \sqrt{12-x-x^2} = t \geq 0,$$

тогда $12-x-x^2 = t^2$ и

$$18t - 4t^2 - 18 = 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 8 \cdot 9 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} \quad t_1 = 3 \quad t_2 = 1,5$$

1) Если $t = 3$, то $12-x-x^2 = 9$ $3-x-x^2 = 0$ $x^2+x-3=0$ $D = 1+12 = 13$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, \text{ но } 3 \geq x \geq 0, \text{ то } x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Nº5

УДЗ: $x \geq 0$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \end{cases} \quad (2)$$

Рассмотрим (2) отдельно:

$$2x^5 - 2y^5 + 4x^2 - 4y^2 + \sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y} = 0$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

Пусть $\sqrt[4]{x} = a$ и $\sqrt[4]{y} = b$, то тогда $a, b \geq 0$ и

$$2(a^{20} - b^{20}) + 4(a^8 - b^8) + \sqrt[4]{3}(a - b) = 0$$

$$(a-b) \left(2 \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} + 4 \frac{a^8 - b^8}{a-b} + \sqrt[4]{3} \right) = 0$$

тогда ичбб $a-b=0$, ичбб

$$2 \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} + 4 \frac{a^8 - b^8}{a-b} + \sqrt[4]{3} = 0 \quad (3)$$

Но если $a > b$, то $a^{20} > b^{20}$ и $a-b > 0 \Rightarrow \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} > 0$

и $a^8 > b^8$ и $a-b > 0 \Rightarrow \frac{a^8 - b^8}{a-b} > 0$

А если $b > a$, то $a^{20} < b^{20}$ и $a-b < 0 \Rightarrow \frac{a^{20} - b^{20}}{a-b} > 0$

и $a^8 < b^8$ и $a-b < 0 \Rightarrow \frac{a^8 - b^8}{a-b} > 0$

и $\sqrt[4]{3} > 0$. Значит (3) > 0 . Тогда $a = b$.

$\sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{y} \Leftrightarrow x = y$ при $x, y \geq 0$ (что верно по УДЗ)

тогда из (1):



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $t = 1,5$, то $12 - x - x^2 = 1,5^2$ $12 - x - x^2 = 2,25$

$$x^2 + x - 12 = -2,25 \quad x^2 + x - 9,75 = 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 9,75 =$$

$$= 1 + 39 = 40 \quad x_{3,4} = \frac{-1 \pm 2\sqrt{10}}{2}, \text{ но т.к. } 0 \leq x \leq 3,70$$

$$x = \sqrt{10} - 0,5$$

Значит изначальной системе удовлетворяют
решения $(\sqrt{10} - 0,5; \sqrt{10} - 0,5)$ и $(\frac{\sqrt{13}-1}{2}, \frac{\sqrt{13}-1}{2})$

и только они, т.к. ~~в~~ (2) удовлетворяют все

$x=y$, а (1) при $x=y$ только эти два.

ОТВЕТ: $(\sqrt{10} - 0,5; \sqrt{10} - 0,5)$, $(\frac{\sqrt{13}-1}{2}, \frac{\sqrt{13}-1}{2})$

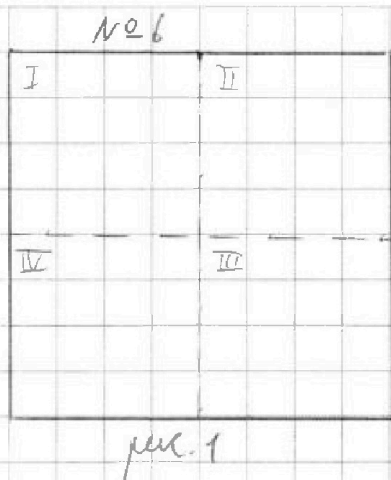


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Представим каждый узел как клетку, тогда рассмотрим квадрат 8×8 . Разобьём его на 4 равные части как показано на рис. 1. Назовём их I, II, III и

IV сектора в соответствии с рисунком. Тогда если клетка находится в одной секторе, то при 1 повороте она обязательно переместится в следующий, а при 2 поворотах в противоположный (рассматривать большее кол-во поворотов не имеет смысла, т.к. они аналогичны 0, 1 и 2 поворотам).

Разделим все существующие раскраски на два вида: парные и непарные. Парные — это те, которые через 2 поворота переходят в себя. Непарные — это те, которые при ^{1 или 2} поворотах ^{не} переходят в себя. А тех, что переходят в себя через 1 поворот нет. Т.к. если такие есть, то 1-я точка переходит в другую, а 2-я в 1-ю, но такого не может быть.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поскольку каждая клетка переходит в соседний сектор и в одну сторону.

Пусть x - все существующие раскраски непарные, y - все существующие парные раскраски.

Примечание: раскраска - некоторая комбинация двух разных клеток. Но мы считаем все эти x и y различными. Тогда чтобы посчитать кол-во раскрасок, которые считаются одинаковыми при поворотах, надо сложить $\frac{x}{4}$ и $\frac{y}{2}$. Т.к. ~~тогда мы учтем~~ ~~каждую~~ каждой непарной раскраске будут сопоставлены 3 другие, а парной (исходя из определения) только 1.

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{4} + \frac{y}{4}$$

$x+y$ - кол-во ~~раз~~ вообще всех раскрасок без учета поворотов. Чтобы их посчитать мы выбираем одну из 64 клеток, и вторую из 63, но с ²¹⁰ меньш. кол-во, на 2, т.к. каждой паре соответствует другая пара, но клетки поменяли местами. То есть $\frac{63 \cdot 64}{2} = 63 \cdot 32$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

А у можно посчитать так: из I и II секторов
выбирается ~~ка~~ клетка (их всего 32) и ей уже
сопоставляется одно значение другая же ей симметрична
из определения матриц раскрасок.

Тогда $y=32$

Значит $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = \frac{x+y}{4} + \frac{y}{4} = \frac{63 \cdot 32}{4} + \frac{32}{4} = 8(63+1) = 64 \cdot 8 =$
 $= 512.$

ОТВЕТ: 512

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt[4]{2x^5+9x^2} - \sqrt[4]{3y} = 2y^3 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2$$

$$2(x^5 - y^3) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$\sqrt[4]{x} = a \quad \sqrt[4]{y} = b$$

$$x = a^4 \quad y = b^4$$

$$2(a^5 - b^3) + 4(a^2 - b^2) + \sqrt[4]{3}(a - b) = 0$$

$$(a-b)(2(a^4 + a^2b + a^2b^2 + a^5b^3 + a^4) + 4(a + ab + a^2b^2 + a^2b^3 + a^2b^4) + \sqrt[4]{3}) = 0$$

$$1) x=y=0, 9, 75$$

$$2 - \sqrt{3} + 5 = 2\sqrt{12}$$

$$9\frac{3}{4} = 36 + 3 = 39$$

$$12-x-y^2 \geq 0$$

$$0 \leq y \leq 3 \quad x \geq 0$$

$$x+y^2 \leq 12$$

$$x=2 \quad 2 - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-y^2}$$

$$1) x=0$$

$$2 - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-y^2}$$

$$7 - \sqrt{3-y} = 2\sqrt{12-y^2}$$

$$49 - 14\sqrt{3-y} + 3-y = 48 - 4y^2$$

$$4y^2 - y + 4 = 14\sqrt{3-y}$$

$$y=1 \quad 4-1+4=14 \cdot 2$$

$$y=2 \quad 16-2+4=14$$

$$16y^4 + y^2 + 16 - 8y^3 - 8y + 32y^2 =$$

$$= 196 \cdot 3 - 196y$$

$$16y^4 - 8y^3 + 33y^2 + 188y - 196 \cdot 3 = 0$$

$$a=b$$

$$(x+4)(3-x)$$

$$3x - x^2 + 12 - 4x$$

$$12 - x - x^2$$

$$x+4 \geq 3-x$$

$$2x \geq -1$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}$$

$$x+4$$

$$\sqrt{x+4}$$

$$A+B+5=2AB$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5$$

$$x+4 + 20x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 10\sqrt{12-x-x^2} + 25$$

$$8\sqrt{12-x-x^2} =$$

$$\frac{-1 + 2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10} - 0,5$$

$$(3,5)^2 = 3^2 + 3 + 0,25$$

$$3,5 > \sqrt{10}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = -6x^2$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$a_1 + d = 12 - 12x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$2d = (x^2 + 4x)^2 - 12 + 12x$$

$$4d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$2d = x^4 + 8x^3 - 16x^2 - 12 + 12x$$

$$4d = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$4d = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 - 24 + 24x$$

$$2x^4 + 16x^3 + 32x^2 - 24 + 24x = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$(x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0)$$

$$16 - 8 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 8 \cdot 2 + 8$$

$$8(2 - 8 + 9 - 2 + 1)$$

$$(x-2)(x^3 + 10x^2 + 38x)$$

$$\frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2 + 8x - 8}{x^3 - 2x^2} \Big| x-2$$

$$\frac{10x^3 + 18x^2}{10x^3 - 20x^2}$$

$$38x^2 + 8x$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 12x - 4)$$

$$\frac{x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8}{x^3 + 6x^2 + 6x - 4} \Big| x+2$$

$$\frac{6x^3 + 18x^2}{6x^3 + 12x^2}$$

$$-4x - 8$$

$$d = \frac{32 + 12\sqrt{6}}{2} = 16 + 6\sqrt{6}$$

$$4 - 4/16$$

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0$$

$$x+2$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 6x^2 + 6x - 4 \\ x^3 + 2x^2 \\ \hline 4x^2 + 6x \\ 4x^2 + 8x \\ \hline -2x - 4 \end{array} \Big| x+2$$

$$(x+2)^2(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$4(+) = 24$$

$$\frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$1) a_2) 36$$

$$a_4) 16$$

$$a_8) -24$$

$$d = 10$$

$$16 - 4 \cdot 10 = -24$$

$$2) a_1) 12 - 2\sqrt{6} + 24 = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4) 4$$

$$a_8) 24\sqrt{6} - 60$$

$$x^2 = 6 - 4\sqrt{6} + 4 = 10 - 4\sqrt{6}$$

$$4x = 4\sqrt{6} \cdot 8$$

$$d = \frac{32 - 32 + 12\sqrt{6}}{2} = 6\sqrt{6} - 16$$

$$a_1) x^2 = 6 + 4\sqrt{6} + 4 = 10 + 4\sqrt{6}$$

$$4x = -4\sqrt{6} \cdot 8$$

$$a_4 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

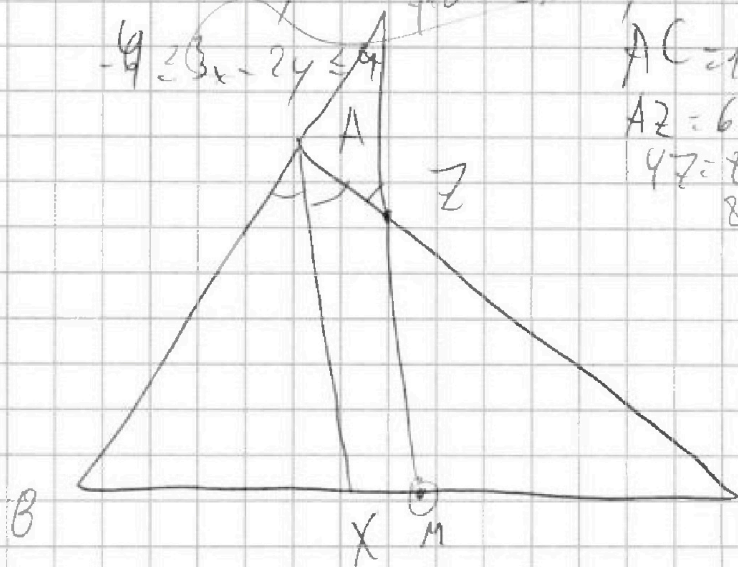
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 2y| \leq 4$$

$$-6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad 4 \leq 5x - 5y \leq 10$$

$$-4 \leq 3x - 2y \leq 4$$



$$|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$$

$$a \leq b$$

$$\begin{array}{r} + 18^2 \\ 72 \\ + 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$192 \div 2$$

$$96$$

$$256 \div 3$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

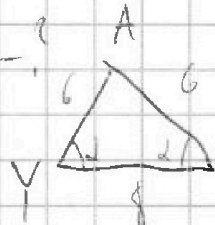
$$YZ = 8$$

$$\sqrt{384} = 2\sqrt{96} = 4\sqrt{24}$$

$$8\sqrt{6}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ 6 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$BC = ?$$



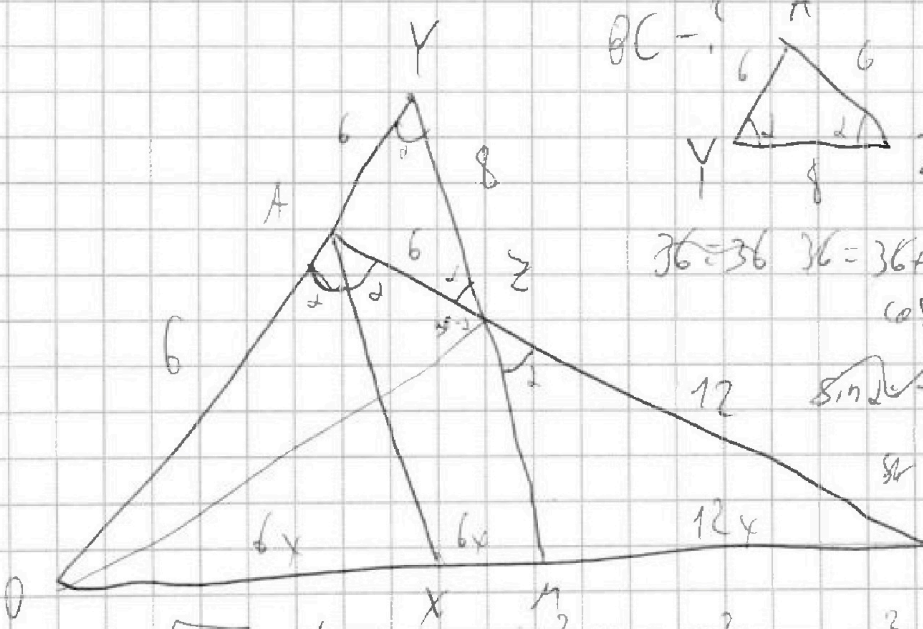
$$36 = 36 \quad 36 = 36 + 64 - 108 \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{2}{3}$$

$$\sin 2 = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos 2 = 2 \cdot \frac{2}{3} - 1$$

$$\frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$



$$BC = \sqrt{384} = \sqrt{192}$$

$$BC^2 = 36 + 18^2 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= 4\sqrt{48} = 8\sqrt{12} = 16\sqrt{3} \quad 36(1 + 9 + 60 \cdot 18^2 = 384)$$

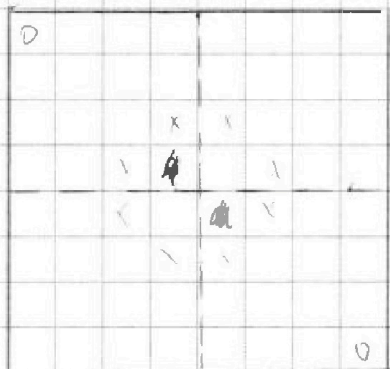


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{5}{4} + \frac{c}{2} = \frac{5+c}{4} = \frac{c}{4}$$

$$64 \cdot 63 = 16 + 16$$

$$4 \cdot 2 = 4$$

$$8 \cdot 63 = 4 + 4$$

$$64 \cdot 81 = 167$$

$$4 \cdot 41$$

$$\frac{5}{4} + \frac{c}{2} = \frac{5+c}{4} = \frac{c}{4}$$

$$64 \cdot 63 = 16 + 16$$

$$4 \cdot 2 = 4$$

$$8 \cdot 63 = 4 + 4$$

$$64 \cdot 81 = 167$$

$$4 \cdot 41$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

$$B: m \quad B: n \quad B: (m - 2n - 2)$$

$$m = 17 \quad n = 5$$

$$289 = 4 \cdot 17$$

$$(m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = 17p^2$$

$$17 \cdot 4 = 17 \cdot 5 \quad 49 + 13 \cdot 4 = 7 \cdot 20 = 140$$

$$mn(m - 2n - 2) = 17p^2$$

$$(m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = 17p^2$$

$$mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$$(m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2 = 17 \cdot 4$$

$$mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$$\sqrt{15}$$

$$m = 2n - 17$$

$$m = 2n - 17$$

$$120$$

$$119$$

$$118$$

$$117$$

$$116$$

$$115$$

$$114$$

$$113$$

$$112$$

$$111$$

$$110$$

$$109$$

$$108$$

$$107$$

$$106$$

$$105$$

$$104$$

$$103$$

$$102$$

$$101$$

$$100$$

$$99$$

$$98$$

$$97$$

$$96$$

$$95$$

$$94$$

$$93$$

$$92$$

$$91$$

$$90$$

$$89$$

$$88$$

$$87$$

$$86$$

$$85$$

$$84$$

$$83$$

$$82$$

$$81$$

$$80$$

$$79$$

$$78$$

$$77$$

$$76$$

$$75$$

$$74$$

$$73$$

$$72$$

$$71$$

$$70$$

$$69$$

$$68$$

$$67$$

$$66$$

$$65$$

$$64$$

$$63$$

$$62$$

$$61$$

$$60$$

$$59$$

$$58$$

$$57$$

$$56$$

$$55$$

$$54$$

$$53$$

$$52$$

$$51$$

$$50$$

$$49$$

$$48$$

$$47$$

$$46$$

$$45$$

$$44$$

$$43$$

$$42$$

$$41$$

$$40$$

$$39$$

$$38$$

$$37$$

$$36$$

$$35$$

$$34$$

$$33$$

$$32$$

$$31$$

$$30$$

$$29$$

$$28$$

$$27$$

$$26$$

$$25$$

$$24$$

$$23$$

$$22$$

$$21$$

$$20$$

$$19$$

$$18$$

$$17$$

$$16$$

$$15$$

$$14$$

$$13$$

$$12$$

$$11$$

$$10$$

$$9$$

$$8$$

$$7$$

$$6$$

$$5$$

$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

$$p = 2$$

$$m - 2n = x$$

$$x(x + 13) = 17 \cdot 4$$

$$x^2 + 13x - 17 \cdot 4 = 0$$

$$169 + 16 \cdot 17 = 272$$

$$272$$

$$m - 2n = x$$

$$-13 \pm 21$$

$$x = 4$$

$$x = -17$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solution on grid paper for a geometry problem involving a triangle and its circumcircle.

Diagram 1 (Top Left): Triangle ABC with circumcircle. Point P is on the arc AC. Lines AP, BP, CP are drawn. Angle P is marked. A handwritten $\sqrt{2}$ is next to it.

Diagram 2 (Bottom Left): Triangle ABC with circumcircle. Point N is on the arc AC. Lines AN, BN, CN are drawn. A handwritten $\sqrt{2}$ is next to it.

Diagram 3 (Top Right): A square with side length 6. Diagonals intersect at point X. A handwritten $\sqrt{2}$ is next to it.

Diagram 4 (Middle Right): A square with side length 6. A horizontal line segment of length x is drawn. A handwritten $\sqrt{2}$ is next to it.

Diagram 5 (Bottom Right): A square with side length 6. A horizontal line segment of length x is drawn. A handwritten $\sqrt{2}$ is next to it.

Equations and Calculations:

$AB = 6$
 $AN = 5$

$64 \cdot 63$
 $\frac{64 \cdot 63}{4 \cdot 2} + 16$

$16 \cdot$

$\frac{6 + C}{4} + \frac{C}{4} = \frac{6 + C}{4} + \frac{C}{4}$