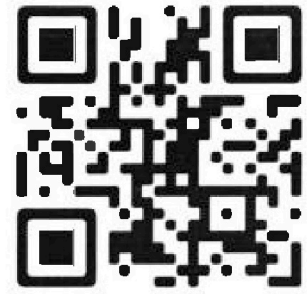




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 10



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что $a - b = 12$, а значение выражения $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$ равно $19p^4$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 6$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 12$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Д1):

$$x^2 + 4\sqrt{t}x + 9t^2 - 9 = 0$$

2 корня, значит $D > 0$

$$D = (4\sqrt{t})^2 - 4(9t^2 - 9) = 16t - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 = 4(9 - t^2) > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 - t^2 > 0 \Rightarrow t^2 < 9 \Rightarrow t \in (-3; 3). \quad (1)$$

добавить числ (пот. чисел)

$$x_1 \cdot x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \quad (2)$$

пересечение
у (1) и (2) получаем:

$$\text{Ответ: } t \in (-3; -1) \cup (1; 3).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

121:

$$a - b = 12 \Leftrightarrow a = 12 + b \quad (1)$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^n, \text{ где } p - \text{ простое число}$$

$$(a+b)^2 + 3(a+b) = 19p^n \Leftrightarrow (a+b)(a+b+3) = 19p^n \quad \text{используем (1):}$$

$$(12+2b)(15+2b) = 19p^n \Leftrightarrow 2(b+6)(15+2b) = 19p^n \rightarrow \text{левая часть } : 2,$$

значит правая $: 2$, но $19 \not\div 2 \Rightarrow p^n : 2$, а значит т.к. p - простое число \rightarrow

$$\rightarrow p = 2, \text{ а } p^n = 19, \text{ получается: } 2(b+6)(15+2b) = 19 \cdot 2^n :$$

~~$$(b+6) \not\div 2 \text{ т.к. } b \text{ нечетное } b \text{ т.к. } 2b \div 2, \text{ а } 15 \not\div 2 \Rightarrow b+6 : 2^3$$~~

т.к. $(15+2b) \not\div 2$ при любом b (т.к. $2b \div 2$, а $15 \not\div 2$) $\Rightarrow b+6 : 2^3$, тогда

$$15+2b : 19 \text{ (т.к. если } b+6 : 19 \Rightarrow \text{приведем } 2(b+6)(15+2b) > 19 \cdot 2^4)$$

т.к. $b = 2$ (т.к. при любом $b > 2$ $2(b+6)(15+2b) > 19 \cdot 2^4$ (т.к.

$b+6 > 2^3$; $15+2b > 19$), а $b=1$ не подходит и ~~меньшие~~ b не подходит

(т.к. $b=0$ не подходит), тогда $a = 12 + b = 14$.

Ответ: 14 и 2.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

① $\angle PCA: CP = PM \text{ (по углам)}$
 $AP \parallel DM \text{ (по углам)}$

\rightarrow по Т. Фалеса $AD = AC$ (пусть $= x$)

значит т.е. $AC = AP \rightarrow AB = AD + AC = 2x$

по Т. Фалеса

② $\triangle ABC \sim$ медиана AD :

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BX}{XA} \cdot \frac{AD}{DC} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{2} \cdot \frac{BX}{XA} \cdot \frac{x}{2x} = 1 \Leftrightarrow \frac{BX}{XA} = 1 \Rightarrow BX = AX = x$$

$\Rightarrow \frac{1}{2} AB = x$

③ $\triangle DXC: xA$ медиана (т.е. $DA = AC$) $\Rightarrow \triangle DXC$ - прямоугольный ($\angle DXC = 90^\circ$)
 $XA = \frac{1}{2} DC (= x)$ - катет. прямоугольного тр-ка.

④ $AP \parallel DM$ (по угл.), значит $\angle XDC = \angle PAC$ (соответственные углы при параллельных прямых и секущей DC) - св-во паралл. прямых.

значит $\cos(2\angle XDC) = \cos(2\angle PAC) = -\frac{3}{4}$

⑤ $\cos(2\angle PAC) = \cos^2 \angle PAC - \sin^2 \angle PAC \Rightarrow \cos(2\angle PAC) + 2\sin^2 \angle PAC = 1$

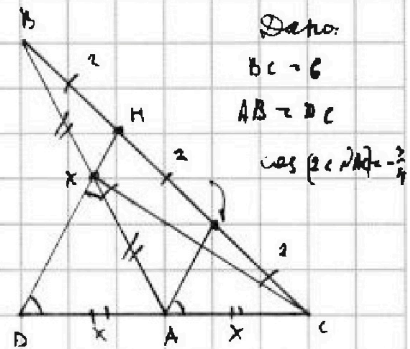
$\Rightarrow -\frac{3}{4} + 2\sin^2 \angle PAC = 1 \Rightarrow \sin \angle PAC = \sqrt{\frac{1+\frac{3}{4}}{2}} = \sqrt{\frac{7}{8}} = \sin \angle PAC(73)$

поэтому опред $\sin: \sin \angle XDC = \frac{XC}{DC} \Rightarrow \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{XC}{2x} \Rightarrow XC = 2x \sqrt{\frac{7}{8}} =$

$x\sqrt{35}$

⑥ $\triangle ABC: \text{ по формуле медианы Ев-ва:}$

$CX^2 = \frac{2AC^2 + 2BC^2 - AB^2}{4} \Rightarrow x^2 \cdot 0,5 \cdot 4 = 2x^2 + 472 - 4x^2 \Rightarrow 16x^2 = 72 \text{ (6)}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow x^1 = \frac{x^3}{x^2} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{\frac{1}{2}} = 4,5\sqrt{2} \quad (r = 2, r > 0) \rightarrow AB = 2x = 3\sqrt{2}$$

Ответ: $3\sqrt{2}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

24:

Представим себе этот класс и абстрактный учебный класс

учебный класс

	(1)	(2)	(3)	(4)
1 карта	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2 карты	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3 карты	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Рез: первое можно выбрать 11 способами,

2-10: 10-10, 2-10: 3-10, т.е. всего 11-10-3 способа, а теперь добавим

что т.к. есть 4 всевозможных \Rightarrow есть только 1 способ ~~распределить~~

Этой пары 3-ей картой: на 1 карте самый лучший, на 2-й

средний по рейтингу, а на 3-ей самый худший т.е. есть

1-10-3 способа выбрать 1 ряд аккордами (2) и (4), назовем уже

11-10-3-9-7-6-5-4-3 способа, а оставшиеся 2-х удерживать можно

каждым из способов т.к. учебный класс - средний, т.е. так:

$\frac{11!}{2!} = 2$ способа, но не стоит забывать, что сам этот учебный класс был

критичен или последним в ряду, во этот ряд в конце тоже нужно

рассмотреть т.е. $\frac{11!}{2!}$ вариантов. Теперь рассмотрим на размещение учебного

класса: 8 вариантов на 1-10 или 3-10 карты ($\frac{11!}{2!}$ вариантов - ученики)

и 4 варианта на 2-10 ($\frac{11!}{2!} \cdot 2$ способа - ученики) в сумме ~~получаем~~

$$\frac{11!}{2!} \cdot 8 + \frac{11!}{2!} \cdot 2 \cdot 4 = 11! \cdot 8 \text{ вариантов.} \quad \text{Ответ: } 11! \cdot 8 \text{ способов}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Р5:

BE = 12.

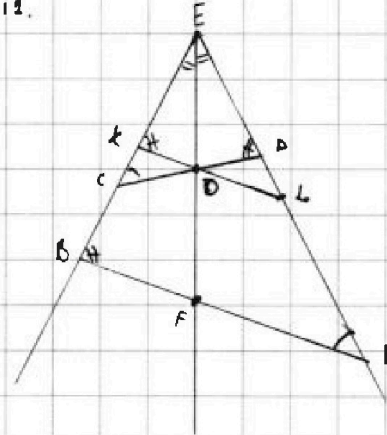
① Если ABCD - выпуклый четырехугольник, значит

~~∠CBA + ∠CDA + ∠BCD + ∠BAD = 360°~~

$$\angle CBA + \angle CDA = 180^\circ \text{ (св-во выпуклого)} \Rightarrow$$

чет-ра

$$\Rightarrow \angle KBA = \angle EDC.$$



② Проведем $KL \parallel AB$ ^{через O} $\Rightarrow \angle ABE = \angle LKE$ (т.к. они соответственные...),

значит $\angle LKE = \angle CDE$ ($\sim \angle EBA$)

③ $\triangle KEO \sim \triangle EDO$:

$\angle KEO = \angle DEO$ (т.к. $\angle ABE = \angle LKE$)

$$\angle EKO = \angle EDO \text{ (зг)}$$

EO - одна сторона

$$\Rightarrow \angle EOK = \angle EOD$$

$\Rightarrow \triangle EKO = \triangle EDO \Rightarrow$
(по двум углам и общей стороне)
 $\Rightarrow EK = EO = ED = DO$

④ Пусть $EO \cap BA = F$, тогда обозначим BE за a; EA за b; а BA за c:

$$\frac{BF}{FA} = \frac{BE}{EA} = \frac{a}{b} \text{ (св-во Деления отрезка)} \Rightarrow BF = c \cdot \frac{a}{a+b}$$

$$BF + FA = BA = c$$

⑤ BO - делят $\angle EBF$ (по угл.) $\Rightarrow \frac{EO}{OF} = \frac{EB}{BF} = \frac{a}{c \cdot \frac{a}{a+b}} = \frac{a+b}{c}$ (св-во Деления отрезка)

тогда $\frac{EO}{EF} = \frac{EO}{EO+OF} = \frac{a+b}{a+b+c}$

⊗



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

⑥ $\triangle BEF \sim \triangle KEO$ (т.к. $\angle BEF = \angle KEO$, а $BF \parallel KO$) \Rightarrow

$$\Rightarrow \frac{EK}{EB} = \frac{KO}{BF} = \frac{EO}{EF} \Rightarrow \frac{EK}{a} = \frac{KO}{ca} \cdot (a+b) \stackrel{(2)}{=} \frac{(a+b)}{a+b+c}$$

$$(1) : \frac{EK}{a} = \frac{a+b}{a+b+c} \Rightarrow EK = \frac{a(a+b)}{a+b+c}$$

$$(2) : \frac{KO}{ca} \cdot (a+b) = \frac{a+b}{a+b+c} \Rightarrow KO = \frac{ac}{a+b+c}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow EK + KO &= \\ &= \frac{a(a+b) + ac}{a+b+c} = \\ &= \frac{a(a+b+c)}{a+b+c} = a = 12 \end{aligned}$$

значит т.к. $EK + KO = ED + DO$ (3г) $\Rightarrow ED + DO = a = 12$.

Ответ: 12



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16:

Представим себе эту систему из деревьев и дорог, как граф, в котором деревья - вершины, а дороги - рёбра. Тогда т.к. из каждой деревни можно пойти в каждую \rightarrow это связный граф, а т.к. только одним способом \rightarrow нет циклов (т.к. ~~если~~ ^{если} 4 есть два разных способа) \rightarrow этот граф - дерево, а в дереве число вершин на 1 больше числа рёбер. Значит число рёбер: т.к. из всех вершин кроме 4-х выходы по 1 дороге \rightarrow \rightarrow эти 4 вершины связаны между собой (т.к. из каждой можно попасть в каждую только одним способом ^{или соединить их друг с другом} через эти 4), а т.к. нет циклов \rightarrow они соединены 3 рёбрами, тогда общее число рёбер: $5 + 6 + 7 + 9 - 3 = 24$, а вершин: $24 + 1 = 25$

Ответ: \times 25



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

P7:

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

рассмотрим 2 корня квадратной:

① $\sqrt{1 - |x - y - 1|} = ?$ $\sqrt{1 - \text{выражет. значение}}$

это ко чему $\sqrt{1}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{1}$ т.с. возможные результаты:

② $\sqrt{1 - 0} = 1$ или ③ $\sqrt{1 - 1} = 0$ в других случаях увеличится корень и

вырастет число

④ $|x - y - 1| = 0 \Rightarrow x - y = 1$

⑤ $|x - y - 1| = 1 \Rightarrow \cancel{x - y - 1 = 1} \Rightarrow x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$ или $x - y = 2$

т.с. ко чему: $x - y = 0$ или 1 или 2.

⑥ $\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} = ?$ разделим на 2 части.

$2x - x^2 \rightarrow$ принимает значения $(-\infty; 1]$ ($\rightarrow (x - 1)^2 + 1$)

$-2y - y^2 \rightarrow$ принимает значения $(-\infty; 1]$ ($\rightarrow \frac{1}{2}(y + 1)^2 + 1$)

а в сумме получается принимает значения $(-\infty; 2]$, т.с.

или увеличится корень: 0 или 1 или $\sqrt{2}$, остальные с увеличением корня $y - 1$

получает в итоге: $(0 \text{ или } 1 \text{ или } \sqrt{2}) + (0 \text{ или } 1) = 2$ не подходит

предварен получаем, ^{берем минимально возможное} что $1 + 1 = 2$, т.с. оба значения: +1, ~~...~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 2x - 2y - x^2 - y^2 = 1 \\ 2 - |x - y - 1| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x^2 - 2y - y^2 = 1, (1) \\ x - y - 1 = 0 (2) \end{cases}$$

(1) : Область определения: $2x - x^2 \in (-\infty; 1]$; $-2y - y^2 \in (-\infty; 1]$ т.е. значения больше значения \rightarrow

$$\begin{cases} 2x - x^2 = 1 \\ -2y - y^2 = 0 \\ 2x - x^2 = 0 \\ -2y - y^2 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \text{ или } 2 \\ x = 0 \text{ или } 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

(2) $x = y + 1$

переводим в нормальную форму, получаем 2 корня: $(1; 0)$ и $(0; -1)$.

Ответ: $(1; 0)$; $(0; -1)$.

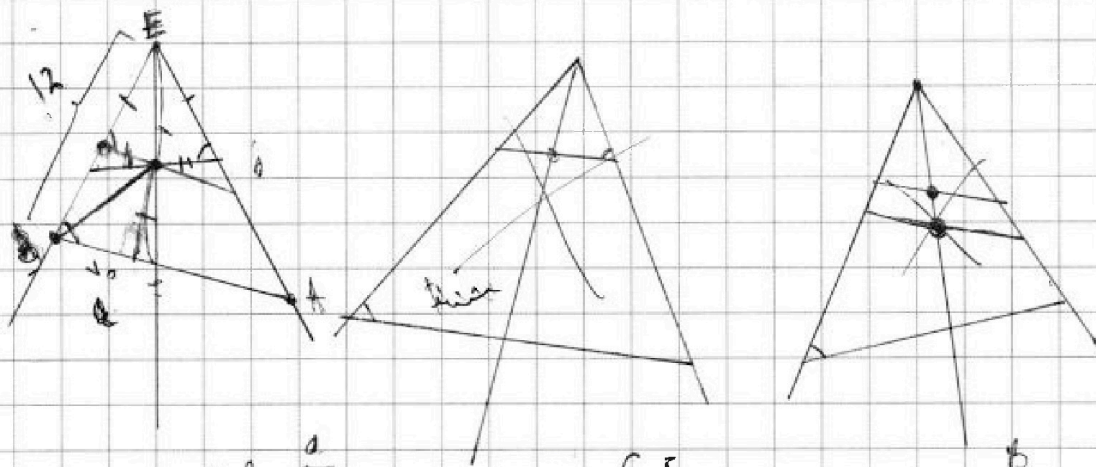


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

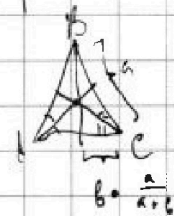
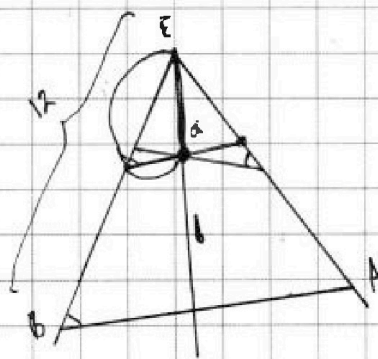
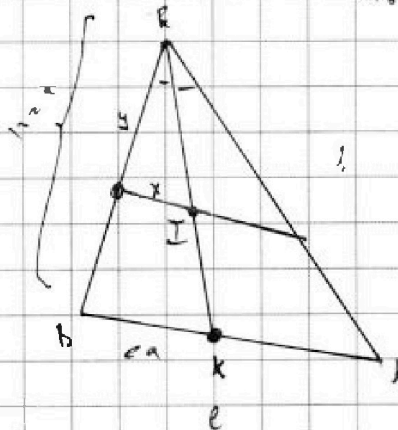
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$a + b \cdot \frac{a}{a+b} = a$$



$$\frac{a+b}{a+b} \cdot \frac{a}{a+b}$$

$$\frac{EI}{EK} = \frac{EI}{AK} = \frac{b}{c \cdot \frac{a}{a+b}} = \frac{a+b}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{EI}{EK} = \frac{a+b}{a+b+c} \Rightarrow x = \frac{(a+b)}{a+b+c} \cdot c \cdot \left(\frac{a}{a+b}\right)^2 = \frac{ac}{a+b}$$

$$y = \frac{a+b}{a+b+c} \cdot a$$

$$x + y = \frac{(a+b)a + ac}{a+b+c} = a \cdot \frac{a+ab+ac}{a+b+c} = a$$

12 · 11 · 10 · ... · 4
2
1 способ.

$$\frac{12!}{3!} \cdot 8 + \frac{12!}{2!} \cdot 4 \cdot 2$$

$$\cos 30 = \cos^2 45 - \sin^2 45 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$



$$\cos 60 = \cos^2 30 - \sin^2 30$$

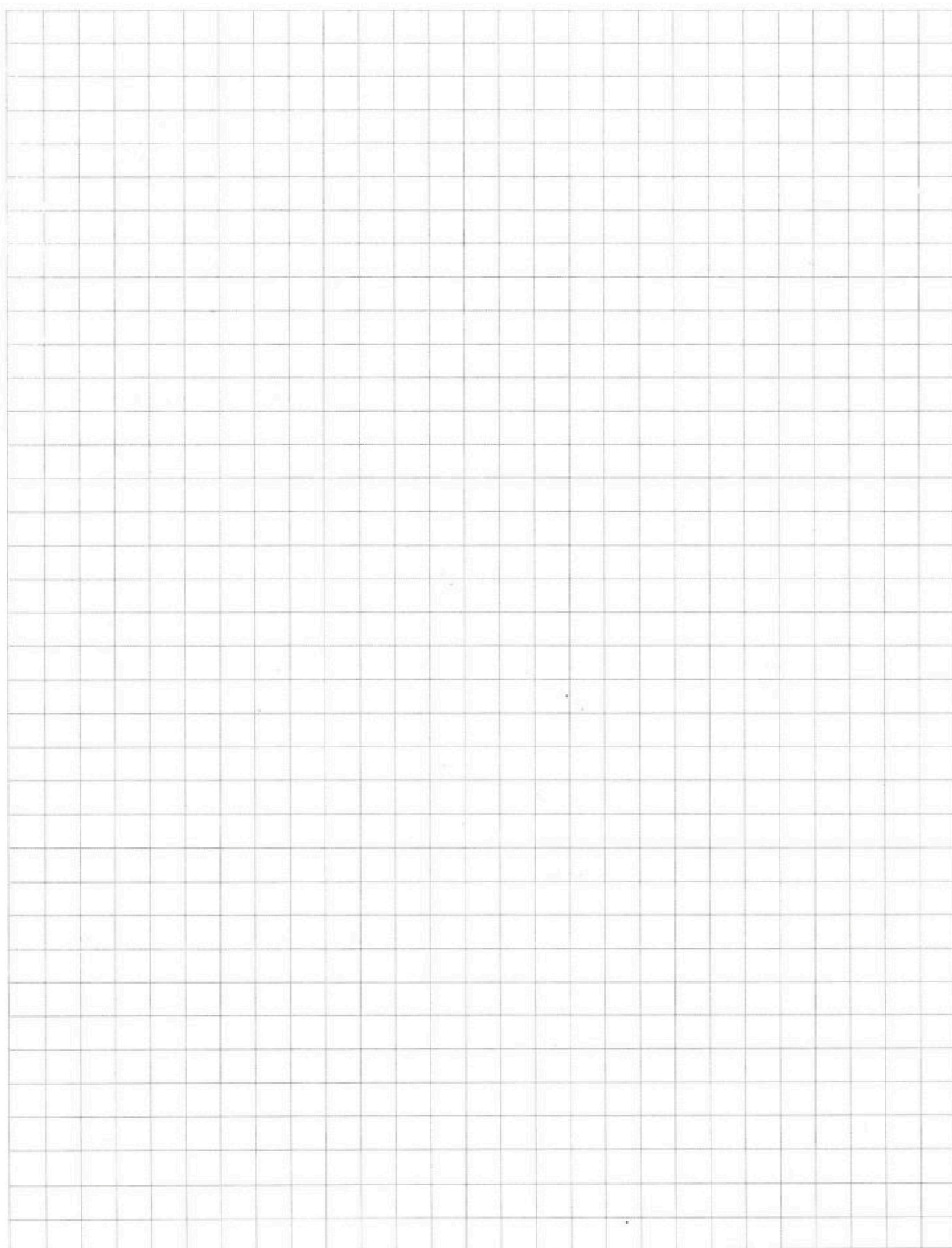


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 \geq 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

$$x_1 \neq x_2$$

$$D > 0 \Leftrightarrow 32t^2 - 36t^2 + 36 > 0 \Leftrightarrow \frac{9}{3} - 4t^2 > 0 \Leftrightarrow 3 > 4t^2 \Leftrightarrow t \in (-3, 3)$$

$$t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4} = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

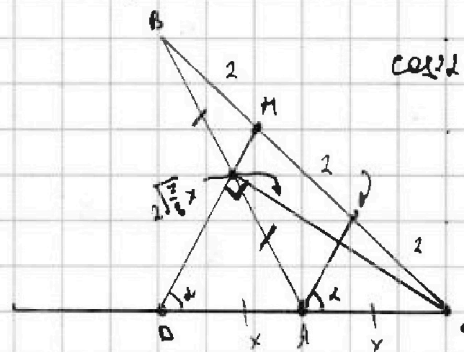
$$\downarrow$$

$$\cos 2\alpha + 2\sin^2 \alpha = 1$$

$$2\sin^2 \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{3}{8}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{3}{8}}$$



$$\cos \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{1} \cdot x \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x = 1$$

$$2x^2 + 2 \cdot 6^2 = 4x^2 + 0 \cdot (4\sqrt{\frac{3}{8}}x)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 72 = 4x^2 + 14x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 = 18x^2 \Leftrightarrow \frac{18x^2}{x^2} \Rightarrow 4x^2 = 18 \Leftrightarrow 2x = 3\sqrt{2}$$

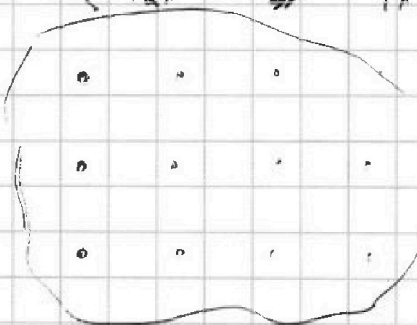
$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

12



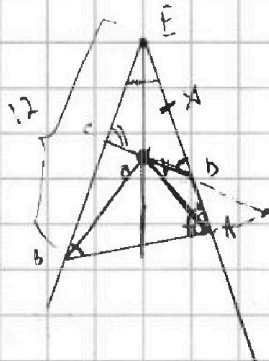


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

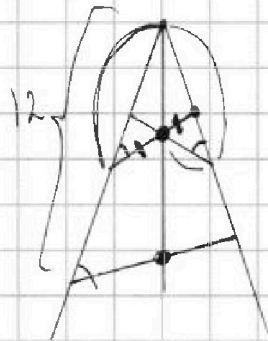
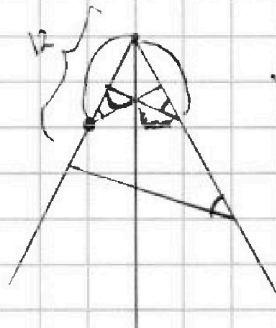
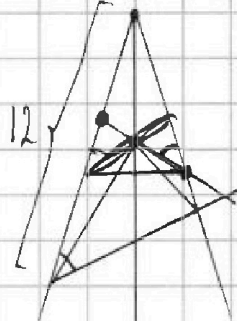
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



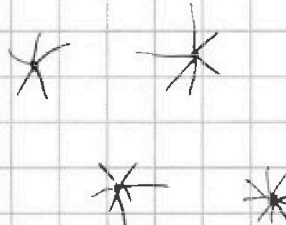
$$\frac{ED}{CD} = \frac{BE}{AB}$$

$$\frac{ED}{6} = \frac{EB}{12} = \frac{DO}{6}$$

$$DO + ED =$$



гипот.



$$x + 6 + 7 + 5 = 27$$

$$-4x + 27 + 1 = 26 \text{ км}$$

(Handwritten notes and scribbles)

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2$$

$$2x - 2y - x^2 - y^2$$

$$\textcircled{1} \quad 2x - 2y - x^2 - y^2 = 1 \quad ; \quad 1 - |x - y - 1| = 1$$

~~$$\textcircled{2} \quad 2x - 2y - x^2 - y^2 = 0 \quad ; \quad 1 - |x - y - 1| = 0$$~~

$$\textcircled{3} \quad 2x - 2y - x^2 - y^2 = 4 \quad ; \quad 1 - |x - y - 1| = 0$$

$$x - y \in [-1; 1]$$

$$x - y \in [-2; 0]$$

$$\begin{cases} 2x - 2y - x^2 - y^2 > 0 \\ x = 1 \\ 2x - x^2 \in (-\infty; 1] \\ -2y - y^2 \in (-\infty; 1] \\ y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} [-\infty; 2] \\ [0; 2] \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

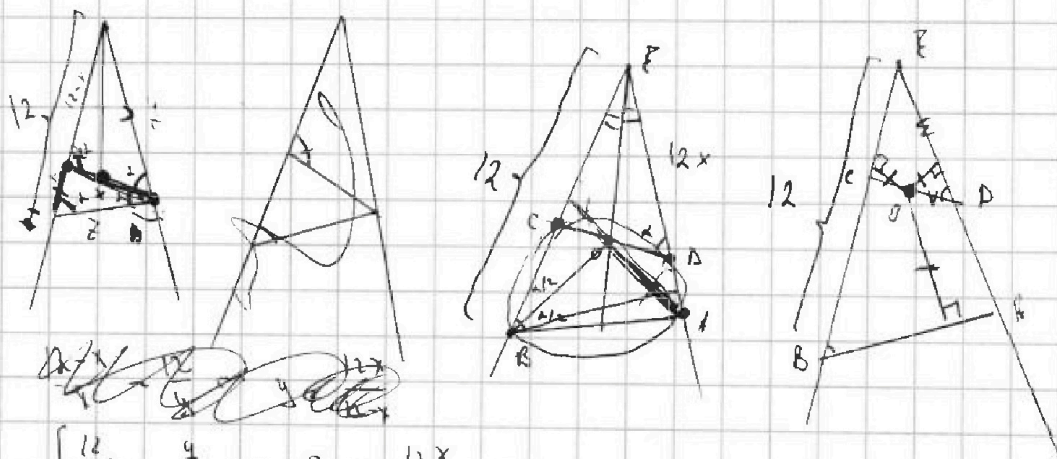
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

← *задача*
 ← *задача* *задача*
 $a_1; a_2; \dots; a_n$

① За a_{10} можно не искать

② За a_{10} можно считать только a_{11}

a_1	a_4	a_7	a_{10}	a_{11}	a_3	a_2	a_5	12=11
a_2	a_5	a_6	a_{11}	a_4	a_{10}	a_7	a_8	
a_3	a_6	a_9		a_9	a_{10}	a_{11}	a_6	



$$\begin{cases} \frac{12}{z} = \frac{y}{x} \Rightarrow z = \frac{12x}{y} \\ \frac{12-x}{z} = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{12-x}{x} = \frac{y^2}{12x} \Rightarrow y = \sqrt{144-12x} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + \frac{4\sqrt{2}t}{p}x + \frac{9t^2 - 9}{q} = 0$$

$$D = 32t^2 - 36t^2 + 36 = 4t^2 + 36 \geq 0$$

$$x = \frac{-2\sqrt{t^2+9} - 4\sqrt{2}t}{2} = -\sqrt{t^2+9} - 2\sqrt{2}t$$

~~$$x_1, x_2 = \dots$$~~

$$x_1 \cdot x_2 = 9t^2 - 9 > 0 \Rightarrow t^2 \in (1; +\infty) \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

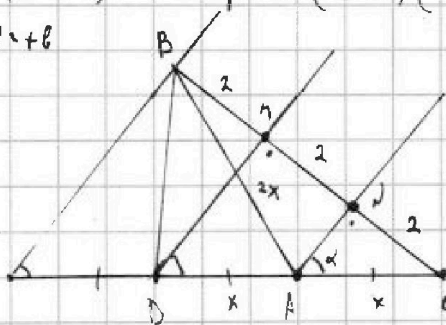
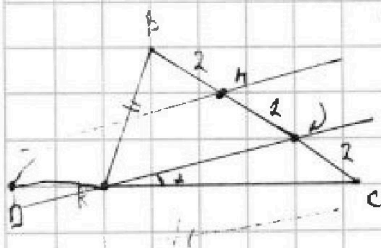
$$x_1 + x_2 = -4\sqrt{2}t$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)(a+b) = 19p^4 = (12+2b)(15+2b) = 19p^4$$

$$12 + 2b = 2^4 = 16 \Rightarrow b = 2; a = 14$$

$$\cos(2\alpha) = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{3}{4}$$



$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 60 = \cos^2 30 - \sin^2 30 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \angle BDC = \frac{x^2 + 4x^2 - 4}{2x^2} = \frac{5x^2 - 4}{2x^2}$$

~~$$4 = x^2 + 4x^2 + 2x \cdot 4x \cdot \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4x^2 + 2,5x \cdot 4x + x^2 - 4 = 0$$~~

~~$$D = 2,25x^2 - 4x + 16 = 16 - 1,75x^2$$~~

~~$$4x = \frac{\pm \sqrt{16 - 1,75x^2} - 4,5x}{2}, \quad |4x| = \frac{\sqrt{16 - 1,75x^2} - 1,5x}{2}$$~~

$$2\sin^2 \alpha - \frac{3}{4} = 1 \Leftrightarrow 2\sin^2 \alpha = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$\frac{2 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^2 - 2x^2}{2} = 2x^2 \Leftrightarrow 128 + 128 - 2x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 256 \Leftrightarrow x = 16$$