



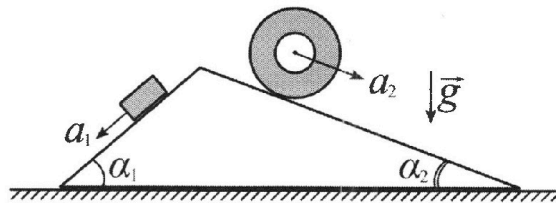
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



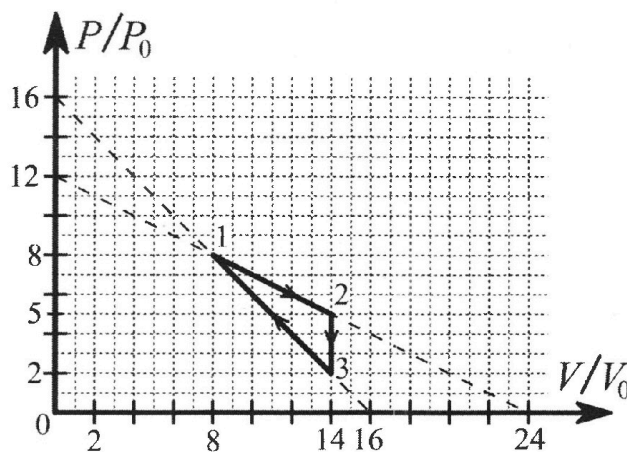
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

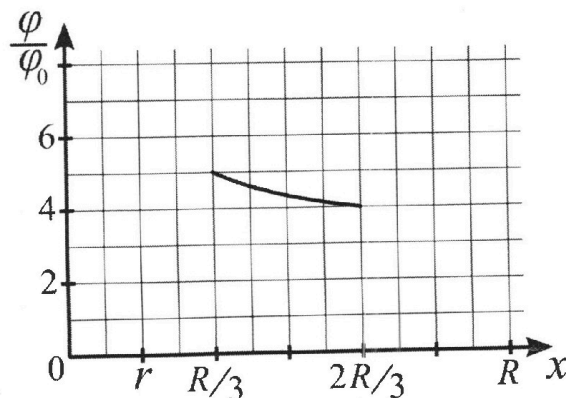
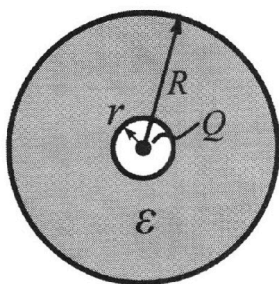


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





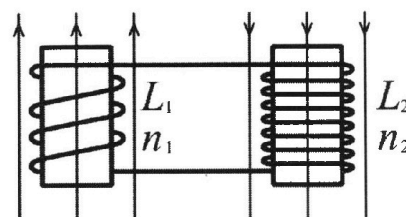
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

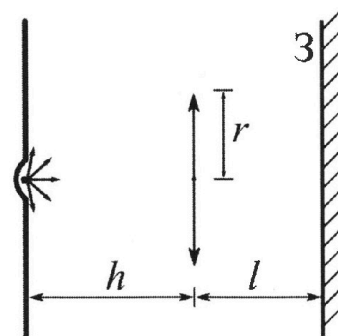


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет и изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

(м)
 $a_1 = \frac{6}{13}g$

$2m$
 $a_2 = \frac{9}{13}g$

(2) (2012)

$F_1 = ?$

$F_2 = ?$

$F_3 = ?$

① 23К: брусок:

оx₁: $ma_1 = mgsin\alpha_1 - F_1$

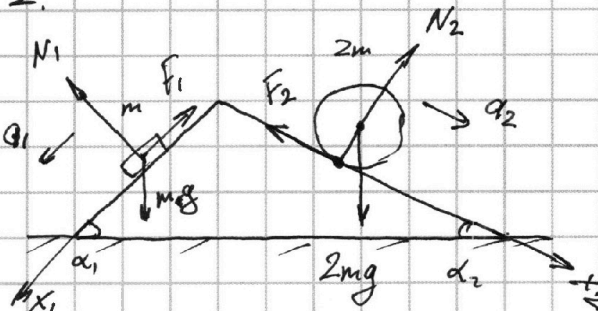
$F_1 = mgsin\alpha_1 - ma_1$

$F_1 = mg(\frac{3}{5} - \frac{6}{13})$

$F_1 = mg \frac{29-30}{65}$

$F_1 = -\frac{9}{65}mg$

501.



② 23К: цилиндр: оx₂: $2ma_2 = 2mgsin\alpha_2 - F_2$

$F_2 = 2mgsin\alpha_2 - 2ma_2$; $F_2 = 2mg(\frac{5}{13} - \frac{1}{4})$

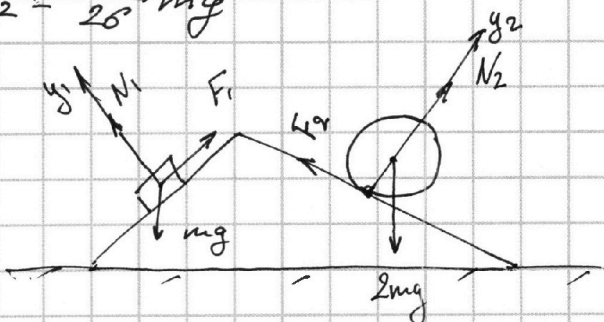
$F_2 = 2m \frac{20-13}{52}$; $F_2 = \frac{7}{26}mg$

③ 23К: брусок: оy₁:

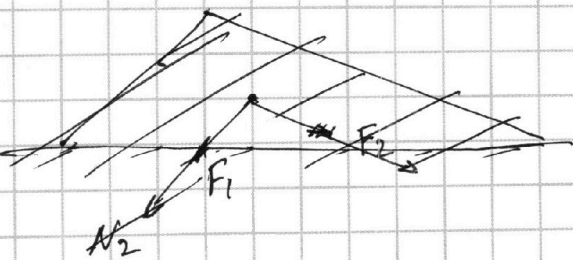
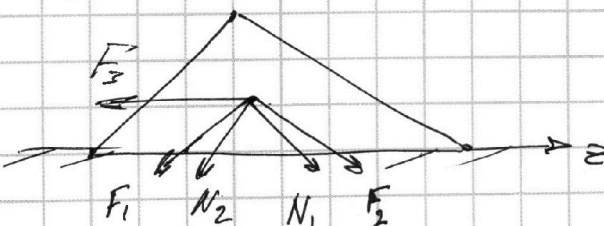
$N_1 = mgcos\alpha_1 = \frac{4}{5}mg$

23К: цилиндр: оy₂:

$N_2 = 2mgcos\alpha_2 = \frac{24}{13}mg$



По 3-му 3-му закону на клин действуют силы N_1 ; F_1 ; N_2 ; F_2 , равные по модулю, но противоположны по направлению тем, что приложены к брусу и цилиндру:



23К: клин: оz:

$0 = F_2cos\alpha_2 + N_1cos(\frac{\pi}{2}-\alpha_1) - F_1cos\alpha_1 - N_2cos(\frac{\pi}{2}-\alpha_2) - F_3$

$F_3 = F_2cos\alpha_2 + N_1sin\alpha_1 - F_1cos\alpha_1 - N_2sin\alpha_2$

$F_3 = \frac{7}{26}mg \cdot \frac{12}{13} + \frac{4}{5}mg \cdot \frac{3}{5} - \frac{9}{65}mg \cdot \frac{4}{5} - \frac{24}{13}mg \cdot \frac{5}{13}$

$F_3 = (\frac{7 \cdot 12}{2 \cdot 13 \cdot 13} - \frac{24 \cdot 5 \cdot 2}{13 \cdot 13 \cdot 2})mg + (\frac{4 \cdot 3 \cdot 13}{5 \cdot 5 \cdot 13} - \frac{4 \cdot 9 \cdot 5}{5 \cdot 13 \cdot 5})mg$

$F_3 = (\frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} - \frac{20 \cdot 72}{13 \cdot 13 \cdot 2})mg + (\frac{12 \cdot 13}{25 \cdot 13} - \frac{3 \cdot 4}{25 \cdot 13})mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = \left(-\frac{6}{13} + \frac{111}{13 \cdot 25} \right) mg = -\frac{150 + 111}{13 \cdot 25} mg = -\frac{3}{25} mg$$

Знак минус означает, что все направлено в ту сторону.

Ответ: 1) $F_1 = \frac{9}{65} mg$

2) $F_2 = \frac{4}{26} mg$

3) $F_3 = \frac{3}{25} mg$

$$F_3 = \left(\frac{4 \cdot 12}{26 \cdot 13} + \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 4}{65 \cdot 5} - \frac{24 \cdot 5}{13 \cdot 13} \right) mg$$

$$F_3 = \left(\frac{4 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} - \frac{2 \cdot 5 \cdot 12}{13 \cdot 13} + \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 4}{5 \cdot 5 \cdot 13} \right) mg$$

$$F_3 = \left(\frac{4 \cdot 12 - 20 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} + \frac{12 \cdot 13}{5 \cdot 5 \cdot 13} - \frac{9 \cdot 4}{5 \cdot 5 \cdot 13} \right) mg$$

$$F_3 = \left(-\frac{6}{13} + \frac{156 - 36}{5 \cdot 5 \cdot 13} \right) mg$$

$$F_3 = mg \left(\frac{120}{25 \cdot 13} - \frac{150}{25 \cdot 13} \right) = -\frac{6}{65} mg$$

знак минус означает, что все направлено в ту сторону:

Ответ: 1) $F_1 = \frac{9}{65} mg$

2) $F_2 = \frac{4}{26} mg$

3) $F_3 = \frac{6}{65} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Реш:

1) Уравнение Менделеева-Клапейрона для сст. 1 и 2:

$$p_1 V_1 = 2RT_1; \quad p_2 V_2 = 2RT_2$$

$$p_2 V_2 - p_1 V_1 = 2R(T_2 - T_1) \quad | \cdot \frac{3}{2 p_0 V_0}$$

$$\frac{3}{2} \left(\frac{p_2 V_2}{p_0 V_0} - \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} \right) = \frac{\Delta U_{12}}{p_0 V_0}$$

$$A_g = \int_{p_1}^{p_2} V dp = \frac{1}{2} (p_2 - p_1) (V_2 + V_1)$$

$$A_g = \frac{1}{2} (p_2 V_2 - p_2 V_1 - p_1 V_2 + p_1 V_1) \quad \frac{1}{p_0 V_0}$$

$$\frac{A_g}{p_0 V_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{p_2 V_2}{p_0 V_0} - \frac{p_2 V_1}{p_0 V_0} - \frac{p_1 V_2}{p_0 V_0} + \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} \right)$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_0 V_0} = 14.5 = 40; \quad \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} = 64; \quad \frac{p_2 V_1}{p_0 V_0} = 40; \quad p_1 V_2 = 28$$

$$\frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} = 16$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{p_0 V_0} = \frac{p_0 V_0}{A_g} = \frac{3(40 - 64)}{2(40 - 40 - 28 + 16)}$$

$$\frac{\Delta U_{12}}{A_g} = \frac{3 \cdot 6}{30 - 28 + 16} = \frac{18}{2 + 16} = 1$$

2) Рассмотрим прямую, на кот. лежат точки 1 и 2:

Ур. прямой по двум точкам:

$$\frac{p - p_1}{p_2 - p_1} = \frac{V - V_1}{V_2 - V_1}; \quad \frac{p - 8}{8 - 5} = \frac{V - 8}{8 - 14} \Rightarrow 24 - 2\frac{p}{p_0} = \frac{V}{V_0}$$

Ур-е Менделеева-Клапейрона для сжатой точки на отрезке 1 → 2:

$$pV = 2RT \quad | : p_0 V_0; \quad \frac{p}{p_0} \frac{V}{V_0} = \frac{2R}{p_0 V_0} T$$

$$T = \frac{p_0 V_0}{2R} \frac{p}{p_0} (24 - 2\frac{p}{p_0}), \quad \text{возьмем производную}$$

$$T' = \frac{p_0 V_0}{2R} (24 \frac{p}{p_0} - 2 \frac{p^2}{p_0^2})' = \frac{p_0 V_0}{2R} (\frac{24}{p_0} - \frac{4}{p_0^2} p)$$

Найдём максимум: $T' = 0 \Rightarrow$

$$\frac{p_0 V_0}{2R} (\frac{24}{p_0} - \frac{4}{p_0^2} p) = 0; \quad p \frac{4}{p_0^2} = \frac{24}{p_0} \Rightarrow \frac{p}{p_0} = 6$$

$$\frac{V}{V_0} = 24 - 12 = 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Упр-ие Менделеева - Клапейрона для точки e $T_{12\max}$:

$$\frac{p}{p_0} = 6, \quad \frac{V}{V_0} = 12; \quad pV = 2RT_{12\max} \quad | : p_0V_0$$

$$\frac{pV}{p_0V_0} = 2RT_{12\max} \frac{1}{p_0V_0} \quad ; \quad \frac{2RT_{12\max}}{p_0V_0} = 72$$

Упр-ие Менделеева - Клапейрона для точки 3:

$$p_3V_3 = 2RT_3 \quad | : p_0V_0 \Rightarrow \frac{p_3V_3}{p_0V_0} = \frac{2R}{p_0V_0} T_3$$

Отметим, что $\frac{p_3V_3}{p_0V_0} = 28 \Rightarrow T_3 \cdot \frac{2R}{p_0V_0} = 28$

$$\frac{\frac{2R}{p_0V_0} \cdot T_{12\max}}{\frac{2R}{p_0V_0} \cdot T_3} = \frac{72}{28} \quad ; \quad \frac{T_{12\max}}{T_3} = \frac{18}{7}$$

Отв-е: 1) $\frac{\Delta U_{12}}{A_3} = 1$

2) $\frac{T_{12\max}}{T_3} = \frac{18}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 $r = R$
 Q
 ϵ
 $\varphi(\frac{5}{6}R) = ?$
 $\epsilon = ?$

1) Разобьём потенциал ^{сумма} потенциала $\varphi(\frac{5}{6}R)$ на два слагаемых:

$$\varphi(\frac{5}{6}R) = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2$$

где $\Delta\varphi_1$ — потенциал в области, где $r = 0$

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_\infty - 0 = \frac{kQ}{\epsilon} \quad (\text{потенциал в области, где } r = 0)$$

$$\Delta\varphi_2 = \varphi(l) - \varphi(r) \quad (\text{потенциал, как будто всё пространство вокруг заряда заполнено диэлектриком с } \epsilon)$$

$$\varphi(l) = \frac{kQ}{\epsilon l}$$

$$\varphi(r) = \frac{kQ}{\epsilon r}$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{kQ}{\epsilon l} - \frac{kQ}{\epsilon r}, \quad \Delta\varphi_2 = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{r} \right), \quad \text{где } l = \frac{5}{6}R$$

$$\varphi(\frac{5}{6}R) = \frac{kQ}{\epsilon} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{r} \right)$$

$$\varphi(\frac{5}{6}R) = kQ \left(\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{\epsilon l} - \frac{1}{\epsilon r} \right)$$

$$\varphi(\frac{5}{6}R) = kQ \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon l} + \frac{6}{5R \cdot \epsilon} \right)$$

2) $\frac{\varphi(\frac{R}{2})}{\varphi_0} = \frac{1}{\varphi_0} \left(\frac{kQ}{\epsilon} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{r} \right) \right); \quad \frac{\varphi(\frac{R}{2})}{\varphi_0} = 5$

$\frac{\varphi(\frac{2R}{3})}{\varphi_0} = \frac{1}{\varphi_0} \left(\frac{kQ}{\epsilon} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{r} \right) \right); \quad \frac{\varphi(\frac{2R}{3})}{\varphi_0} = 4$

$\frac{\varphi(\frac{R}{2})}{\varphi_0} \cdot \frac{\varphi_0}{\varphi(\frac{2R}{3})} = \frac{\frac{kQ}{\epsilon} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{r} \right)}{\frac{kQ}{\epsilon} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{r} \right)}$

$\frac{5}{4} = \frac{\frac{1}{r} + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{r} \right)}{\frac{1}{r} + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{r} \right)}; \quad \frac{5}{4} + \frac{5}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{r} \right) = \frac{4}{r} + \frac{4}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{r} \right)$

$\frac{1}{r} = \frac{9}{2\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon r}; \quad \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{9}{2R} + \frac{1}{r} \right)$

$\epsilon = \frac{9R}{2R} + 1$

Ответ: 1) $\varphi(\frac{5}{6}R) = kQ \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon l} + \frac{6}{5R \cdot \epsilon} \right)$

2) $\epsilon = \frac{9R}{2R} + 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$L_1 = L$$

$$L_2 = 18L$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = 4n$$

$$S \rightarrow 0$$

$$I_0 = 0$$

$$\frac{\Delta B_0}{\Delta t} = \alpha$$

1) $I_1 = ?$

2) $I = ?$

1) т.к. $\mu \rightarrow 0$ то магнитный поток в контуре сохраняется:

$$\phi_1 + \phi_2 = \phi_{1k} + \phi_{2k} - L_1 I_1 - L_2 I_1$$

$$\phi_2 = \phi_{2k}; \quad \Delta \phi_1 = (L_1 + L_2) \Delta I_1; \quad 1: \Delta t$$

$$\frac{\Delta \phi_1}{\Delta t} = (L_1 + L_2) \frac{\Delta I_1}{\Delta t}; \quad \frac{\Delta \phi_1}{\Delta t} = \dot{\phi}_1; \quad \dot{\phi}_1 = \dot{B}_1 S n_1$$

$$\frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \dot{I}_1; \quad \dot{B}_1 S n_1 = (L_1 + L_2) \dot{I}_1; \quad \dot{B}_1 = \frac{\Delta B}{\Delta t} = \alpha$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{B}_1 S n_1}{L_1 + L_2}; \quad \dot{I}_1 = \frac{\alpha S n}{19L}$$

2) Принцип сохранения магнитного потока:

$$\phi_1 + \phi_2 = \phi_{1k} + \phi_{2k} + L_1 I + L_2 I$$

$$\phi_1 = B_0 S n_1; \quad \phi_{1k} = \frac{1}{3} B_0 S n_1$$

$$\phi_2 = 3 B_0 S n_2; \quad \phi_{2k} = \frac{9}{4} B_0 S n_2$$

$$B_0 S n_1 + 3 B_0 S n_2 = \frac{1}{3} B_0 S n_1 + \frac{9}{4} B_0 S n_2 + (L_1 + L_2) I$$

$$\frac{2}{3} B_0 S n_1 + \frac{3}{4} B_0 S n_2 = (L_1 + L_2) I$$

$$B_0 S \left(\frac{2}{3} n + \frac{3}{4} \cdot 4n \right) = 19L I; \quad I = \frac{B_0 S \left(\frac{2}{3} n + 3n \right)}{19L}$$

$$I = \frac{11 B_0 S n}{19L}$$

Ответ: 1) $\dot{I}_1 = \frac{\alpha S n}{19L}$

2) $I = \frac{11}{19} B_0 S n$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{f_1} = \frac{15}{5h} - \frac{6}{5h}; \quad f_1 = \frac{5}{9}h$$

$$X_1G = h - \frac{5}{9}h = \frac{4}{9}h; \quad \triangle X_1GH \sim \triangle GAO \text{ (по двум углам)}$$

$$k_3 = \frac{AO}{X_1H} = \frac{GO}{GX_1}; \quad X_1H = \frac{GX_1 \cdot AO}{GO}; \quad X_1H = \frac{\frac{4}{9}h \cdot r}{\frac{5}{9}h} = \frac{4}{5}r.$$

$$S_3^* = \pi X_1H^2; \quad S_3^* = \frac{16}{25} \pi r^2$$

$$\triangle X_2OA \sim \triangle X_2X_1I; \quad k_4 = \frac{IX_1}{OA} = \frac{X_2X_1}{X_2O}$$

$$IX_1 = \frac{AO \cdot X_2X_1}{X_2O}; \quad IX_1 = \frac{r \cdot \frac{5}{3}h}{\frac{8}{3}h} = \frac{5}{2}r.$$

$$S^{**} = \pi \cdot \frac{25}{4} r^2$$

$$S_2^* = S^{**} - S_3^* = \frac{25}{4} \pi r^2 - \frac{16}{25} \pi r^2$$

$$S_2^* = \frac{625-16}{100} \pi r^2 = \frac{609}{100} \pi r^2; \quad S_2^* = \frac{609}{4} \pi a^2$$

$$\text{Ответ: } 1) \quad S_1^* = \frac{200}{3} \pi a^2$$

$$S_2^* = \frac{609}{4} \pi a^2$$



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано: 1) т.ч. $d > F \Rightarrow$ изображение действительное.
 $h = \frac{h}{3}$
 $r = 5\text{ см}$
 $l = \frac{2}{3}h$
 $S_0 = ?$
 $S_1 = ?$

Формула тонкой линзы:
 $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$; $d = h$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{3}{4h}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{h}, \quad f = \frac{h}{2}$$

$$BD = \frac{2}{3}h - \frac{h}{2} = \frac{h}{6}$$

Все лучи, проходя через линзу, попадают в изображение, проходя через центр, попадают на зеркало.

$\triangle AOB \sim \triangle BDC$ (по двум углам)

$$k_1 = \frac{AO}{DC} = \frac{OB}{BD}; \quad DC = \frac{AO \cdot BD}{OB} = \frac{4 \cdot \frac{2}{3}h}{\frac{h}{6}} = \frac{4}{3}$$

$$S_0 = \pi DC^2; \quad S_0 = \frac{1}{9} \pi r^2 \quad (\text{часть зеркала, освещ. лучами, проходящими через линзу})$$

$\triangle X_1ED \sim \triangle X_1OA$ (по двум углам)

$$k_2 = \frac{X_1D}{X_1O} = \frac{ED}{AO}; \quad ED = \frac{AO \cdot X_1D}{X_1O}; \quad ED = \frac{4 \cdot \frac{5}{3}h}{h} = \frac{20}{3}h$$

$$S^* = \pi ED^2; \quad S^* = \frac{25}{9} \pi r^2 \quad (\text{часть зеркала, освещ. лучами, не попавшими в линзу})$$

$$S_1 = S^* - S_0; \quad S_1 = \frac{25}{9} \pi r^2 - \frac{1}{9} \pi r^2 = \frac{24}{9} \pi r^2$$

$$S_1 = \frac{24}{9} \cdot \pi \cdot 25 = \frac{600}{9} \pi = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

2) Изобр. X_1 - предмет для зеркала,

X_2 - изобр. предмета в В.

X_2 - предмет для линзы.

Отсюда, что $BD = DX_2$

$$OX_2 = \frac{h}{6} + \frac{2}{3}h = \frac{5}{6}h$$

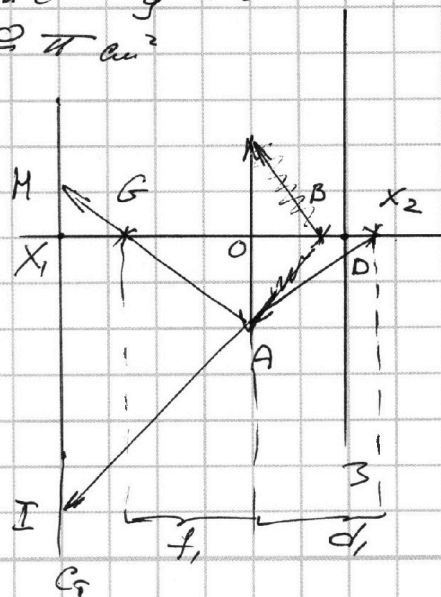
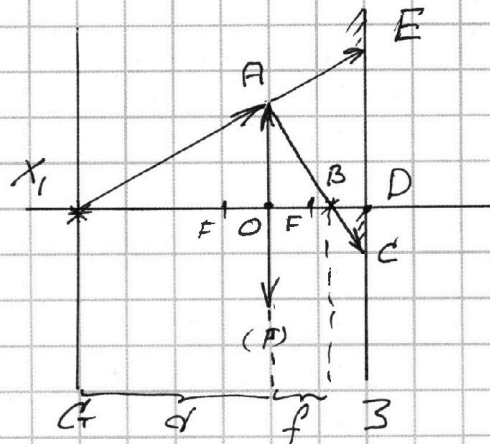
$OX_2 > F \Rightarrow$ изобр. действительное.

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

$$d_1 = OX_2 = \frac{5}{6}h$$

$$\frac{6}{5h} + \frac{1}{f_1} = \frac{3}{h}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☐ ☒ ☐ ☒ ☐ ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4 \cdot 12}{2 \cdot 43} - \frac{4 \cdot 12}{2 \cdot 13 \cdot 13} + \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 4}{65 \cdot 5} - \frac{24 \cdot 5}{13 \cdot 13}$$

$$\frac{4 \cdot 12}{2 \cdot 13 \cdot 13} + \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 5} - \frac{9 \cdot 4}{13 \cdot 5 \cdot 5} - \frac{24 \cdot 5 \cdot 2}{13 \cdot 13 \cdot 2}$$

$$\frac{4 \cdot 12 - 4 \cdot 5 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} - \frac{9 \cdot 4}{13 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{13 \cdot 4 \cdot 3}{13 \cdot 5 \cdot 5}$$

$$\frac{13 \cdot 126}{13 \cdot 13 \cdot 2}$$

$$\frac{6}{13} - \frac{9 \cdot 4 - 13 \cdot 4 \cdot 3}{13 \cdot 5 \cdot 5}$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 5 - 9 \cdot 4 - 13 \cdot 4 \cdot 3}{13 \cdot 5 \cdot 5}$$

$$\frac{17 \cdot 25}{13 \cdot 25} - \frac{12 \cdot 3}{13 \cdot 25} - \frac{36}{13 \cdot 25}$$

$$\frac{6 \cdot 25}{13 \cdot 25} - \frac{12 \cdot 3}{13 \cdot 25} - \frac{36}{13 \cdot 25}$$

$$\frac{30}{13 \cdot 5} - \frac{36}{13 \cdot 5}$$

$$\frac{6}{13 \cdot 5} - \frac{36}{13 \cdot 5}$$

$$\frac{6 \cdot 25}{13 \cdot 25} - \frac{36}{13 \cdot 25} - \frac{12 \cdot 3}{25}$$

$$\frac{6}{13} -$$

$$\frac{9 \cdot 4}{13 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{156}{13 \cdot 5 \cdot 5}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 12 \\ \hline 26 \\ 13 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 13 \\ 12 \\ \hline 26 \\ 13 \\ \hline 156 \\ - 36 \\ \hline 120 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

у пр-не

МК

3:

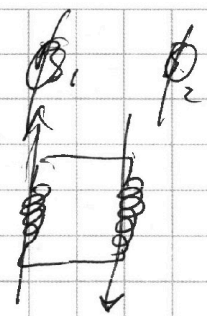
$$pN = 2R T_{\text{max}}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{) 12} \\ 6 \overline{) 36} \\ 12 \end{array}$$

$$\frac{36}{14}$$

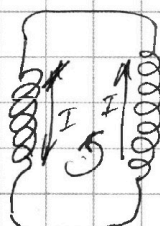
$$\frac{18}{4}$$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 12} \\ 12 \end{array}$$



$$= \frac{\varphi(R/3)}{\varphi_0} = \frac{1}{\varphi_0} \left(\frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{r} \right) \right)$$

$$= \frac{\varphi(2R/3)}{\varphi_0} = \frac{1}{\varphi_0} \left(\frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{r} \right) \right)$$



$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_0 + L I^2$$

$$\frac{4}{\epsilon} + \frac{5}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{r} \right) = \frac{4}{r} + \frac{4}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{r} \right)$$

$$\frac{1}{r} + \frac{15}{2R\epsilon} - \frac{4}{\epsilon r} = \frac{20}{2\epsilon R} + \frac{4}{\epsilon r}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{9}{2\epsilon R} + \frac{1}{\epsilon r}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{9}{2R} + \frac{1}{r} \right)$$

$$\epsilon = \frac{9R}{2R} + 1$$

$$\frac{5}{4} = \frac{\epsilon - 1}{4\epsilon} + \frac{3}{\epsilon R}$$

$$\frac{\epsilon - 1}{4\epsilon} + \frac{3}{2\epsilon R}$$

$$\frac{\epsilon - 1}{4\epsilon} + \frac{15}{2\epsilon R} = \frac{20}{2\epsilon R} + \frac{4}{\epsilon r}$$

$$\frac{\epsilon - 1}{4} = \frac{9}{2R}$$

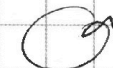
$$\epsilon = \frac{9R}{2R}$$

$$0.51$$

$$\frac{9}{52.5}$$

$$\frac{9}{52.5}$$

$$\Phi_1 + \Phi_2$$



$$\begin{array}{r} 951 \\ 13 \\ 12 \\ 21 \\ 51 \end{array}$$

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

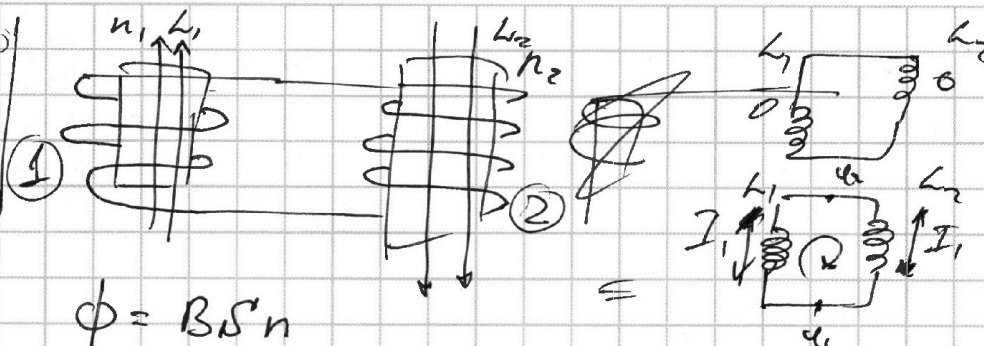
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: L_1, L_2
 $h_2 = 1 \text{ м}$
 $h_1 = h$
 $h_2 = 4h$
 S

$\vec{B} \parallel \vec{S}$
 $u \rightarrow 0$
 $I_0 = 0$

1) $B_1 = \alpha - L_1$
 $B_2 = \text{const}$
 2)



$$\phi = B S n$$

$$\phi_1 = B_1 S n_1$$

$$\phi_2 = B_2 S n_2$$

~~$\vec{E} = \text{Закон Эммануэля-Максвелла}$~~

$$\dot{\phi} = \mathcal{E}_i$$

(всё берётся с учётом знака, но можно)

$$\mathcal{E}_i = L_0 \dot{I}_1$$

$$B_1 S n_1 = L_0 \dot{I}_1$$

по ур. Кирхгофа:

$$0 = L_1 \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2$$

$$\phi_1 = \phi_2 = -L_1 \dot{I}_1$$

$$\phi_1 = \phi_2 = L_2 \dot{I}_2$$

$$-L_1 \dot{I}_1 = L_2 \dot{I}_2$$

$$\phi_1 + \phi_2 = \phi_1 + \phi_2 + L_1 \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2$$

$$\Delta \phi = L_1 \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2$$

$$\Delta \phi = (L_1 + L_2) \dot{I}_1$$

$$\Delta \phi = (L_1 + L_2) \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_1 = \frac{B_1 S n_1}{L_1 + L_2}$$

2) Принцип сохранения магнитного потока:

$$\phi_1 + \phi_2 = \phi_{1\kappa} + \phi_{2\kappa} + L_1 \dot{I}_1 + L_2 \dot{I}_2$$

$$\phi_1 = B_0 S n_1; \quad \phi_{1\kappa} = \frac{B_0}{3} S n_1$$

$$\phi_2 = 3 B_0 S n_2; \quad \phi_{2\kappa} = \frac{9}{4} B_0 S n_2$$

$$B_0 S n_1 + 3 B_0 S n_2 = \frac{1}{3} B_0 S n_1 + \frac{9}{4} B_0 S n_2 + (L_1 + L_2) \dot{I}_1$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\triangle FED \sim \triangle FOA \text{ (по } \angle F \text{ и } \angle FOA = \angle FDE \text{)}$$

$$k = \frac{FD}{FO} = \frac{ED}{AO}; \quad ED = \frac{AO \cdot FD}{FO}$$

$$ED = \frac{4 \cdot \frac{5}{3}h}{h} = \frac{5}{3}h$$

$$S^* = \pi \frac{25}{9} r^2$$

$$S_1 = S^* - S^{\circ} = \frac{25}{9} \pi r^2 - \frac{16}{9} \pi r^2$$

$$S_1 = \frac{9}{9} \pi r^2$$

②. 4. ②

$$OX_2 = \frac{h}{6} + \frac{2}{3}h = \frac{h}{6} + \frac{4}{6}h = \frac{5}{6}h$$

$OX_2 > F \Rightarrow$ угол затенен:

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F}$$

$$d_1 = OX_2 = \frac{5}{6}h;$$

$$\frac{6}{5h} + \frac{1}{f_1} = \frac{3}{h}; \quad -\frac{6}{5h} + \frac{15}{5h} = \frac{1}{f_1}; \quad \frac{1}{f_1} = \frac{9}{5h}$$

$$f_1 = \frac{5}{9}h$$

$$c = h - \frac{5}{9}h = \frac{4}{9}h; \quad \triangle X_1GH \sim \triangle GAO;$$

$$k = \frac{AO}{X_1H} = \frac{GO}{GX_1}; \quad X_1H = \frac{GX_1 \cdot AO}{GO}$$

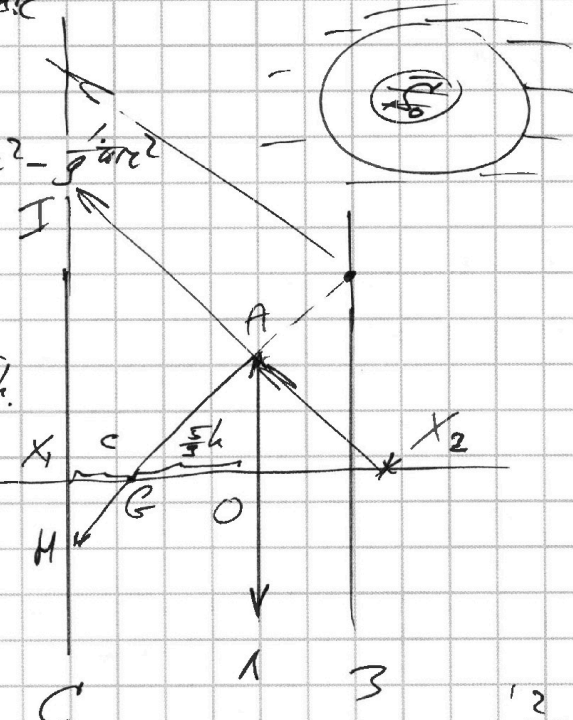
$$X_1H = \frac{\frac{4}{9}h \cdot h}{\frac{5}{9}h} = \frac{4}{9}h = \frac{4}{5}r$$

$$S_{23} = \pi X_1H^2 = \frac{16}{25} \pi r^2$$

$$\triangle X_2OA \sim \triangle X_2X_1I; \quad k = \frac{IX_1}{AO} = \frac{X_2X_1}{X_2O}; \quad IX_1 = \frac{AO \cdot X_2X_1}{X_2O}$$

$$IX_1 = \frac{4 \cdot \frac{5}{3}h}{\frac{2}{3}h} = \frac{4 \cdot 5h}{2h} = \frac{5}{2}r; \quad S^* = \pi \frac{25}{4} r^2$$

$$S_2 = S^* - S_{23} = \frac{25}{4} \pi r^2 - \frac{16}{25} \pi r^2 = \frac{625 - 16}{100} \pi r^2 = \frac{609}{100} \pi r^2$$



12
25
25
125
50
625

$\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2}$
 $\frac{25}{4}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

(M) (R)
(Q) (S)
 $\varphi = ?$ ($x = \frac{SR}{6}$)
 $E = ?$
 $r = ?$

$\varphi = \frac{SR}{6}$
 $\varphi' = E$
от 0 до r :
 $E = \frac{kq}{l}$
 $-(\varphi' - \varphi) = kq \frac{1}{l} \cdot \frac{1}{r} = kq \ln \frac{r}{l}$

Дано:

(1)
 $F = \frac{h}{3}$
 $r = 5 \text{ см.}$
 $L = \frac{2}{3}h$
 $r_1 = ?$
 $r_2 = ?$

Формула тонкой линзы:
 $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$
 $d = h$; $d > F$
изобразительно действительная;
 $\frac{1}{h} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$
 $\frac{1}{f} = \frac{2}{h}$
 $f = \frac{h}{2}$

$a = \frac{2}{3}h - \frac{h}{2} = \frac{4-3}{6}h = \frac{h}{6} = BD$

Все лучи, проходя через линзу, попадают в изображение; проходя через зор, попадают на зеркало.

$\triangle AOB \sim \triangle BDC$ (по углам $\angle OBA = \angle CBD$, $\angle AOB = \angle BDC$)

$$k = \frac{AO}{DC} = \frac{OB}{BD}; \quad DC = \frac{AO \cdot BD}{OB} = \frac{\pi \cdot \frac{h}{2}}{\frac{h}{3}} = \frac{\pi}{3}$$

$$S_0 = \pi \cdot DC^2 = \pi \cdot \frac{h^2}{9} = \frac{\pi \cdot h^2}{9}$$

Изобр. Изобр X_1 - предмет для зеркала; X_2 - Нер.

Изобразим X_1 в зеркале; $BD = DX_2$

X_2 - пре предмет для линзы; $\frac{200}{3}$

25
25
100
150
600



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решо:

① 23K: брусок:

оx: $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$
 оy: $N = mg \cos \alpha_1$
 $F_1 = -ma_1$
 $F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$

② 23K: цилиндр:

оx: $2mg \sin \alpha_2 - F_2 = 2ma_2$
 $2mg \sin \alpha_2 - 2ma_2 = F_2$
 $2mg(\frac{5}{13} - \frac{1}{4}) = F_2; F_2 = 2mg \frac{20-13}{52}$
 $F_2 = mg \frac{7}{26}$

③ 23K: брусок:

оy: $N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}mg$
 23K: цилиндр
 оy: $N_2 = 2mg \cos \alpha_2 = \frac{24}{13}mg$

23K: клин: оw:

$0 = (F_2 + N_1) \cos \alpha_2 - (F_1 + N_2) \cos \alpha_1 - F_3$
 $F_3 = (\frac{7}{26}mg + \frac{4}{5}mg) \frac{12}{13} - (\frac{9}{65}mg + \frac{24}{13}mg) \frac{4}{5}$
 $F_3 = (\frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} + \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 13} - \frac{9 \cdot 4}{13 \cdot 5 \cdot 5} - \frac{24 \cdot 4}{13 \cdot 5}) mg$
 $F_3 = \frac{58 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 10} - \frac{4 \cdot 12 - 12 \cdot 2 \cdot 4}{13 \cdot 5} - \frac{36}{13 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} mg$
 $F_3 = (\frac{12 \cdot 4 \cdot 5 - 36}{13 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2}) mg =$

④ 23K: брусок:

оx: $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$
 оy: $N = mg \cos \alpha_1$
 $F_1 = -ma_1$
 $F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$

⑤ 23K: цилиндр:

оx: $2mg \sin \alpha_2 - F_2 = 2ma_2$
 $2mg \sin \alpha_2 - 2ma_2 = F_2$
 $2mg(\frac{5}{13} - \frac{1}{4}) = F_2; F_2 = 2mg \frac{20-13}{52}$
 $F_2 = mg \frac{7}{26}$

⑥ 23K: брусок:

оy: $N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5}mg$
 23K: цилиндр
 оy: $N_2 = 2mg \cos \alpha_2 = \frac{24}{13}mg$

23K: клин: оw:

$0 = (F_2 + N_1) \cos \alpha_2 - (F_1 + N_2) \cos \alpha_1 - F_3$
 $F_3 = (\frac{7}{26}mg + \frac{4}{5}mg) \frac{12}{13} - (\frac{9}{65}mg + \frac{24}{13}mg) \frac{4}{5}$
 $F_3 = (\frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} + \frac{4 \cdot 12}{5 \cdot 13} - \frac{9 \cdot 4}{13 \cdot 5 \cdot 5} - \frac{24 \cdot 4}{13 \cdot 5}) mg$
 $F_3 = \frac{58 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 10} - \frac{4 \cdot 12 - 12 \cdot 2 \cdot 4}{13 \cdot 5} - \frac{36}{13 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2} mg$
 $F_3 = (\frac{12 \cdot 4 \cdot 5 - 36}{13 \cdot 5 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 12}{13 \cdot 13 \cdot 2}) mg =$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{2}{3} B_0 S n_1 + \left(\frac{12}{4} - \frac{9}{4} \right) B_0 S n_2 = (L_1 + L_2) I$$

$$\frac{2}{3} B_0 S \left(\frac{2}{3} n_1 + \frac{3}{4} n_2 \right) = (L_1 + L_2) I$$

$$I = \frac{B_0 S (n_1 + n_2)}{12(L_1 + L_2)}$$

① $\varphi(r) = \frac{kq}{r}$ $E(0-r) = \frac{kq}{r^2}$ $E(r-R) = \frac{kq}{8r^2}$

$\Delta\varphi_1 = \varphi_r - 0 = \frac{kQ}{r}$ $r \rightarrow R$

$\Delta\varphi_2 = \varphi_R - \varphi_r = \frac{kQ}{8R^2} - \frac{kQ}{8r^2} = \frac{kQ}{8} \left(\frac{6}{5R} - \frac{1}{r} \right)$

$\varphi\left(\frac{5}{6}R\right) = \varphi_R + \Delta\varphi_2 = \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{8} \left(\frac{6}{5R} - \frac{1}{r} \right)$

$\varphi\left(\frac{5}{6}R\right) = kQ \left(\frac{8}{5r} + \frac{6}{58} \cdot \frac{1}{R} - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{r} \right)$

$\varphi\left(\frac{5}{6}R\right) = kQ \left(\frac{8-1}{8r} + \frac{6}{58} \cdot \frac{1}{R} \right)$

② $\varphi\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{5}{4}$ $\varphi\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{5}{4}$

$\varphi\left(\frac{R}{2}\right) = 4$ $\varphi\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{5}{4} \varphi\left(\frac{R}{2}\right)$

$\varphi\left(\frac{R}{2}\right) = \frac{kQ}{r} + \frac{kQ}{8} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r} \right)$

$\frac{2}{2} + 3$

$\frac{2+9}{3} = \frac{11}{3}$

