



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3}t(x + 4t^2 - 4) = 0$$

2 корня $\Rightarrow D > 0$

$$D = (2\sqrt{3}t)^2 - 4 \cdot (4t^2 - 4) =$$

$$= 12t^2 - 16t^2 + 16 = \cancel{16t^2} - 4t^2 + 16$$

$$-4t^2 + 16 > 0, \quad | : (-4)$$

$$t^2 - 4 < 0$$

$$(t-2)(t+2) < 0$$

$$t \in (-2; 2)$$



$x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow$ по т. Виета:

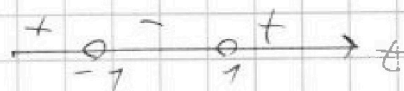
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4t^2 - 4}{1} = 4t^2 - 4;$$

$$4t^2 - 4 > 0 \quad | : 4$$

$$t^2 - 1 > 0$$

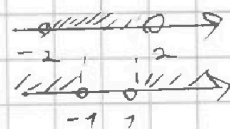
$$(t-1)(t+1) > 0$$

$$t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$



Получаем

$$\begin{cases} t \in (-2; 2) \\ t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

$$\text{Ответ. } t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b \in \mathbb{N} \quad \mathbb{N}^2.$$

$$a + b = 40$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 14p^5$$

p - простое.

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = (a-b)^2 + 15(a-b) = (a-b)(a-b+15)$$

$14p^5$ можно разложить на 2 множителя

полк: ~~$14p^5 = 1 \cdot 14p^5$~~

Заметим $a = 40 - b$ ~~$(-1) \cdot (-14p^5)$~~

~~$(40 - b - b)(40 - b)$~~

$(40 - b - b)(40 - b - b + 15) = (40 - 2b) \cdot (55 - 2b)$

Заметим, что ~~одно~~ одно из чисел $(40 - 2b)$ и $(55 - 2b)$ всегда будет четным \Rightarrow их произведение тоже четное. (Точно же можно вывести 2 из скобок)

$\Rightarrow 14p^5$ тоже четное. Единственное простое p , при котором это возможно, это $p = 2$.

Значит,

$$(40 - 2b) \cdot (55 - 2b) = 14 \cdot 2^5 = 14 \cdot 32$$

$$2(20 - b) \cdot (55 - 2b) = 14 \cdot 32 = 448$$

$$(20 - b)(55 - 2b) = 224$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 14 \\ \times 16 \\ \hline 102 \\ 14 \\ \hline 242 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten work on grid paper showing a quadratic equation and its solution. The equations are:

$$1100 - 40b - 55b + 2b^2 - 242 = 0$$

$$2b^2 - 95b + 828 = 0$$

$$D = 95^2 - 4 \cdot 2 \cdot 828 = 49^2$$

$$b_1 = \frac{95 - 49}{2} = \frac{46}{2} = 23$$

$$b_2 = \frac{95 + 49}{2} = 36$$

The student concludes that $b = 36$ is the solution, and then calculates $a = 40 - b = 40 - 36 = 4$.

Краткое решение:

Ответ. $a = 4$
 $b = 36$

The page contains several crossed-out calculations and multiple long division problems, including $1100 \div 242$, $828 \div 2$, and $95 \div 2$.

1100 - 40b - 55b + 2b^2 - 242 = 0
 2b^2 - 95b + 828 = 0
 D = 95^2 - 4 \cdot 2 \cdot 828 = 49^2
 b_1 = \frac{95 - 49}{2} = \frac{46}{2} \notin \mathbb{N}, \text{ не подходит.}

b_2 = \frac{95 + 49}{2} = 36.
 => \begin{cases} b = 36 \\ a = 40 - b = 40 - 36 = 4. \end{cases}

Ответ. a = 4
 b = 36



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3.

~~Пусть $BM = MN = NC = 4$~~

$BM = MN = NC = 4$
 $= \frac{1}{3} BC = 4$

Решение:

По Т. Фалеса
Спроецируем $AN \parallel DM$,
($\angle BCD$).

$CA = AD = x \Rightarrow AB = CD = CA + AD = 2x$
(по усл.)

~~В $\triangle ABC$~~ AN делит сторону BC на отрезки, пропорциональные сторонам AB и AC

$\left(\frac{BN}{AB} = \frac{NC}{AC} = \frac{AB}{AC} \right) \Rightarrow AN$ — биссектриса $\angle BAC$

$\Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN$,

\Rightarrow (по усл.) $\cos \angle BAC = -\frac{1}{4}$.

Заметим, что \cos в $\triangle BAC$.

$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$,

$144 = 4x^2 + x^2 - 2 \cdot 2x \cdot x \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$,

$144 = 5x^2 + x^2$, $144 = 6x^2$ $x^2 = 24$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow AB = 2x = 4\sqrt{6}$$

Ответ. $AB = 4\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

реш. к.

$ABCD$ - впис.

$$\angle BCD = 180^\circ -$$

$$- \angle BAD,$$

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle CDA \quad \angle ADC = 180^\circ - \angle ABC$$

$$\Rightarrow \angle ECD = 180^\circ - \angle BCD = \angle BAD,$$

$$\angle CDE = 180^\circ - \angle ADC = \angle ABC.$$

$$\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle CDE$$

$$\gamma = 360 - 180 + \beta - \alpha - 90 =$$

$$= 90 + \beta - \alpha$$

пусть

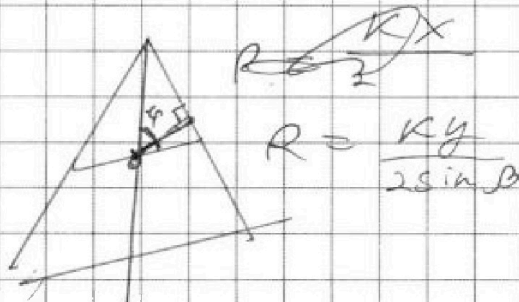
$$BE = Kx,$$

$$CE = x$$

$$\begin{aligned} AE &= Ky \\ DE &= y \\ AD &= y \end{aligned}$$

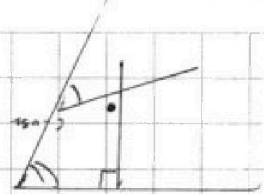
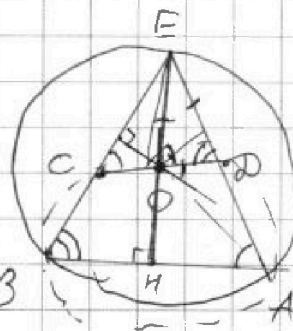
$\triangle ABE$

$$\frac{Kx}{\sin \alpha} = \frac{Ky}{\sin \beta} = 2R$$

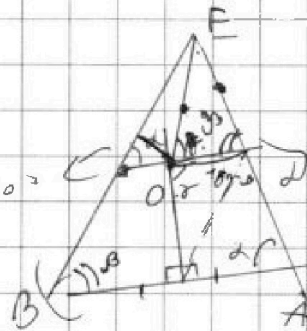


$\triangle ADE$:

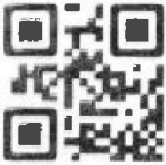
$$\begin{aligned} \frac{R}{\sin \beta} &= \frac{y}{\sin \angle EAD} = \frac{y}{\sin \gamma} \\ &= \frac{y}{\sin(90 + \beta - \alpha)} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 360 - (180 + \alpha + \beta) - 90 &= \\ = 90 - (\alpha + \beta) &= \\ 90 + \beta - \alpha &= \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно

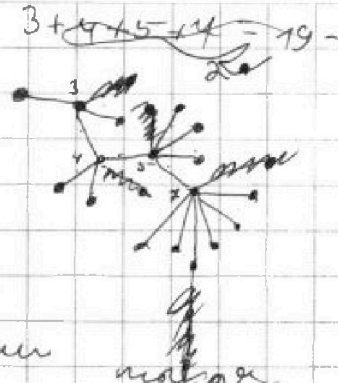
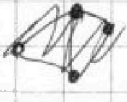


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Каждая
деревья с одной
дерева, выходящей из
нее, должно соединиться
этой деревей с деревей с
3, 4, 5 или 4 деревьями. Если
"одинаковая" деревья соединена с
другой "одинаковой", то эти две
деревья не могут быть больше ни
к чему прикреплены (соединены),
иначе их степень (кол-во выходящих
дуг) будет > 1 .



Значит, все "одинаковые" соединены
с какой-то не "одинаковой" деревей.
Значит, кол-во "одинаковых" деревьев —
это количество всех дуг минус
кол-во дуг между не "одинаковыми"
деревьями.

Итак:

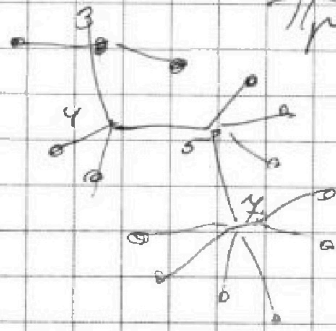
Кол-во

$= N_{дуг} - N_{дуг}$,

где $N_{дуг}$ — всего дуг,

$N_{дуг}$ — всего дуг между не "одинаковыми"

Пример:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

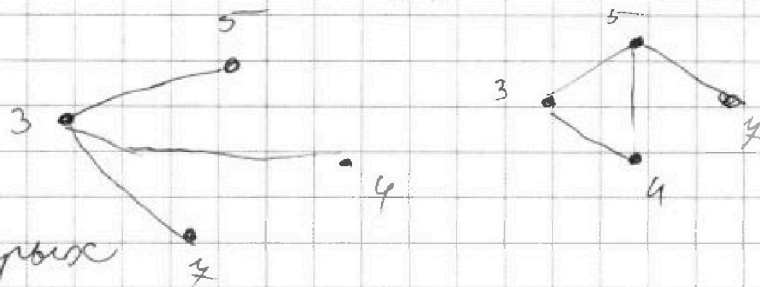
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{Аналоги} \quad N_{\text{дерев}} - N_{\text{дерев}}' = \\
 & = (3+4+5+4) - 2 \cdot N_{\text{дерев}}' = \left. \begin{array}{l} \text{(т.к. каждая} \\ \text{дерева между} \\ \text{не "единицы"} \\ \text{убирает "единицы"} \\ \text{двоицы).} \end{array} \right\} \\
 & = N_{\text{единицы}}.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим значения $N_{\text{дерев}}'$.

Оно может быть ~~каким-то~~ только 3 (т.к. не "единицы" обозначены соединены) ~~до~~ (и если такое дерево больше 3,



но из-за некоторых

деревах \exists других будет несколько вариантов.

\Rightarrow $N_{\text{единицы}}$ всегда будет

$$(3+4+5+4) - 2 \cdot 3 = 13.$$

$$\text{Всего деревьев } 13+4 = 17.$$

Ответ: 17



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим все случаи:

а) $x + y = 1$

$x = 1 - y$

$$\sqrt{1 \cdot (2-1) + 2 \cdot (1-y) \cdot y} + \sqrt{1 - |1-2|} = 1$$

$$\sqrt{1 + 2y - 2y^2} + 0 = 1$$

$$1 + 2y - 2y^2 = 1$$

$$y^2 - y = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \text{мин}$$

$$y = 1 \Rightarrow x = 0$$

б) $x + y = 2$ $x = 2 - y$

$$\sqrt{2 \cdot (2-2) + 2 \cdot (2-y)y} + \sqrt{1 - |2-2|} = 1$$

$$\sqrt{2 \cdot (2-y)y} + 1 = 1$$

$$y(2-y) = 0$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 2 \quad \text{мин}$$

$$y = 2 \Rightarrow x = 0$$

в) $x + y = 3$

$$\sqrt{3 \cdot (2-3) + 2 \cdot (3-y)y} + \sqrt{1 - |3-2|} = 1$$

$$\sqrt{-3 + 6y - 2y^2} = 1$$

$$-2y^2 - 6y - 3 - 1 = 0 \quad (\cdot 2)$$

$$y^2 - 3y - 2 = 0$$

$$y = 1 \Rightarrow x = 2 \quad \text{мин}$$

$$y = 2 \quad x = 1$$

В итоге:

Ответ. $(1; 0), (0; 1), (2; 0), (0; 2),$

$(2; 1), (1; 2).$

это все пары $(x; y)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-(x+y-2)} = 1$$~~

~~$$-\alpha(2+\alpha) + \beta(1-\alpha) = (\dots)$$~~

~~$$\approx -\alpha(2+\alpha) \in (\dots)$$~~

~~И т.д.~~

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-(x+y-2)} = 1$$

Условие уравнения было возведено

$$1 - |x+y-2| \geq 0$$

$$|x+y-2| \leq 1 \quad |^{\wedge} 2$$

$$(x+y-2)^2 \leq 1,$$

$$(x+y-2)^2 - 1^2 \leq 0,$$

$$(x+y-3)(x+y-1) \leq 0$$



$$x+y \in [1; 3]$$

т.к. $x, y \in \mathbb{Z}$, то $x+y \in \mathbb{Z}$,

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = 1 \\ x+y = 2 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

Заметим, что

$$\begin{aligned} 2x+2y-x^2-y^2 &= 2(x+y) - (x+y)^2 + 2xy = \\ &= (x+y)(2 - (x+y)) + 2xy. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = \sqrt{(x+y)(2-(x+y)+2xy)}$$

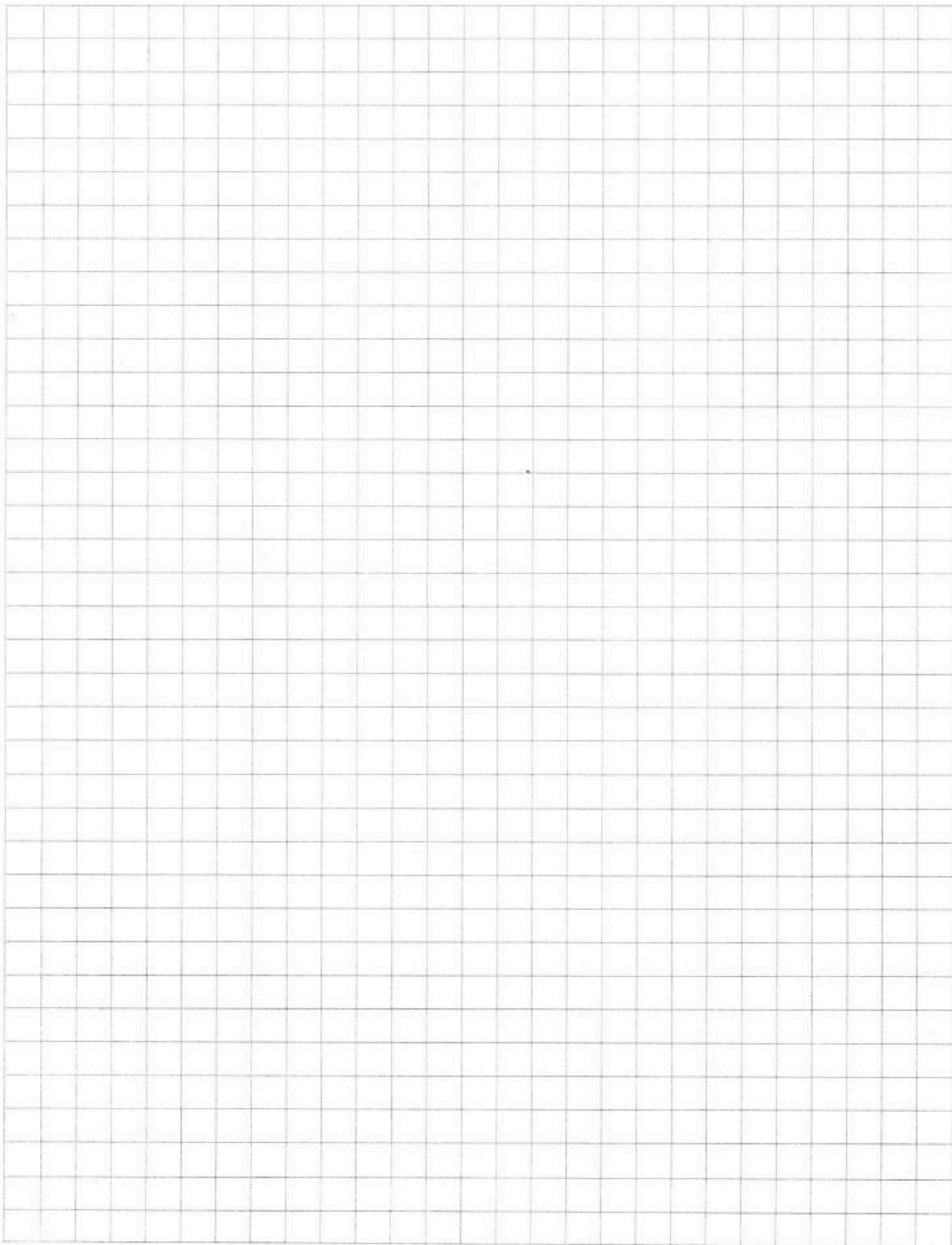


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\angle CAB = \approx 3.$
 $= 2 \angle CAN$
 $\Rightarrow \cos 2 \angle CAB = -\frac{1}{4}$

$BC = 12$
 $\cos(2 \angle CAN) = -\frac{1}{4}$
 $\cos CAB = \frac{11^2 + 5^2 - 12^2}{2 \cdot 11 \cdot 5} = \frac{21}{35}$

$AB = CD = AC + AD$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos$
 $BC^2 = 12^2 = x^2 + 4x^2 - 2x^2 \cdot \cos \angle CAB$
 $144 - x^2(5 - 2 \cos \angle CAB) - 144 = 0$
 $x^2(5 + 2 \cdot \frac{1}{4}) = 144 = 0$
 $\frac{11}{2} x^2 - 144 = 0$
 $(\sqrt{\frac{11}{2}} x - \frac{12}{\sqrt{11}})(\sqrt{\frac{11}{2}} x + \frac{12}{\sqrt{11}}) = 0$
 $x = \frac{12}{\sqrt{11}} \cdot \sqrt{2}$
 $AB = 2x = \frac{2 \cdot 12 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{11}} = \frac{2 \cdot 12 \cdot \sqrt{22}}{11}$

$\frac{l^2 + x^2 - 16}{2 \cdot l \cdot x} = \frac{l^2 + 4x^2 - 64}{2 \cdot 2x \cdot l}$
 $l^2 + 4x^2 - 64 = 2l^2 + 2x^2 - 32$
 $l^2 - 2x^2 + 32 = 0$

$\frac{l^2 + x^2 - 16}{2x^2} = \frac{5}{2} - \frac{12^2}{2x^2}$
 $\frac{l^2 + x^2 - 16}{2x^2} = \frac{l^2 + 4x^2 - 64}{4x^2}$

$121 + 25 = 146$
 $l^2 + x^2 - 48 = \frac{l^2 + 4x^2 - 64}{2 \cdot l \cdot x}$
 $5x^2 - 2x^2 \cdot (-\frac{1}{4}) = x^2(5 + \frac{1}{2})$
 $\frac{11}{2} x^2 = 144$
 $x = \frac{12}{\sqrt{11}} \cdot \sqrt{2}$
 $AB = 2x = \frac{2 \cdot 12 \cdot \sqrt{22}}{11}$

120
 $11 \sqrt{11}$
 34
 -33
 10



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч.

$(x+y-2)(x+y-2) =$
 $= 2(x+y)(x+y-2) - 2(x+y+2) =$
 $= x^2 + xy + y^2 - 2y + xy + 4$
 $x^2 + xy - 2x + xy + y^2 - 2y - 2x - 2y + 4 = 2x - 2y + 4 =$

нч.

$(-a-b)^2 =$
 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$
 $a + \sqrt{ab} + b = 1$
 $\sqrt{ab} = 1 - a - b$
 $ab = (1 - a - b)^2$

$(x+y)^2 =$
 $= x^2 + y^2 - 2xy$

нч.

$\sqrt{2(x+y) - (x^2 + y^2)} + \sqrt{1 - (x+y-2)}$
 $= 2x + 2y + 2xy - x^2 - y^2 + 2xy$
 $= 2(x+y+xy) -$
 $2(x+y) - (x+y)^2 + 2xy = (x+y)(2-x-y+2)$
 $= (x+y)(4 - (x+y))$

$BE = 10$

$H = (h_1 + h_2 - h_3) \cdot x =$
 $h_1 + h_2 - h_3 =$
 $h_1 + h_2 - h_3 =$
 $= (2 - h_1 + x) \cdot c$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-x^2 - y^2 + 2x + 2y = -(x+y)^2 + 2x + 2y + 2xy =$$

$$-(x+y)^2 + 2(x+y - xy) \quad a = x+y$$

$$(x+y)(2-x-y) + 2xy \quad b = xy$$

$$a = x+y-2 \quad \sqrt{(a+2)(-a)+b} \quad 1 - |x+y-2| \quad |x+y-2| \leq 1$$

$$\sqrt{2a+2b-a^2} + \sqrt{1-(a-2)} = 1$$

$$1. \quad \sqrt{2a+2b-a^2} \quad x = 1-y$$

$$\sqrt{1+2y-2y^2} + \sqrt{0} = 1$$

$$-y^2 + y + 1 + 1 = 0$$

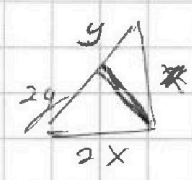
$$2y^2 - 2y = 0 \quad y=0 \quad x=1$$



$$x+y \in (1; 3)$$

$$2. \quad \sqrt{0+2y-y^2} + \sqrt{1} = 1 \quad x = 2-y$$

$$2y^2 - 2y = 0 \quad y=0 \quad x=2$$



$$3. \quad \sqrt{-1+3y-y^2} + \sqrt{0} = 1 \quad x = 3-y$$

$$y^2 - 3y = 0 \quad y=0 \quad x=3$$

$$a^2 = (x-b)^2 + (y-b)^2 + (x+y-2)^2 = (x-b)^2 + (y-b)^2 + (x+y-2)^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \alpha$$