



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

N1

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$D = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2$$

разл.

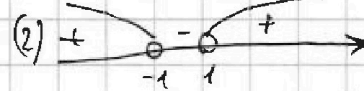
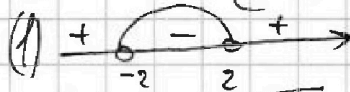
$$2 \text{ корня в } \mathbb{R} \Rightarrow D > 0$$

$$\text{произведение} > 0 \Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \text{ (по м.р. Вьетма)}$$

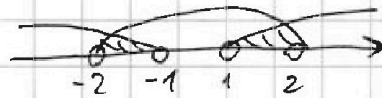
$$\begin{cases} 16 - 4t^2 > 0 \quad | :4 > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \quad | :4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 - t^2 > 0 \quad | \cdot (-1) \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 4 < 0 & (t-2)(t+2) < 0 \quad (1) \\ t^2 - 1 > 0 & (t-1)(t+1) > 0 \quad (2) \end{cases}$$



$$(1) \cap (2) \quad t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



Ответ: $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)(a-b+15)=17p^5 \end{cases}$$

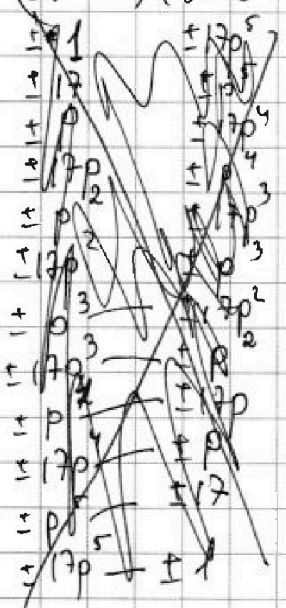
$$(a-b)(a-b+15)=17p^5$$

Т.к. p - простое, оно раскладывается на простые или $1 \cdot p$

Различные варианты произведения, где $a, b \in \mathbb{N}$

(17 - тоже простое)

Или справа делится более большими числами (17-го и др.)



$$(a-b)(a-b+15)=17p^5$$

одно из этих чисел четное, если $(a-b)$ - чет., то $(a-b+15)$ - нечет.

все произведение четно

если $(a-b)$ - нечет., то $(a-b+15)$ - четное

$17p^5$ - четно.

без 15-крат.

Из 17-крат. $\Rightarrow p^5$ - четно. 2 - единственное четное простое $\Rightarrow p=2$

$$(a-b)(a-b+15)=17 \cdot 32$$

Пусть $a-b=t$

$$t^2+15t-544=0$$

$$D=225+4 \cdot 544=2901=49^2$$

$$t = \frac{-15 \pm \sqrt{2901}}{2} = \left[\frac{49-15}{2}, \frac{-49-15}{2} \right] = \begin{cases} 17 \\ -32 \end{cases}$$

Ответ: $a=4$ $b=36$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a-b=17 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a+b=40 \\ a-b=-32 \end{cases}$$

$$2a=57 \quad a=28,5$$

$$\begin{cases} 2a=8 & a=4 \\ b=36 \end{cases}$$



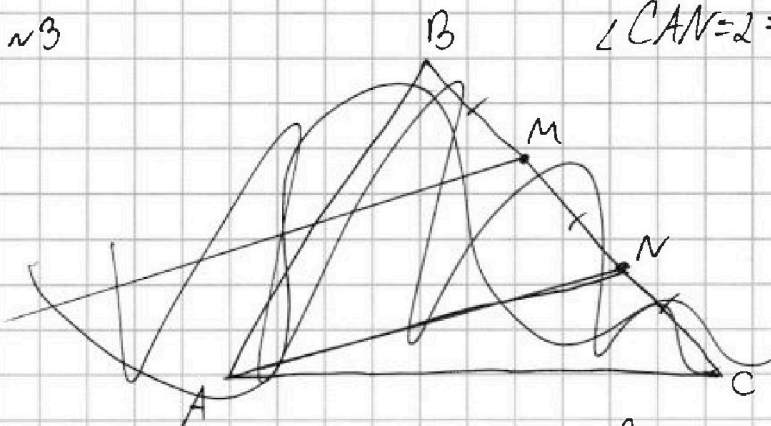
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

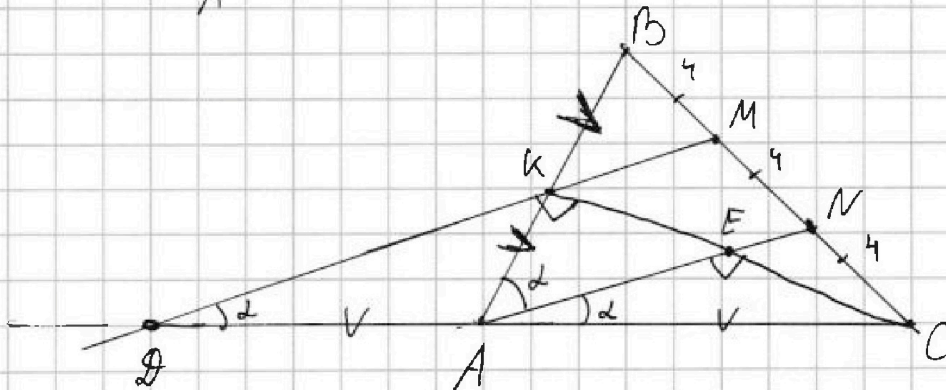


$$\angle CAN = 2 \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{1}{4} \quad (\angle MDC = 2)$$

$$BC = 12 \quad (\text{сomb.})$$

$$BM = MN = NC = 4$$

Роз $DM \parallel AN$
и $BM = MN$ \Rightarrow KM -
- серед ліній
для $\triangle ABN$
 \Downarrow
 $BK = AK$



Розширяємо сторону Менелая для $\triangle ABC$ і сек. DM :

$$\frac{CM \cdot BK \cdot AD}{BM \cdot AK \cdot DC} = 1$$

$$\frac{4 \cdot AD}{8 \cdot DC} = 1$$

$$DC = 2AD$$

$$AD = \frac{DC}{2} \text{ (знаємо)}$$

$$\text{і } AC = \frac{DC}{2}$$

Знаємо $AD = AC$

$$\text{Роз } DC = AB, \Rightarrow \frac{DC}{2} = \frac{AB}{2} =$$

$$= AD = AC = AK$$

В $\triangle AKE$, AK - медіана, то роз $AK = AD = AC$,
 $\triangle AKE$ - рівноб ($AK = AC$)
в ній AE - висота
 \Downarrow
 AE - бісек
 \Downarrow
 $\angle BAN = 2$.

$\triangle DKE$ - прямокут
 \Downarrow
 $\angle DKE = 90^\circ$
 \Downarrow
 $\angle AEC = 90^\circ$
($DM \parallel AN$, comb.)

Напишемо теорему кос. для $\triangle ABC$:

$$AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2 = BC^2$$

$$AB^2 + \frac{AB^2}{4} - 2 \cdot AB \cdot \frac{AB}{2} \cdot (-\frac{1}{4}) = 144$$

$$AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4} = 144$$

$$\frac{3}{2} AB^2 = 144$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = 4\sqrt{6} \quad \text{Один: } 4\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть множество ростов = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
луч Хорошо видеть \Leftrightarrow есть Хорошо.

Т.к. порядок рядов не важен, то мы можем просто перечислить ряды и кол-во способов возрастает в 6 раз.

Рассмотрим ряд ~~и~~ ~~с~~ ~~пустыми~~ ~~местами~~, где нету свободных мест.

~~Ряды свободны~~ 5) Чтобы всем было хорошо, росты должны идти.

6) но ~~тогда~~ возрастанию от I парты до III.

7) ~~и~~ это кол-во способов выбрать неупорядоченную тройку из ростов. ведь из 6 возможных перестановок, только одна идет по возрастанию для различных чисел.

Для зрелищного талого ряда мы

$$\binom{3}{8}$$

выбираем тройку из $8-3=5$ -оставшихся возрастов, это $\binom{3}{5}$ способов

Рассматривали ряд с пустыми местами. Есть 3 случая.

Осталось $5-3=2$ роста.

1) тогда распределить рост. росты по возрастанию
 1 вариант

3) - этому всегда хорошо, он ни I парты.

- этому тоже всегда хорошо он за пустой партой.

2) Для ряда с пустыми местами $\binom{3}{4}$ вари-анта.

тогда распределить росты вариант.
 по возрастанию 1 вариант

Всего способов: $6 \cdot \binom{3}{8} \cdot \binom{3}{5} \cdot 4 =$
 $= \frac{8!}{6 \cdot 3! \cdot 5!} \cdot \frac{8!}{4! \cdot 3!} \cdot 4 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8!}{3}$

Ответ: $\frac{8!}{3}$



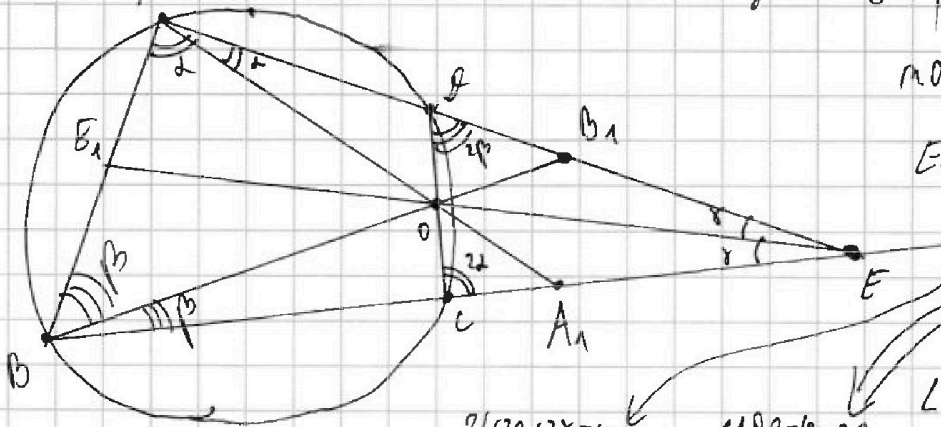
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



Расс. м.О - центр окружности ABCE

можем \parallel
м.О - центр пересеч. окруж.

EE_1, AA_1, BB_1 - симм.

лучше

$\angle A = 2\alpha, \angle B = 2\beta$

$\angle C = 2\gamma$

$\angle DCB = 180 - 2\alpha$ (формула 4-x)

$\angle BCE = 2\alpha$

$\angle EDC = 2\beta \Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle EBA$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$$

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$

$$\angle ADC = 180 - 2\beta$$

(формула 4-x) $\gamma + \alpha$

$$\angle A_1C = 4\beta \quad \angle ABC = 360 - 4\beta$$

$$\angle CCB = 4\alpha \quad \angle CAB = 360 - 4\alpha$$

Т.к. EO и EE₁ симм, то $\frac{OD}{OC} = \frac{DE}{CE}; \frac{AE_1}{BE_1} = \frac{AE}{BE}$

Т.к. AA₁ - симм, то $\frac{BA_1}{EA_1} = \frac{AB}{AE}$

Т.к. BB₁ - симм, то $\frac{AB_1}{EB_1} = \frac{AB}{BE}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Раз из любых 2 деревьев существует маршрут, при этом единственный, значит соседние деревья соединены только одной дорогой, а граф из всех деревьев должен получиться деревом.

Рассмотрим наши деревья. Суммарное кол-во дорог выходящих из них это $3+4+5+7=19$. Из дорог из них уйдет на соединении наших-то ^{рассматриваемых} деревьев с другими. одной останется. Там дороги должны быть, иначе рассматриваемые деревья не будут соединены, и в них нельзя будет попасть. Через другие не рассматриваемые ^(побочные) деревья тоже не войдет, ведь там только 1 дорога - соединение с главным (рассматриваемым) деревом. Остаток $19-3=16$ дорог. Три оставшиеся главной деревом соединит одной дорогой с самой главной деревом, значит считаем еще 3 дороги. $16-3=13$ дорог осталось, они ведут в побочные деревья из всех главных, при этом не повторяются, иначе нарушится единственность маршрутов. Получается всего побочных деревьев 13 и плюс 4 главные деревья, итого $13+4=17$ деревьев на острове.
Ответ: 17 деревьев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

Продолжение. Случай 2:
$$\begin{cases} x+y-x^2-y^2=1 \quad | \cdot (-1) \\ 1-|x+y-2| \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \quad | +1+1 \\ |x+y-2|=1 \end{cases}$$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \rightarrow$ Координаты целые и $\neq 0$ по аналогичным причинам.
 Единственный способ получить 1 это $0+1=1$

$$\begin{cases} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2=0 \\ (y-1)^2=1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ y-1=1 \\ y-1=-1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \\ y-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ y=0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=1 \end{cases}$$

Все пары (x,y) : $(1,2)$, $(1,0)$, $(2,1)$, $(0,1)$
 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 $x+y=3 \checkmark$ $x+y=1 \checkmark$ $x+y=3 \checkmark$ $x+y=1 \checkmark$

Пары для случая 2: $(1,2)$, $(2,1)$, $(0,1)$, $(1,0)$

Ответ: $(0,2)$, $(2,0)$, $(1,2)$, $(2,1)$, $(0,1)$, $(1,0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1. \text{ Раз } x, y \in \mathbb{Z}, \text{ то под корнями только}$$

целые числа, сами корни всегда ≥ 0 , а если подкоренн будет число > 2 ,

то сам корень > 1 и сумма никак не сложится ведь корни ≥ 0

Получается под корнями только числа 0 и 1, при этом не одновременно под двумя корнями.

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad | \cdot (-1) \\ 1-|x+y-2| \geq 1 \end{cases} \begin{cases} x^2-2x+y^2-2y=0 \quad | +1+1 \\ |x+y-2|=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-2x+1+y^2-2y+1=2 \\ x+y-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases}$$

И квадраты > 0
Вд сам и квадраты
Добавим \uparrow целые
Под квадратами цел.
числа

$$\begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=1 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \\ y-1=1 \\ y-1=-1 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=2 \\ y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 2+2 \neq 2 \\ 0+0 \neq 2 \\ 2+0 = 2 \\ 0+2 = 2 \end{matrix}$$

единственный способ получить
2 из суммы двух цел.
квадратов это $1+1=2$

$0+2$ не подойдет ведь $\in \mathbb{Z}$ не цел.
остальные варианты считались.

Для случая 1 возможные пары $(0, 2)$ и $(2, 0)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad | :2 \\ |x+y-2|=1 \end{cases} \begin{cases} -x^2+x-1-y^2+y-1=-2 \\ |x+y-2|=0 \end{cases} \begin{cases} -(x-1)^2-(y-1)^2=-2 \\ xy-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1=1 & x-1=-1 \\ y-1=1 & y-1=-1 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=2 \\ y=0 \end{cases}$$

1) $(0; 2)$ и $(2; 0)$

$$2) \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=1 \\ |x+y-2|=0 \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \quad | +2 \\ |x+y-2|=1 \end{cases} \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1 \\ \begin{cases} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases} \end{cases}$$

2) $(1; 2)$ и $(2; 1)$

$$\begin{cases} (a-b)(a-b+15)=17p^5 \\ a+b=40 \end{cases}$$

$a-b$	$a-b+15$	17
$a) 17p$	p^4	17
$b) -17p$	$-p^4$	4
$c) 17p^2$	p^3	8
$d) -17p^2$	$-p^3$	0
		108
		54

$x_a) \begin{cases} a-b=17p \\ a+b=40 \\ 2a=40+17p \\ a=37 \quad p=2 \\ b=3 \end{cases}$

$x_b) \begin{cases} a-b=-17p \\ a+b=40 \\ 2a=40-17p \\ a=3 \quad p=2 \\ b=27 \end{cases}$

$b) \begin{cases} a-b=17p^2 \\ a+b=40 \\ 2a=40+17p^2 \\ p^2=2 \quad a=54 \quad b=2 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n2
 $a+b=40$
 $\frac{OD+OE}{OE} = \frac{OC}{CE} + 1$
 $\frac{8! \cdot 4!}{3! \cdot 2! \cdot 2!}$

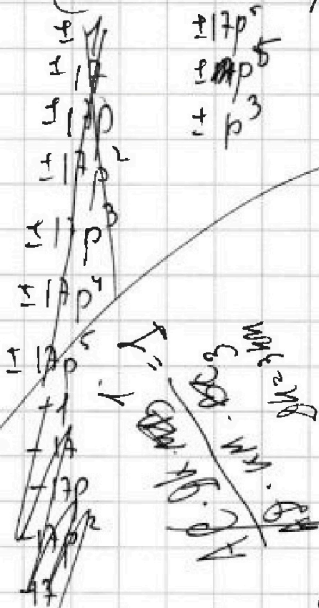
$\frac{OD}{AE} = \frac{OC}{CE}$ $\frac{OE}{AB} = \frac{CE}{AE}$

$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$

$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$

$\frac{AE_1}{AE} = \frac{BE_1}{BE}$

1·2·3·4·5·6·7·8·8·6
 1·2·3·4·5·6·7·8·1·7
 1·2·3·4·5·6·7·3·4·2



$\frac{OD}{OC} = \frac{OE}{CE}$ $\frac{AE_1}{BE_1} = \frac{AE}{OE}$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{1}{4}$

$2\cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$
 $\cos^2 \alpha = \frac{3}{8}$
 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$ $\alpha \in [45^\circ, 135^\circ]$

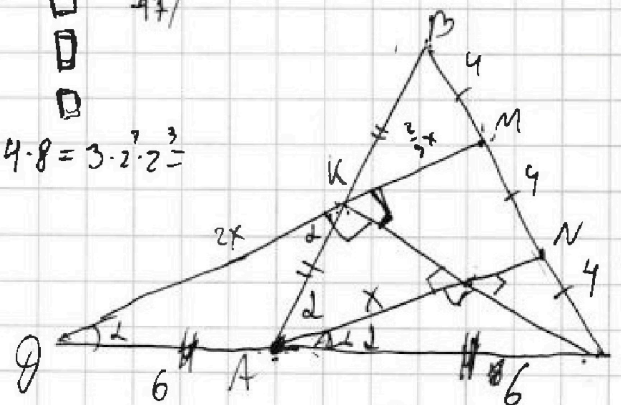
1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3
 3 2 1

$\frac{8!}{3!}$

$\frac{3}{2} AB^2 = 144$

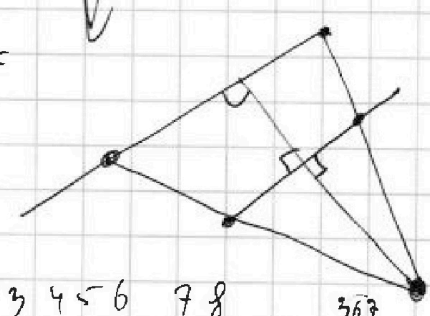
$12 \cdot 8 = 3 \cdot 4 \cdot 8 = 3 \cdot 2^3 \cdot 2^3$

$\frac{244}{2} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{3}{196} \cdot \frac{32}{16} \cdot \frac{3}{6}$



$CD = AB$
 $AB = 2R$

$\frac{OD}{OC} =$



$\cos \alpha = \frac{OK}{OA} = \frac{x}{AC}$

$y^2 + 4y^2 + 2 \cdot y \cdot 2y \cdot \cos 2\alpha = 144$

$5y^2 - 4y^2 = 144 \cdot 36$
 $y = 6$

1 2 3 4 5 6 7 8
 3 6 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solutions on grid paper for a combinatorics problem involving a circle and a triangle.

Problem Statement (reconstructed): A circle with center O and radius R. A triangle ABC is inscribed in the circle. A point P is on the minor arc BC. Lines AP, BP, and CP are drawn. The angles at P are labeled as follows: $\angle BPC = \alpha$, $\angle CPA = \beta$, and $\angle APB = \gamma$. The problem asks for the number of ways to choose the points A, B, C, and P.

Solution 1 (Top): Uses the property that $\angle BPC = \angle BAC = \alpha$. The number of ways to choose A, B, C is $\binom{7}{3} = 35$. For each such choice, there are 2 points on the arc BC. Thus, the total number of configurations is $35 \cdot 2 = 70$.

Solution 2 (Middle): Uses the property that $\angle BPC = \alpha$. The number of ways to choose A, B, C is $\binom{7}{3} = 35$. For each such choice, there are 2 points on the arc BC. Thus, the total number of configurations is $35 \cdot 2 = 70$.

Solution 3 (Bottom): Uses the property that $\angle BPC = \alpha$. The number of ways to choose A, B, C is $\binom{7}{3} = 35$. For each such choice, there are 2 points on the arc BC. Thus, the total number of configurations is $35 \cdot 2 = 70$.

Handwritten Calculations:

- $\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$
- $35 \cdot 2 = 70$
- $\binom{7}{3} = 35$
- $35 \cdot 2 = 70$
- $\binom{7}{3} = 35$
- $35 \cdot 2 = 70$

Diagram: A circle with center O and radius R. A triangle ABC is inscribed in the circle. A point P is on the minor arc BC. Lines AP, BP, and CP are drawn. The angles at P are labeled as follows: $\angle BPC = \alpha$, $\angle CPA = \beta$, and $\angle APB = \gamma$.

Final Answer: 70

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} D > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 12t^2 - 4(4t^2 - 4) > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 12t^2 - 16t^2 + 16 > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (2-t)(2+t) \\ 16 - 4t^2 > 0 \\ (t-1)(t+1) > 0 \end{cases}$$

$t_1 = 1, t_2 = 2$
 $t_1 = -1, t_2 = 1$
 $t_1 = -2, t_2 = 2$

$(t-2)(t+2) < 0$
 $(t-1)(t+1) > 0$

$f(t+15) = 544$
 $t^2 + 15t - 544 = 0$
 $D = 225 + 4 \cdot 544 = 2401$
 $\sqrt{2401} = 49$
 $t = \frac{-15 \pm 49}{2}$
 $t = 2$

$a+b=40$
 $a-b=17p$
 $a-b=1$
 $a+b=40$
 $a-b=17p$
 $2a=40-17p$
 $2a=40-17 \cdot 2$
 $2a=6$
 $a=3$
 $b=37$
 $b=3$

$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$
 $(a-b)(a-b+15) = 17p^5$
 $17p^5$
 $17p^4$
 $17p^3$
 $17p^2$
 $17p$
 1

$50 - x^2 = 27500 - 100x + 1$
 $x^2 - 100x + 27499 = 0$
 $D = 10000 - 4 \cdot 27499 = 10000 - 109996 = -99996$

$AB = CD$
 $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$
 $17 = \frac{-15 + \sqrt{27}}{2}$
 $34 = -15 + \sqrt{27}$
 $\sqrt{27} = 49$
 $BK = AK$