



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



1. [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
2. [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
3. [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(2\angle CEM) = -\frac{1}{4}$.
4. [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

5. [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
6. [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
7. [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

N1

$$x^2 + 2\sqrt{3}x + 4t^2 - 4 = 0$$

$$D = 12t^2 - 16t^2 + 16 = 16 - 4t^2$$

разл.

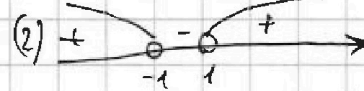
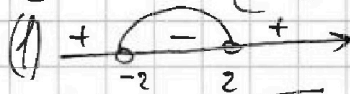
$$2 \text{ корня в } \mathbb{R} \Rightarrow D > 0$$

$$\text{произведение} > 0 \Rightarrow 4t^2 - 4 > 0 \text{ (по м.р. Вьетта)}$$

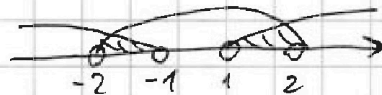
$$\begin{cases} 16 - 4t^2 > 0 \quad | :4 > 0 \\ 4t^2 - 4 > 0 \quad | :4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 - t^2 > 0 \quad | \cdot (-1) \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t^2 - 4 < 0 \\ t^2 - 1 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (t-2)(t+2) < 0 \quad (1) \\ (t-1)(t+1) > 0 \quad (2) \end{cases}$$



$$(1) \text{ и } (2) \quad t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$



Ответ: $t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a^2-2ab+b^2+15a-15b=17p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)^2+15(a-b)=17p^5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ (a-b)(a-b+15)=17p^5 \end{cases}$$

~~1
+17
+0
+17p
+17p^2
+17p^3
+17p^4
+17p^5
+17p^6
+17p^7
+17p^8
+17p^9
+17p^10
+17p^11
+17p^12
+17p^13
+17p^14
+17p^15
+17p^16
+17p^17
+17p^18
+17p^19
+17p^20
+17p^21
+17p^22
+17p^23
+17p^24
+17p^25
+17p^26
+17p^27
+17p^28
+17p^29
+17p^30
+17p^31
+17p^32
+17p^33
+17p^34
+17p^35
+17p^36
+17p^37
+17p^38
+17p^39
+17p^40
+17p^41
+17p^42
+17p^43
+17p^44
+17p^45
+17p^46
+17p^47
+17p^48
+17p^49
+17p^50
+17p^51
+17p^52
+17p^53
+17p^54
+17p^55
+17p^56
+17p^57
+17p^58
+17p^59
+17p^60
+17p^61
+17p^62
+17p^63
+17p^64
+17p^65
+17p^66
+17p^67
+17p^68
+17p^69
+17p^70
+17p^71
+17p^72
+17p^73
+17p^74
+17p^75
+17p^76
+17p^77
+17p^78
+17p^79
+17p^80
+17p^81
+17p^82
+17p^83
+17p^84
+17p^85
+17p^86
+17p^87
+17p^88
+17p^89
+17p^90
+17p^91
+17p^92
+17p^93
+17p^94
+17p^95
+17p^96
+17p^97
+17p^98
+17p^99
+17p^100~~

$(a-b)(a-b+15)=17p^5$ Так p -простое, оно раскладывается на простые или $1 \cdot p$
Различные варианты произведения, где $a, b \in \mathbb{N}$ (17-тое простое)
Или справа делится более большими числами (делителю)

$$(a-b)(a-b+15)=17p^5$$

один из этих чисел четное, если $(a-b)$ -неч, то $(a-b+15)$ -неч.
все произведение четно (если $(a-b)$ -неч, то $(a-b+15)$ -неч)
 $17p^5$ -нечно. без 15-неч. нечет

Из 17-неч $\Rightarrow p^5$ -нечно. 2-единственное четное простое $\Rightarrow p=2$

$$(a-b)(a-b+15)=17 \cdot 32$$

Пусть $a-b=t$

$$t^2+15t-544=0$$

$$D=225+4 \cdot 544=2901=49^2$$

$$t = \frac{-15 \pm \sqrt{2901}}{2} = \left[\frac{49-15}{2} \right] = \begin{cases} 17 \\ -32 \end{cases}$$

Ответ: $a=4$ $b=36$

$$\begin{cases} a+b=40 \\ a-b=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=40 \\ a-b=-32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a=8 & a=4 \\ b=36 \end{cases}$$



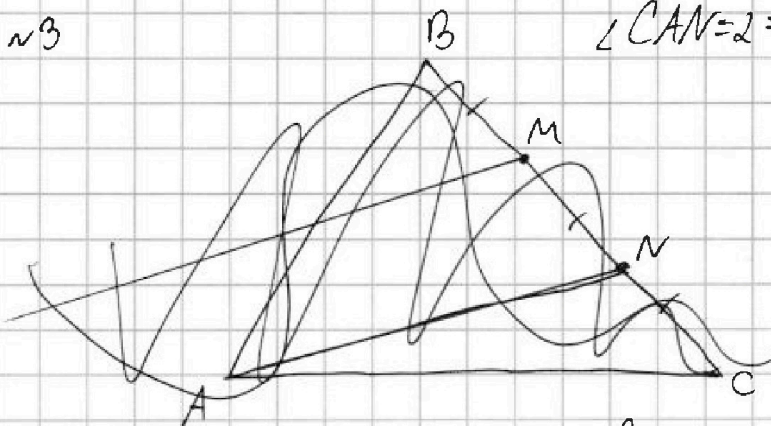
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3



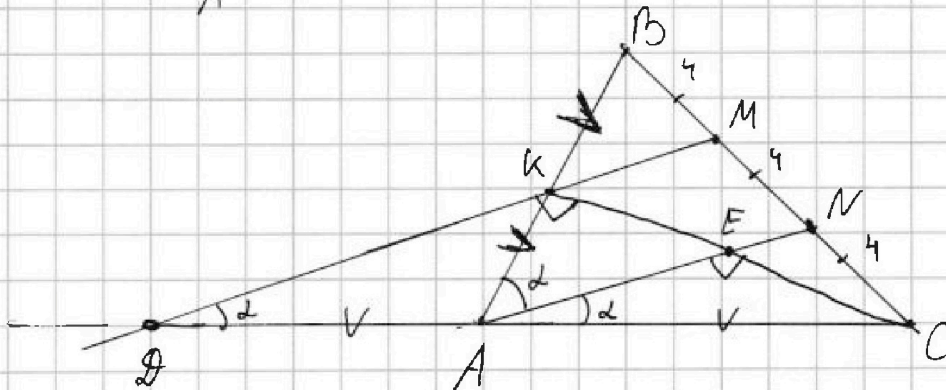
$$\angle CAN = 2 \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{1}{4} \quad (\angle MDC = 2) \quad \text{сomb.}$$

$$BC = 12$$

$$\Downarrow$$

$$BM = MN = NC = 4$$

Розы $DM \parallel AN$
и $BM = MN$ \Rightarrow KM -
- серед линия
для $\triangle ABN$
 \Downarrow
 $BK = AK$



Растянем сторону Меньшая для $\triangle ABC$ и сек. DM :

$$\frac{CM \cdot BK \cdot AD}{DM \cdot AK \cdot BC} = 1$$

В $\triangle AKE$, AK - медиана, но розы $AK = AD = AC$,
 $\triangle AKE$ - равноб ($AK = AC$)
в нем AE - высота
 \Downarrow
 AE - бисс
 \Downarrow
 $\angle BAN = 2$

$\triangle AKC$ - равноб
 \Downarrow
 $\angle AKC = 90^\circ$
 \Downarrow
 $\angle AEC = 90^\circ$
($DM \parallel AN$, comb.)

$$\frac{4 \cdot AD}{8 \cdot BC} = 1$$

$$BC = 2AD$$

$$\Downarrow$$

$$AD = \frac{BC}{2} \text{ (знаем)}$$

$$\text{и } AC = \frac{BC}{2}$$

Знаем $AD = AC$

Розы $DC = AB$, \Rightarrow $\frac{DC}{2} = \frac{AB}{2}$
 $= AD = AC = AK$
кб"

Напишем теорему кос. для $\triangle ABC$:

$$AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha = BC^2$$

$$AB^2 + \frac{AB^2}{4} - 2 \cdot AB \cdot \frac{AB}{2} \cdot (-\frac{1}{4}) = 144$$

$$AB^2 + \frac{AB^2}{4} + \frac{AB^2}{4} = 144$$

$$\frac{3}{2} AB^2 = 144$$

$$AB^2 = 96$$

$$AB = 4\sqrt{6} \quad \text{Округ: } 9\sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть множество ростов = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
луч Хорошо видеть \Leftrightarrow есть Хорошо.

Т.к. порядок рядов не важен, то мы можем просто перечислить ряды и кол-во способов возрастает в 6 раз.

Рассмотрим ряд ~~и~~ ~~с~~ ~~пустыми~~ ~~местами~~, где нету свободных мест.

~~Ряды свободны~~ 1) Чтобы всем было хорошо, росты должны идти.

2) но ~~это~~ возрастанию от I парты до III.

3) ~~и~~ это кол-во способов выбрать неупорядоченную тройку из ростов. ведь из 6 возможных перестановок, только одна идет по возрастанию для различных чисел.

Для зрелого толстого ряда мы

$$\binom{3}{8}$$

выбираем тройку из $8-3=5$ оставшихся возрастов, это $\binom{3}{5}$ способов

Рассматривали ряд с пустыми местами. Есть 3 случая.

Осталось $5-3=2$ роста.

1) сюда распределить рост. росты по возрастанию
1 вариант

3) - этому всегда хорошо, он ни I парты.

- этому тоже всегда хорошо он за пустой партой.
2 случая

2) Для ряда с пустыми местами $\binom{3}{4}$ вари-
анта.

сюда распределить росты вариант.
по возрастанию 1 вариант

Всего способов: $6 \cdot \binom{3}{8} \cdot \binom{3}{5} \cdot 4 =$
 $= \frac{8!}{6 \cdot 3! \cdot 5!} \cdot \frac{8!}{4! \cdot 3!} \cdot 4 = \frac{8!}{4! \cdot 3!} = \frac{8!}{3}$

Ответ: $\frac{8!}{3}$



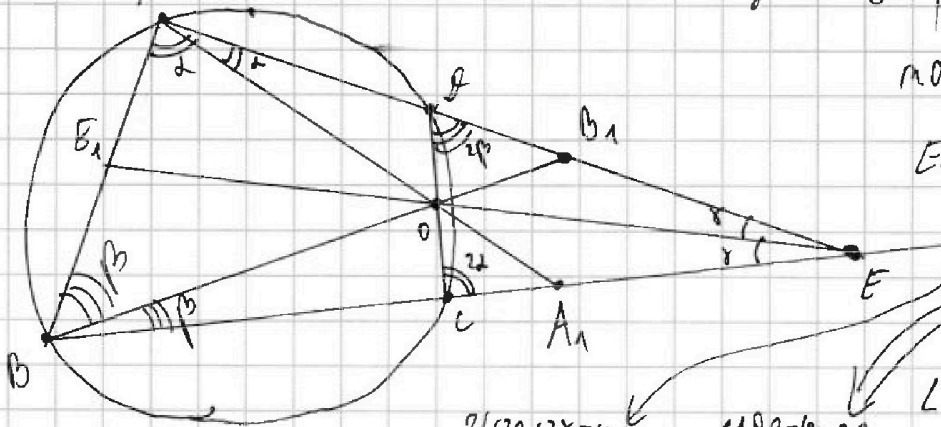
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 ИЗ 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



Расс. м.О - центр окружности ABCE

можем \parallel
м.О - центр пересеч. окруж.

EE_1, AA_1, BB_1 - симм. осей

$\angle A = 2\alpha, \angle B = 2\beta$
 $\angle C = 2\gamma$

$\angle DCB = 180 - 2\alpha$ (впис. ч.х.)

$\angle BCE = 2\alpha$

$\angle EDC = 2\beta \Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle EBA$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$$

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$$

$$\angle ADC = 180 - 2\beta$$

(впис. ч.х.)

$$\overset{\frown}{A_1C} = 4\beta \quad \overset{\frown}{A_1B} = 360 - 4\beta$$

$$\overset{\frown}{DCB} = 4\alpha \quad \overset{\frown}{DAB} = 360 - 4\alpha$$

Т.к. EO и EE_1 симм., то $\frac{OD}{OC} = \frac{OE}{CE}; \frac{AE_1}{BE_1} = \frac{AE}{BE}$

Т.к. AA_1 - симм., то $\frac{BA_1}{EA_1} = \frac{AB}{AE}$

Т.к. BB_1 - симм., то $\frac{AB_1}{EB_1} = \frac{AB}{BE}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Раз из любых 2 деревьев существует маршрут, при этом единственный, значит соседние деревья соединены только одной дорогой, а граф из всех деревьев должен получиться деревом.

Рассмотрим наши деревья. Суммарное кол-во дорог выходящих из них это $3+4+5+7=19$. Из дорог из них уйдет на соединении наших-то ^{рассматриваемых} деревьев с другими одной оставшейся. Там дорог должно быть, иначе рассматриваемые деревья не будут соединены, и в них нельзя будет попасть. Через другие не рассматриваемые ^(побочные) деревья тоже не войдет, ведь там только 1 дорога - соединение с главным (рассматриваемым) деревом. Остаток $19-3=16$ дорог. Три оставшиеся главной деревом соединит одной дорогой с самой главной деревом, значит считаем еще 3 дороги. $16-3=13$ дорог осталось, они ведут в побочные деревья из всех главных, при этом не повторяются, иначе нарушится единственность маршрутов. Получается всего побочных деревьев 13 и плюс 4 главные деревья, итого $13+4=17$ деревьев на острове.
Ответ: 17 деревьев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

Продолжение. Случай 2:
$$\begin{cases} x+y-x^2-y^2=1 \quad | \cdot (-1) \\ 1-|x+y-2| \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \quad | +1+1 \\ |x+y-2|=1 \end{cases}$$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \rightarrow$ Координаты целые и $\neq 0$ по аналогичным причинам.
 Единственный способ получить 1 это $0+1=1$

$$\begin{cases} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2=0 \\ (y-1)^2=1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ y-1=1 \\ y-1=-1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \\ y-1=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ y=0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=1 \end{cases}$$

Все пары (x,y) : $(1,2), (1,0), (2,1), (0,1)$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $x+y=3 \checkmark \quad x+y=1 \checkmark \quad x+y=3 \checkmark \quad x+y=1 \checkmark$

Пары для случая 2: $(1,2), (2,1), (0,1), (1,0)$

Ответ: $(0,2), (2,0), (1,2), (2,1), (0,1), (1,0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1. \text{ Раз } x, y \in \mathbb{Z}, \text{ то под корнями только}$$

целые числа, сами корни всегда ≥ 0 , а если подкоренн будет число > 2 ,

то сам корень > 1 и сумма никак не сложится ведь корни ≥ 0

Получается под корнями только числа 0 и 1, при этом не одновременно под двумя корнями.

$$\begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad | \cdot (-1) \\ 1-|x+y-2| \geq 1 \end{cases} \begin{cases} x^2-2x+y^2-2y=0 \quad | +1+1 \\ |x+y-2|=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-2x+1+y^2-2y+1=2 \\ x+y-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases}$$

И квадраты > 0
Вд сам и квадраты
Добавим \uparrow целые
Под квадратами цел.
числа

$$\begin{cases} (x-1)^2=1 \\ (y-1)^2=1 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \\ y-1=1 \\ y-1=-1 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=2 \\ y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 2+2 \neq 2 \\ 0+0 \neq 2 \\ 2+0 = 2 \\ 0+2 = 2 \end{matrix}$$

единственный способ получить
2 из суммы двух цел.
квадратов это $1+1=2$

$0+2$ не подойдет ведь $\in \mathbb{Z}$ не цел.
остальные варианты сходились.

Для случая 1 возможные пары $(0, 2)$ и $(2, 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=0 \quad | +2 \\ |-(x+y-2)|=1 \end{cases} \begin{cases} -x^2+x-1-y^2+y-1=-2 \\ |x+y-2|=0 \end{cases} \begin{cases} -(x-1)^2-(y-1)^2=-2 \\ x+y-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=2 \\ x+y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1=1 & x-1=-1 \\ y-1=1 & y-1=-1 \end{cases} \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ y=2 \\ y=0 \end{cases}$$

$x=1 \quad y=2$ $x=2 \quad y=1$

$\begin{cases} x-1=0 \\ y-1=1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x-1=1 \\ y-1=0 \end{cases}$

1) $(0; 2)$ и $(2; 0)$

$$2) \begin{cases} 2x+2y-x^2-y^2=1 \\ |1-(x+y-2)|=0 \end{cases} \begin{cases} x^2+y^2-2x-2y=-1 \quad | +2 \\ |x+y-2|=1 \end{cases} \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2=1 \\ \begin{cases} x+y-2=1 \\ x+y-2=-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases} \end{cases}$$

2) $(1; 2)$ и $(2; 1)$

$$\begin{cases} (a-b)(a-b+15)=17p^5 \\ a+b=40 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 17p^5 \\ 137 \\ \hline 6 \\ 74 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 115 \\ \hline 49 \end{array}$$

а) $a-b=17p$
 $a+b=40$
 $2a=40+17p$
 $a=27 \quad p=2$
 $b=3$

б) $a-b=-17p$
 $a+b=40$
 $2a=40-17p$
 $a=3 \quad p=2$
 $b=37$

в) $a-b=17p^2$
 $a+b=40$
 $2a=40+17p^2$
 $p=2 \quad a=54 \quad b=2$

$a-b$	$a-b+15$	17
$\frac{17p^5}{17}$	$\frac{17p^5}{17}$	$\frac{17}{4}$
а) $17p$	p^4	$\frac{68}{4}$
б) $-17p$	$-p^4$	$\frac{240}{108}$
в) $17p^2$	p^3	54
г) $-17p^2$	$-p^3$	

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n2
 $a+b=40$
 $\frac{OD+OE}{OE} = \frac{OC}{CE} + 1$
 $\frac{8! \cdot 4!}{3! \cdot 2! \cdot 2!}$

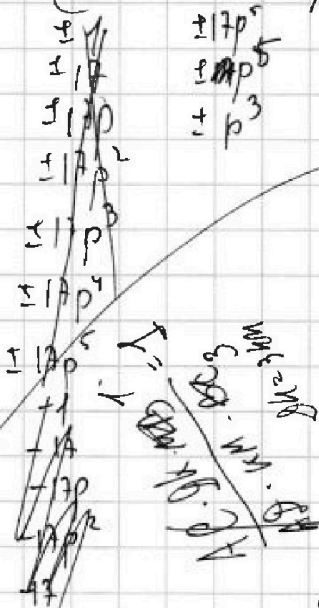
$\frac{OD}{OE} = \frac{OC}{CE}$ $\frac{OD}{AB} = \frac{CE}{AB}$

$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$

$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$

$\frac{AE_1}{AE} = \frac{BE_1}{BE}$

1·2·3·4·5·6·7·8·8·8
 1·2·3·4·5·6·7·8·17
 1·2·3·4·5·6·7·8·12



$\frac{OD}{OC} = \frac{OE}{CE}$ $\frac{AE_1}{BE_1} = \frac{AE}{OE}$

$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{1}{4}$

$2\cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$

$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$

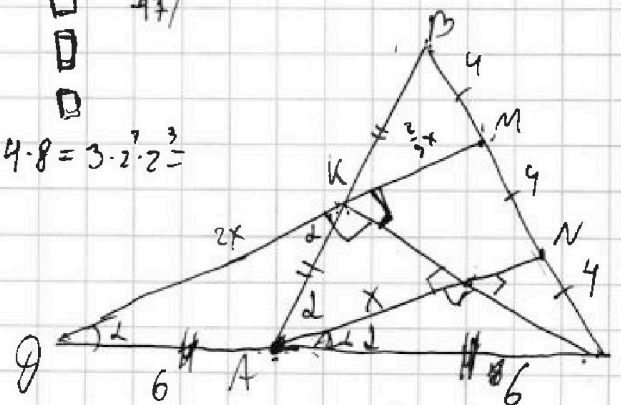
$\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$ $\alpha \in [45^\circ, 135^\circ]$

1 2 3 4 5 6 7 8 123
 321

$\frac{8!}{3!}$

$\frac{3}{2} AB^2 = 144$

$12 \cdot 8 = 3 \cdot 4 \cdot 8 = 3 \cdot 2^7 \cdot 2^3$



$CD = AB$

$AB = 2R$

$\frac{8}{49} \cdot 3$
 $\frac{49}{49}$
 $\frac{49}{49}$

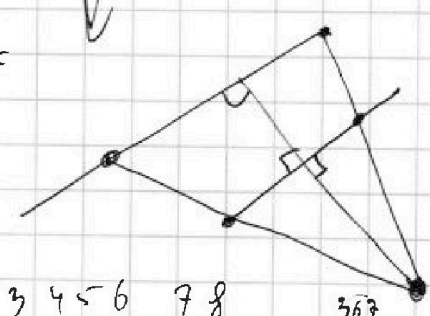
$\cos \alpha = \frac{8}{9} = \frac{8k}{CD} = \frac{x}{AC}$

$y^2 + 4y^2 + 2 \cdot y \cdot 2y \cdot \cos 2\alpha = 144$

$5y^2 - 4y^2 = 144 \cdot 36$

$y = 6$

$\frac{OD}{OC}$



1 2 3 4 5 6 7 8

3 6 7



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solutions on grid paper for a combinatorics problem involving a circle and a triangle.

Problem Statement (reconstructed): A circle with center O and diameter AB. A point C is on the circle. A line segment AC is drawn. A point D is on the circle. A line segment CD is drawn. A point E is on the circle. A line segment CE is drawn. A point F is on the circle. A line segment CF is drawn. A point G is on the circle. A line segment CG is drawn. A point H is on the circle. A line segment CH is drawn. A point I is on the circle. A line segment CI is drawn. A point J is on the circle. A line segment CJ is drawn. A point K is on the circle. A line segment CK is drawn. A point L is on the circle. A line segment CL is drawn. A point M is on the circle. A line segment CM is drawn. A point N is on the circle. A line segment CN is drawn. A point O is the center of the circle. A line segment AO is drawn. A line segment BO is drawn. A line segment CO is drawn. A line segment DO is drawn. A line segment EO is drawn. A line segment FO is drawn. A line segment GO is drawn. A line segment HO is drawn. A line segment IO is drawn. A line segment JO is drawn. A line segment KO is drawn. A line segment LO is drawn. A line segment MO is drawn. A line segment NO is drawn. A line segment O is the center of the circle.

Handwritten Work:

- Top left: A 3x3 grid of boxes, with the first row containing 1, 2, 3 and the second and third rows empty.
- Top middle: A vertical list of numbers 1 through 7, each followed by a box. Boxes 1, 2, and 3 are checked.
- Top right: A diagram of a circle with a triangle inscribed inside. The vertices of the triangle are labeled A, B, and C. The center of the circle is labeled O. Lines connect O to each vertex. There are also lines connecting O to points D, E, and F on the circle.
- Middle left: A large circle with a triangle inscribed inside. The vertices of the triangle are labeled A, B, and C. The center of the circle is labeled O. Lines connect O to each vertex. There are also lines connecting O to points D, E, and F on the circle. The number 544 is written inside the circle, and 769 is written below it.
- Middle right: A diagram showing a central point connected to several other points arranged in a circle. The central point is labeled 7. The points on the circle are labeled 1, 2, 3, 4, 5, 6. There are also lines connecting the central point to points 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Bottom left: A large circle with a triangle inscribed inside. The vertices of the triangle are labeled A, B, and C. The center of the circle is labeled O. Lines connect O to each vertex. There are also lines connecting O to points D, E, and F on the circle. The number 544 is written inside the circle, and 769 is written below it.
- Bottom middle: A diagram showing a central point connected to several other points arranged in a circle. The central point is labeled 7. The points on the circle are labeled 1, 2, 3, 4, 5, 6. There are also lines connecting the central point to points 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Bottom right: A diagram showing a central point connected to several other points arranged in a circle. The central point is labeled 7. The points on the circle are labeled 1, 2, 3, 4, 5, 6. There are also lines connecting the central point to points 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Equations and Calculations:

- $x^2 + 15x - 17 \cdot 32 = 0$
- $D = 225 + 17 \cdot 32$
- $x = \frac{-15 \pm \sqrt{D}}{2}$
- $7 - 3 = 4 \text{ осм.}$
- $3 - 1 = 2$
- $4 - 1 = 3$
- $5 - 1 = 4$
- $7 - 3 = 4$
- $3 - 3 = 0$
- $7 - 1 = 6$
- $5 - 1 = 4 + 4$
- $4 - 1 = 3$
- $4 - 3 = 1$
- $7 - 1 = 6$

