

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

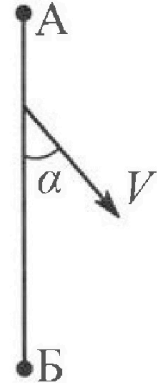


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  в безветренную погоду составляет  $T_0=200$  с. Расстояние  $AB$  равно  $S=2$  км.

1. Найдите скорость  $U$  аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего в ремени полета ветер дует с постоянной скоростью  $V = 15$  м/с под углом  $\alpha$  к прямой  $AB$  (см. рис.),  $\sin \alpha = 0,8$ .

2. Найдите продолжительность  $T_1$  полета по маршруту  $A \rightarrow B$  в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна  $U$ .
3. При каком значении угла  $\alpha$  продолжительность полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность  $T_{MIN}$  полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$ .



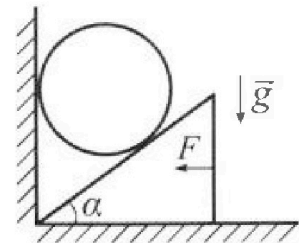
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через  $t_1 = 0,5$  с и  $t_2 = 1,5$  с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол  $2\beta = 90^\circ$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1. Найдите продолжительность  $T$  полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность  $L$  полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус  $R$  кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом  $\alpha$  при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны  $m=0,4$  кг. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Систему удерживают в покое горизонтальной силой  $F = \sqrt{3}mg$ .

1. Найдите угол  $\alpha$ , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.



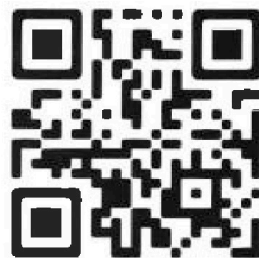
Силу  $F$  снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на  $H$  шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно  $h=0,15$  м.

2. Найдите перемещение  $H$  шара до соударения.
3. Найдите силу  $N_1$ , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла  $\alpha$  сила  $N_1$  максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину  $N_{MAX}$  этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 09-02

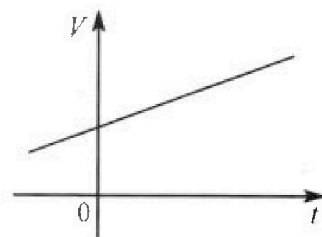


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  и  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  равно  $L=100$  мм. В термометре находится  $m=0,04$  г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема  $V$  спирта от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  объем спирта в  $\beta = 1,12$  раза больше объема спирта при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Плотность спирта при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  считайте равной  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема  $V(t)$  спирта от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины:  $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$ .



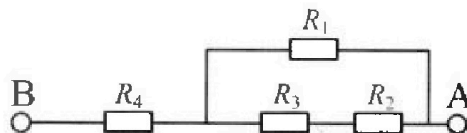
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ .

2. Найдите убыль  $|\Delta V|$  объема спирта при уменьшении температуры воды от  $t_1 = 50^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ . В ответе приведите формулу и число в мм<sup>3</sup>.
3. Найдите площадь  $S$  поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм<sup>2</sup>.

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов  $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$ , здесь  $r = 5$  Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{ЭКВ}}$  цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока  $I = 4$  А.



2. Найдите мощность  $P$ , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность  $P_{\text{MIN}}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1. 1) u = \frac{2 \cdot s}{T_0} = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{200 \text{ с}} = \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = \underline{\underline{20 \frac{\text{м}}{\text{с}}}}$$

*Ответ: 20 м/с*

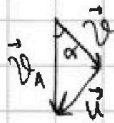


2) Дано:  
 $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$   
 $\sin \alpha = 0,8$   
 $T_1 = ?$

Перенесём в СО воздуха:

$$\vec{v}_A = \vec{v} + \vec{u}$$

$v_A$  - абсолютная скорость аппарата (относительно земли)



$T_1 = \frac{s}{v_A}$  ; Теорема косинусов:  
 $u^2 = v_A^2 + v^2 - 2 \cos \alpha v v_A \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_A^2 - 2 \cos \alpha v v_A - u^2 + v^2 = 0$$

$$v_A = \frac{2 \cos \alpha v \pm \sqrt{4 \cos^2 \alpha v^2 + 4(u^2 - v^2)}}{2} = \frac{2 \cos \alpha v \pm \sqrt{u^2 + \cos^2 \alpha v^2}}{2}$$

$$= \cos \alpha v \pm \sqrt{u^2 + v^2 \sin^2 \alpha} = \cos \alpha v \pm \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

$\cos \alpha v$  ?  $\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$  - рассмотрим что больше, тогда  
 $\cos^2 \alpha v^2$  ?  $u^2 - v^2 \sin^2 \alpha$  - выберем знак.  
 $(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) v^2$  ?  $u^2$   
 $v^2$  ?  $u^2$

$\cos \alpha v < \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$ , значит если поставим - то  $v_A$  - отрицательное, это не имеет смысла, значит +

$$v_A = \cos \alpha v + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha} ; \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$T_1 = \frac{s}{v_A} = \frac{s}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} v + \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{2000 \text{ м}}{\sqrt{1 - 0,8^2} \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \sqrt{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 225 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \cdot 0,64}}$$

$$= \frac{2000 \text{ м}}{0,6 \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} + \sqrt{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 144 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}} = \frac{2000 \text{ м}}{9 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 80 \text{ с}$$

*Ответ: 80 с*

$$\textcircled{=} \frac{2000 \text{ м}}{9 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{2000 \text{ м}}{25 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \underline{\underline{80 \text{ с}}}$$

*Ответ: 80 с*



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

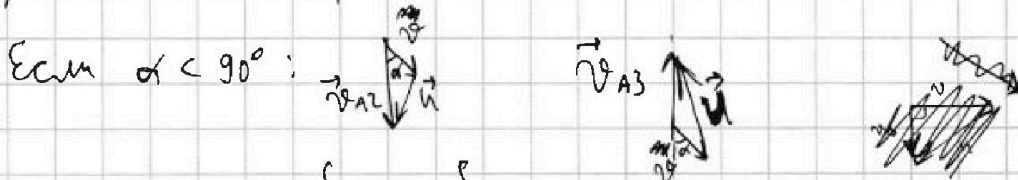
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) ~~В минимальное время, эта скорость максимально выгодно~~  
~~минимальное время, эта скорость максимально выгодно~~

~~Время~~  $T_{MIN} = T_2 + T_3$   
 $T_2$  - время полета из A → B  
 $T_3$  - время полета B → A

$v_{A2}, v_{A3}$  - скорости при полете из A → B и B → A соответственно (в случае с минимальным временем полета)



$$T_{MIN} = T_2 + T_3 = \frac{S}{v_{A2}} + \frac{S}{v_{A3}} = S \cdot \frac{v_{A3} + v_{A2}}{v_{A3} v_{A2}}$$

$$v_{A2}^2 + v^2 - 2 \cos \alpha v = v^2 \Rightarrow v_{A2} = \cos \alpha v + \sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$$

(из п. 2)

$$v_{A3} = |\cos \alpha v - \sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha}| = \sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - \cos \alpha v$$

(из п. 2) м.к. без модуля  $v_{A3}$  получается отрицательным  $v_{A3}$  направлено в противоположную сторону к  $v_{A2}$

$$T_{MIN} = S \cdot \frac{v_{A3} + v_{A2}}{v_{A3} v_{A2}} = S \cdot \frac{\cos \alpha v + \sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - \cos \alpha v + \sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{(\cos \alpha v + \sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha})(\sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha} - \cos \alpha v)}$$

$$= 2S \cdot \frac{\sqrt{v^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{v^2 - v^2}$$

Знамен  $T_{MIN}$  при  $\sin \alpha = \max$ , значит  $\sin \alpha = 1, \alpha = 90^\circ$

3) Ответ:  $\alpha = 90^\circ$

1) ~~Время~~  $T_{MIN} = 2S \cdot \frac{\sqrt{v^2 - v^2}}{v^2 - v^2} = \frac{2S}{\sqrt{v^2 - v^2}} = \frac{2 \cdot 2000 \text{ м}}{\sqrt{400^2 - 175^2}}$

$$= \frac{4000 \text{ м}}{\sqrt{400^2 - 175^2}} = \frac{4000 \text{ м}}{\sqrt{175^2 \cdot 7}} = \frac{800}{5 \cdot \sqrt{7}} \text{ с} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$$

4) Ответ:  $\frac{800}{\sqrt{7}} \text{ с}$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.  $v_1, v_2$  - скорости мяча в моменты  $t_1$  и  $t_2$  соответственно  
 $v_1 = v_2 \Rightarrow h_1 = h_2$  (высота в моменты  $t_1$  и  $t_2$  равна)  
 $v_0$  - начальная скорость мяча  
 м.к. траектория движения - парабола  
 $\angle \beta = 90^\circ \Rightarrow \varphi = 45^\circ$

$v_1 \perp v_2$   $v_1$  и  $v_2$  - касательные к траектории движения  
 $v_{0y}$  - проекция  $v_0$  на ось  $y$   
 $h_1 = v_{0y} t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = h_2 = v_{0y} t_2 - \frac{g t_2^2}{2} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 2 v_{0y} t_1 - g t_1^2 = 2 v_{0y} t_2 - g t_2^2 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow v_{0y} = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2(t_2 - t_1)} =$   
 $= \frac{g}{2}(t_2 + t_1) = v_0 \cdot \sin \varphi$  ( $\varphi$  - угол между  $v_0$  и горизонталем)

$\triangle ABC$  -  $P/S$ , т.к. углы между  $v_1$  и горизонталем и  $v_2$  и горизонталем равны, т.к.  $v_1 = v_2$  и траектория движ. парабола и  $v_1$  и  $v_2$  - касательные к траектории  
 $AB = BC$ , значит  $\angle A = \angle C = 45^\circ = \varphi$  (см. рисунок)

~~$S_1, S_2$  - равноудаленные произвольные в проекции на  $O_x$  мяча в моменты  $t_2$  и  $t_1$  соответственно  
 $v_{0x}$  - проекция  $v_0$  на  $O_x$   
 $S_1 = v_{0x} t_1$ ;  $S_2 = v_{0x} t_2$ ;  $S_2 - S_1 = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} =$   
 $= AB \sqrt{2}$~~

$v_{1y}, v_{2y}, v_{1x}, v_{2x}$  - проекции скоростей  $v_1, v_2$  на оси  $Ox, Oy$   
 $\text{tg } \varphi = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{v_{2y}}{v_{2x}} = \frac{v_{0y} - g t_1}{v_{0x}} = 1 \Rightarrow v_{0x} = v_{0y} - g t_1 =$   
 $= \frac{g}{2}(t_2 + t_1) - g t_1 = \frac{g}{2}(t_2 - t_1)$

В момент времени  $T$ :  
 $(v_y$  - скорость в момент  $T$ )  
 $v_y = 0 = v_{0y} - g T \Rightarrow T = \frac{v_{0y}}{g} =$   
 $= \frac{g(t_2 + t_1)}{2g} = \frac{t_2 + t_1}{2} = \frac{0,5c + 1,5c}{2} = 1c$

1) Ответ:  $1c$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.2) когда мяч пройдет расстояние  $L$ :  $t_n$  - общее время полета  
 $\Delta y = 0 = v_{0y} t_n - \frac{g t_n^2}{2} \Rightarrow 2v_{0y} = g t_n \Rightarrow t_n = \frac{2v_{0y}}{g}$   
 $\Delta y$  - изменение координаты по  $Oy$

$$L = v_{0x} t_n = v_{0x} \cdot \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{g}{2} (t_2 - t_1) \cdot \frac{g}{g} \cdot (t_2 + t_1) \cdot \frac{2}{g} =$$

$$= \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (1,5c)^2 - (0,5c)^2}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (2,25c^2 - 0,25c^2)}{2} =$$

$$= \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot 2c^2}{2} = \underline{10m} \quad \text{1) Ответ: } 10m$$

3) В момент времени  $T$  скорость мяча равна  $v_{0x}$  и ускорение равно  $g$  и ускорение перпендикулярно направлению скорости, значит:  $g = a_n = \frac{v_{0x}^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v_{0x}^2}{g}$   
 $a_n$  - нормальное ускорение ( $\perp$  скорости)

$$\text{2) } \frac{(\frac{g}{2}(t_2 - t_1))^2}{g} = \frac{g^2}{2} \cdot \frac{(t_2 - t_1)^2}{g} = \frac{g(t_2 - t_1)^2}{2} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (1,5c - 0,5c)^2}{2} =$$

$$= \frac{5 \frac{m}{s^2} \cdot 2c^2}{2} = \underline{5m} \quad \text{3) Ответ: } 5m$$

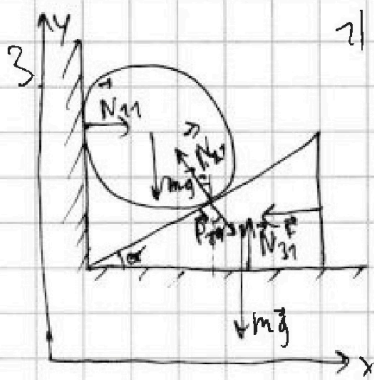
Ответ: 1) 1c  
 2) 10m  
 3) 5m



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1)  $N_{11}, N_{21}, N_{31}, P_{21}$  - силы, обозначены на рисунке  
реакции опор и веса,  
 $F = \sqrt{3} mg$  (дано)

II закон Ньютона для шара:

$$\vec{P}_{21} + m\vec{g} + \vec{N}_{31} + \vec{F} = \vec{0}$$

III закон Ньютона для шара:

$$\vec{N}_{11} + m\vec{g} + \vec{N}_{21} = \vec{0}$$

$$O_y: mg = N_{21} \cos \alpha \Rightarrow N_{21} = \frac{mg}{\cos \alpha} = P_{21}$$

$$(1) F = P_{21} \sin \alpha = N_{21} \sin \alpha = \frac{mg}{\cos \alpha} \cdot \sin \alpha = mg \tan \alpha \Rightarrow$$

$$2) \tan \alpha = \frac{F}{mg} = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = \arctg \sqrt{3} = \underline{\underline{60^\circ}}$$

Ответ:  $60^\circ$



$H = h = 0,15 \text{ м}$ , т.к. удар упругий, то  
если  $v$  (скорость шара сразу  
после удара)

$$v = gt_1 \quad (t_1 - \text{время падения шара})$$

$$(t_2 - \text{время подъёма})$$

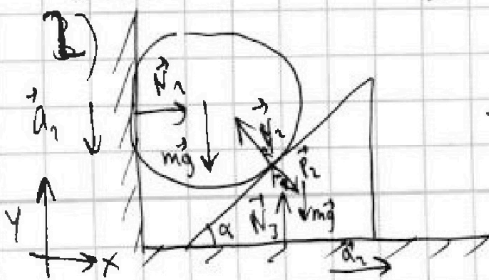
$$H = \frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,15}{9,8}} \approx 0,175 \text{ с}$$

$$h = v \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2}, \quad 0 = v - gt_2 \quad (\text{т.к. шар остановился}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = gt_2 \Rightarrow t_2 = t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{2gH} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} - \frac{g}{2} \cdot \left(\sqrt{\frac{2H}{g}}\right)^2 = 2H - \frac{2H}{2} = H = \underline{\underline{0,15 \text{ м}}}$$

Ответ:  $H = 0,15 \text{ м}$



$a_1$  - ускорение шара

$a_2$  - ускорение клина

$$\text{II закон Ньютона для шара: } \vec{N}_{11} + m\vec{g} + \vec{N}_{21} = m\vec{a}_1$$

$$\text{для клина: } \vec{P}_2 + \vec{N}_3 + m\vec{g} = m\vec{a}_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.2) шар:  $Ox: N_1 = N_2 \sin \alpha$   
 $Oy: mg - N_2 \cos \alpha = ma_1 \quad (1)$   
 клин:  $Ox: P_2 \sin \alpha = ma_2 \quad (2)$   
 $Oy: P_2 \cos \alpha + mg = N_3$

$N_2 = P_2 (1 + \frac{g}{a_2})$

Рассмотрим соприкасающиеся шары и клин:

Когда шар смещается вниз на какое-то  $\Delta y$ , клин отбрасывается вперед на  $\Delta x$ , тогда  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha = \frac{a_1}{a_2}$ , т.к. <sup>обе</sup> касательные скорости равны  $v$ .

$(1) + (2): mg + P_2 \sin \alpha - N_2 \cos \alpha = m(a_1 + a_2) = ma_1(1 + \frac{g}{a_2})$   
 $mg + N_2(\sin \alpha - \cos \alpha) = ma_1(1 + \frac{g}{a_2}) = ma_1 \frac{a_2 + g}{a_2} =$

$= ma_1 \cdot (1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}) = ma_1 \cdot \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_1 = \frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \frac{N_2 \sin \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha)}{m (\sin \alpha + \cos \alpha)}$

$t_1$  - время падения шара до удара;  $v$  - скорость сразу <sup>после удара</sup>  
 $h = \frac{a_1 t_1^2}{2}; v = a_1 t_1; h = v t_2 - \frac{g t_2^2}{2}; 0 = v - g t_2 \Rightarrow v = g t_2$

$t_2$  - время ~~шара~~ до остановки шара

$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_1}}; v = a_1 \sqrt{\frac{2h}{a_1}} = \sqrt{2ka_1}$

$h = \sqrt{2ka_1} \cdot t_2 - \frac{g t_2^2}{2}, a_1 t_1 = g t_2 = \sqrt{2ka_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow t_2 = \frac{\sqrt{2ka_1}}{g}$   
 $h = \sqrt{2ka_1} \cdot \frac{\sqrt{2ka_1}}{g} - \frac{g}{2} \frac{2ka_1}{g^2} = \frac{2ka_1}{g} - \frac{ka_1}{g} = \frac{ka_1}{g} \Rightarrow$

$\Rightarrow h = \frac{hg}{a_1}$

$\frac{(1)}{(2)} = \frac{ka_1}{ma_2} = \tan \alpha = \frac{mg - N_2 \cos \alpha}{N_2 \sin \alpha} \Rightarrow N_2 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} = mg - N_2 \cos \alpha$

$\Rightarrow N_2 = \frac{mg}{\cos \alpha + \sin \alpha \tan \alpha} = \frac{mg \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = mg \cos \alpha$

$N_1 = N_2 \sin \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha = mg \sin \alpha \cos^2 \alpha$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.  $N_{\max}$  при  $\alpha = 45^\circ$   $\sin \alpha \cos \alpha = \max$ , но если при  $\alpha = 45^\circ$

4) Ответ:  $\alpha = 45^\circ$

$$a_{\uparrow} = \frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha)}{m (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

$$= \frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} (1 + \cos \alpha \sin \alpha - \cos^2 \alpha) = (\sin^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha)$$

$$\cdot \frac{g \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{g \sin^2 \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$H = \frac{h g}{a_{\uparrow}} = \frac{h (\sin^2 \alpha + \cos \alpha \sin \alpha)}{\sin^2 \alpha} = 0,25 \text{ м} \cdot \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}$$

$$= 0,25 \cdot \frac{4 + 2\sqrt{3} + 1}{2} = 0,25 \cdot \frac{5 + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{8} (5 + 2\sqrt{3}) \text{ м}$$

2) Ответ:  $0,25 \cdot \frac{5 + 2\sqrt{3}}{2} \text{ м}$

$$N_{\uparrow} = mg \cdot \tan \alpha \cdot \cos^2 \alpha = mg \sin \alpha \cos \alpha = 0,4 \text{ м} \cdot 20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ Н}$$

$$= \sqrt{3} \text{ Н}$$

3) Ответ:  $\sqrt{3} \text{ Н}$

5)  $N_{\max} = mg \sin(45^\circ) \cdot \cos(45^\circ) = 0,4 \text{ м} \cdot 20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4 \text{ Н}}{2} = 2 \text{ Н}$

5) Ответ:  $2 \text{ Н}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

И. Дано:  $C_M$   
 $t_0 = 0^\circ C$   
 $t_{100} = 100^\circ C$   
 $L = 100 \text{ мм}$   
 $m = 0,042$   
 $\beta = 1,12$   
 $\rho = 0,82 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$   
 $t_1 = 50^\circ C$   
 $t_2 = 40^\circ C$

1)  $\frac{V_{100}}{V_0} = \beta \Rightarrow V_{100} = V_0 \beta$   
~~разность объема~~  
~~разности~~  
~~массы~~  
~~объемов~~  
~~камер~~  
~~температур~~  
 $V_0, V_{100}$  — объемы при  $t_0$  и  $t_{100}$  соответственно

$\rho = \frac{m}{V_0} \Rightarrow V_0 = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{100} = V_0 \beta = \frac{m}{\rho} \beta$

Найдем уравнение прямой  $V(t)$ :  
 $k$  — коэффициент наклона

$V_{100} = V_0 + k(t_{100} - t_0) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow k = \frac{V_0 \beta - V_0}{t_{100} - t_0} = \frac{V_0 (\beta - 1)}{t_{100} - t_0} = \frac{\frac{m}{\rho} (\beta - 1)}{t_{100} - t_0}$

$$V = V_0 + k \cdot t = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t = \frac{m}{\rho} + \frac{m}{\rho} \cdot \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} \cdot t = \frac{m}{\rho} \left( 1 + \frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} t \right)$$

1) Ответ:  $V = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t$  (можно заметить во-вторых  $t = t - t_0$ ;  $V = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)(t - t_0)}{\rho(t_{100} - t_0)}$ )

2)  $V_1, V_2$  — объемы смеси при  $t_1$  и  $t_2$  соответственно.

$$|\Delta V| = V_1 - V_2 = \frac{m}{\rho} + \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t_1 - \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t_2 =$$

$$= \frac{m(\beta - 1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100} - t_0)} = \frac{0,042 \cdot 10^{-5} \text{ м} \cdot (1,12 - 1) \cdot (50^\circ C - 40^\circ C)}{200 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 100^\circ C - 0^\circ C}$$

$$= \frac{0,12 \cdot 10}{20000000 \cdot 100} \text{ м}^3 = \frac{1,2 \cdot 1000000}{2000000000} \text{ м}^3 = \frac{1,2}{2000} \text{ см}^3 = \frac{6}{10000} \text{ см}^3$$

$$= \frac{6 \cdot 1000}{10000} \text{ мм}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

2) Ответ:  $|\Delta V| = \frac{m(\beta - 1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100} - t_0)} = 0,6 \text{ мм}^3$

3)  $V_{100} - V_0 = S \cdot L = V_0 \beta - V_0 = V_0 (\beta - 1) = \frac{m}{\rho} (\beta - 1) \Rightarrow$   
 $\Rightarrow S = \frac{m(\beta - 1)}{\rho \cdot L} = \frac{0,042 \cdot (1,12 - 1)}{0,82 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10 \text{ см}} = \frac{4}{100} \cdot \frac{12}{100} = \frac{2 \cdot 12}{8 \cdot 100} \text{ см}^2 = \frac{6 \cdot 100}{10000} \text{ мм}^2 = 0,06 \text{ мм}^2$

3) Ответ:  $0,06 \text{ мм}^2$

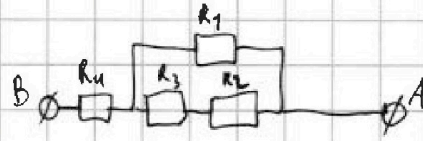


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S. 1) R_{\text{эв}} = R_4 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2 + R_3}} \quad (\Rightarrow)$$



по правилам последовательной и паралл. соединения

$$(\Rightarrow) r + \frac{1}{\frac{1}{2r} + \frac{1}{2r+4r}} = r + \frac{1}{\frac{5 \cdot 40}{2r} + \frac{1}{6r}} = r + \frac{1}{\frac{6}{6r}}$$

$$= r + r = 2r = 2 \cdot 5 \Omega = \underline{10 \Omega}$$

1) ответ:  $10 \Omega$

$$2) P = I \cdot U_{AB} = I^2 \cdot R_{\text{эв}} = (4A)^2 \cdot 10 \Omega = \underline{160 \text{ Вт}}$$

( $U_{AB}$  — напряжение на ~~отрезке~~ цепи AB)

ответ:  $160 \text{ Вт}$

3)  $P_1, P_2, P_3, P_4$  — мощности на ~~рез. 1, рез. 2, рез. 3, рез. 4~~  $P_1, P_2, P_3, P_4$

~~$I_1, I_2, I_3, I_4$  — токи~~  $I_1, I_2, I_3, I_4$  — токи ~~текущие~~ ~~через рез. 1, рез. 2, рез. 3, рез. 4~~ ~~соответственно~~

$U_1, U_2, U_3, U_4$  — напряжения на ~~рез. 1, рез. 2, рез. 3, рез. 4~~ ~~соответственно~~

$$P_4 = U_4 I_4 = R_4 I_4^2 = R_4 \cdot I^2 = r I^2, \quad P_4 = r I^2$$

$$I_1 + I_2 = I; \quad U_1 = U_2 + U_3 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 (R_2 + R_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + R_3}{R_1} \Rightarrow I = I_2 \left( 1 + \frac{R_2 + R_3}{R_1} \right) \Rightarrow I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$\Rightarrow I_1 = I_2 \frac{R_2 + R_3}{R_1} = I \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_1} = I \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow \frac{I (2r + 4r)}{2r + 2r + 4r} = \frac{I \cdot 6r}{6r} = \frac{I \cdot 205}{6r} = \frac{5I}{6} = \frac{5}{6} I$$

$$I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{I \cdot 2r}{6r} = \frac{I}{3} = I_3$$

$$P_1 = I_1 U_1 = I_1^2 R_1 = \left( \frac{5I}{6} \right)^2 \cdot 2r = \frac{25}{36} I^2 \cdot \frac{2r}{2} = \frac{5}{6} I^2 r, \quad P_1 = \frac{5}{6} I^2 r$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P_2 = \mathcal{U}_2 I_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{I}{6}\right)^2 \cdot 2r = \frac{I^2}{36} \cdot 2r = \frac{I^2 r}{18}; \quad P_2 = I^2 r \cdot \frac{1}{18}$$

$$P_3 = \mathcal{U}_3 I_3 = I_3^2 R_3 = \left(\frac{I}{6}\right)^2 \cdot 4r = \frac{I^2}{36} \cdot 4r = \frac{I^2 r}{9}; \quad P_3 = I^2 r \cdot \frac{1}{9}$$

$$P_2 < P_3 < P_1 < P_4 \quad \Rightarrow$$

$$\left( I^2 r \cdot \frac{1}{18} < I^2 r \cdot \frac{1}{9} < I^2 r \cdot \frac{5}{6} < I^2 r \right)$$

$$\Rightarrow P_{\min} = P_2 = \frac{I^2 r}{18} = \frac{(4A)^2 \cdot 5\Omega}{18} = \frac{16 \cdot 5}{18} = \frac{40}{9} \text{ Вт} = 4\frac{4}{9} \text{ Вт}$$

3) Ответ:  $\frac{40}{9} \text{ Вт}$

Ответ: 1)  $10 \Omega$   
2)  $160 \text{ Вт}$   
3)  $\frac{40}{9} \text{ Вт}$

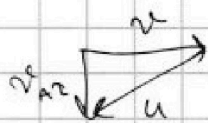


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$v_{A2} = v_{A3} = \sqrt{u^2 - v^2}$$

$$T_{MIN} = \frac{25}{\sqrt{u^2 - v^2}} =$$

$$25 \cdot 7$$

$$20.40 \rightarrow 800$$

$$\frac{800}{25} = \frac{8000}{25 \cdot 13}$$

$$\frac{S}{35 \frac{m}{s}} + \frac{S}{5 \frac{m}{s}} = 2000$$

$$\frac{1+7}{35} = \frac{400}{35} = \frac{2000 \cdot 8}{35} = \frac{3200}{7}$$

$$\frac{75}{25} = 3$$

- 1) ✓
- 2) ✓
- 3) ✓
- 4) ✓
- 5) ✓

$$\frac{100}{\sqrt{7}} \cdot \frac{3200}{7}$$

$$\frac{7}{7} \cdot \frac{16}{407}$$

$$\frac{225}{0.5} = 5$$

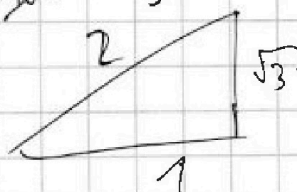
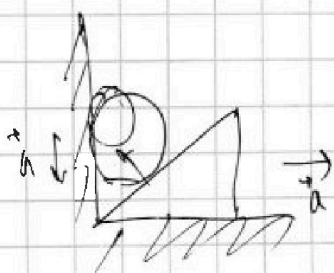
$$0.8 \cdot \frac{1}{2000} \cdot \frac{200000}{7} \cdot \frac{m}{603} = 800$$

$$\frac{2.75}{0.75} = \frac{275}{75} = \frac{100}{3}$$



$$\frac{78}{28} = \frac{64}{200} = \frac{324}{284}$$

$$\frac{77}{77} = \frac{49}{200} = \frac{284}{284}$$



$$\frac{a \cdot b}{c^2} = \frac{a \cdot b}{a^2 + b^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

