



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$, десятый член равен $x+4$, а двенадцатый член равен $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \quad b_{10} = x+4, \quad b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

ОдЗ: ① $\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$



② $(15x+6)(x-3) \geq 0 \Rightarrow$



$x \in (-\infty, -\frac{2}{5}] \cup (3, +\infty)$

Т.е.:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = b_1 \cdot q^3 & (1) \\ x+4 = b_1 \cdot q^9 & (2) \\ \sqrt{(15x+6)(x-3)} = b_1 \cdot q^6 & (3) \end{cases}$$

цел. b_1 -
1-ый член геом. прогрессии.
 q - "шаг" геом. прогрессии.

(3) : (1) \Rightarrow

$$\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot \sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}} = q^3$$

$\sqrt{(x-3)^4} = q^8$; $(x-3)^2 = q^8$, $q^4 = |x-3|$
 $q^4 \geq 0$ (всегда)
 $x \neq 3$, $x \neq 0$

сооб.

$q^4 = |x-3|$

(3) : (2), $\frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} = q^2$

~~$q^2 \geq 0$ (всегда)~~
 ~~$x \neq 3$ (всегда)~~
 ~~$x \neq 0$ (всегда)~~

т.е. $\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+4)^2} = |x-3|$

① $x-3 \geq 0$, т.е. $(x-3) \left(\frac{15x+6}{(x+4)^2} - 1 \right) = 0$

$x \neq 3$ (из ОдЗ); если $x = -4$, то $b_1 \cdot q^9 = 0$
исключаемо

т.е.:

$15x+6 = x^2 + 8x + 16$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x=2$; $x=5$; при $x > 3$, т.е.

$x=5$

(иначе $x = -4$ и, очевидно,
 $x = -\frac{2}{5}$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) $x-3 < 0$
 $x < 3 \Rightarrow (x-3) \left(\frac{15x+6}{(x+9)^2} + 1 \right) = 0$

$x \neq 3$
 $15x+6 + x^2 + 8x + 16 = 0$

$x^2 + 23x + 22 = 0$

$(x+22)(x+1) = 0$

корни: $\begin{cases} x = -1 \\ x = -22 \end{cases}$

приведем по мн. x^2

если $x=5$: $b_4 = \frac{9}{2\sqrt{2}}$ ✓

$b_{10} = 9$

$b_{12} = 9\sqrt{2}$

если $x=-1$: $b_4 = \frac{3}{2\sqrt{2}}$ ✓

$b_{10} = 3$

$b_{12} = 3\sqrt{2}$

если $x=-22$, то: $b_4 > 0$

$b_{10} < 0$

$b_{12} > 0$

заметьте, что раз b_4, b_{10}, b_{12} имеют или "четных" или "нечетных" (т.е. 4-ый или 10-ый или 12-ый член), то они должны быть один знака

корни $x \neq -22$
Ответ: $-1, 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ищю: возведем в квадрат \rightarrow получим уравнение x .

$$(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = (2(\sqrt{x+7}\sqrt{5-x}) - 3)^2$$

$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{x+7}\sqrt{5-x} = 4((x+7)(5-x) - 6\sqrt{x+7}\sqrt{5-x}) + 9$$

пусть $\sqrt{x+7}\sqrt{5-x} = t, \quad (t \geq 0)$

$$12 - 2t = 4(t^2 - 6t + 9) + 9$$

$$6 - t = 2t^2 - 12t + 18$$

$$2t^2 - 11t + 12 = 0$$

$$D = 121 - 8 \cdot 2 = 25$$

$$t_{1,2} = \frac{11 \pm 5}{4}, \quad t_1 = 4, \quad t_2 = \frac{3}{2}$$

ищю: $\sqrt{x+7}\sqrt{5-x} = 4,$
 $-x^2 - 2x + 35 = 16$

$$x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$D_1 = 1 + 76 = 77$$

$$\textcircled{V} -1 - \sqrt{77} > -7$$

$$-1 + \sqrt{77} < 5$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{77}$$

$$\sqrt{77} < 6$$

$$20 < 36 \text{ (!)}$$

$$\sqrt{x+7}\sqrt{5-x} = \frac{3}{2}$$

$$-x^2 - 2x + 35 = \frac{9}{4}$$

$$-4x^2 - 8x + 140 = 9$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

или

пусть $\frac{3}{2}, 4$

$$(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = (2 \cdot \frac{3}{2} - 3)^2$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3, \quad (\sqrt{5-x} + \sqrt{x+7} = 3.) \textcircled{V}$$

$$-x^2 - 2x + 35 = \frac{9}{4}$$

$$-4x^2 - 8x + 140 = 9$$

$$4x^2 + 8x - 131 = 0$$

$$D_2 = 16 + 4 \cdot 131 = 4(4 + 131) = 4 \cdot 135$$

$$-4 \pm \frac{2\sqrt{135}}{4}$$

$$x_{1,2} =$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \frac{\sqrt{135}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

привести:

$$-1 - \frac{\sqrt{35}}{2} > -7$$

$$-\frac{\sqrt{35}}{2} > -6$$

$$-\sqrt{35} > -12$$

$$\sqrt{35} < 12$$

$$135 < 144 \quad \text{①}$$

$$-1 + \frac{\sqrt{35}}{2} < 5$$

$$\frac{\sqrt{35}}{2} < 6$$

$$\sqrt{35} < 12 \quad \text{②}$$

Ответ:

$$z=0; y=35;$$

$$\begin{cases} X_2 = -1 \pm \frac{\sqrt{35}}{2} \\ X = -1 \pm \sqrt{35} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = p; \quad \leftarrow \text{уравнение имеет две или одну решение.}$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos(x+2x) = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x = \cos x (2\cos^2 x - 1) - \sin x \cdot 2 \sin x \cos x = \cos x (2\cos^2 x - 1) - 2(1 - \cos^2 x) \cos x \end{aligned}$$

пусть $\cos x = t; \quad (t \in [-1; 1])$

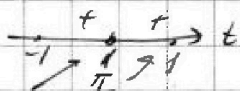
$$\begin{aligned} \cos 3x &= t(2t^2 - 1) - 2(t - t^3) = 2t^3 - t - 2t + 2t^3 = 4t^3 - 3t \\ 3 \cos 2x &= 3(2t^2 - 1) = 6t^2 - 3 \end{aligned}$$

$$4t^3 - 3t + 6t^2 - 3 = p; \quad p = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$\begin{aligned} f(t) &= 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3; & f'(t) &= 12t^2 - 12t + 3 \\ f'(t) &= 3(4t^2 - 4t + 1) \\ f'(t) &= 3(2t - 1)^2 \end{aligned}$$

замечаем, что $f'(t) \geq 0$ (всегда), тогда:

$f(t)$ всегда возрастает



тогда: $f(t) (\min) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10 \quad p \in [-10; 4]$
 $f(t) (\max) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$

т.е. $4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = -10$
 $4t^3 - 6t^2 + 3t + 13 = 0$; $t = -1$
 $\cos x = -1$
 $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

4	-6	3	13
4	-10	13	0
$4t^2 - 10t + 13 = 0$			
$D = 25 - 13 \cdot 4 < 0$			

иногда $4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 4$
 $4t^3 - 6t^2 + 3t - 1 = 0$
 $t = 1; \cos x = 1$
 $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

4	-6	3	-1
4	-2	1	0
$4t^2 - 2t + 1 = 0$			
$D < 0$			

т.е. $\cos x = p; \quad x = \pm \arccos p + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \leftarrow \text{если } p > 0$
 $\rightarrow x = \pm(\pi - \arccos p) + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \quad \leftarrow p < 0$

Ответ: $p \in [-10; 4];$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

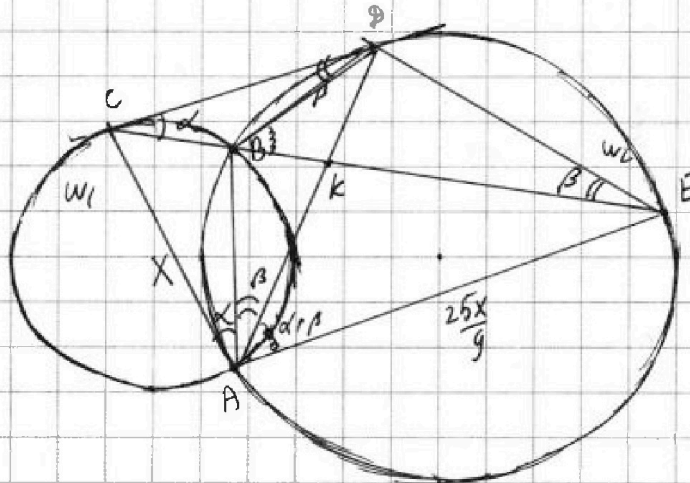


Дано:

- Окр. W_1 и W_2
- $W_1 \cap W_2 = T, A \in T, B \in T$
- касат. $CD \Rightarrow T, C \in W_1, D \in W_2$
- T, B симм. к CD
- $CB \cap W_2 = T, B_1, E$
- $AD \cap CE = T, K$
- $\frac{CK}{KE} = \frac{9}{25}$

$\frac{ED}{CD} = ?$

Решение:



Пусть $\angle DCE = \alpha$, так как CD - касат., то по свойству между хордой и касат. $\angle CAB = \angle DCE = \alpha$

Пусть $\angle COB = \beta$, то так как OB - радиус касат. и хорды: $\angle OEB = \beta$

$BDEA$ - впис. в окр. четырехуг. Тогда:

$\angle BED = \angle BAD = \beta$ (опр или $\angle BDA$);

$\angle DBE = 180^\circ - \angle DBC$ (вписанная); $\cos \beta, \angle OBC = \alpha + \beta$
 $\angle DBE = \angle DAE = \alpha + \beta$ (опр или $\angle DE$) $\cos \beta, \angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta$

AK - меди. в $\triangle CAE$ $\cos \beta$

$\frac{AC}{CK} = \frac{AE}{KE}, \frac{AC}{AE} = \frac{9}{25}$; $\angle BOA = \angle BEA$ (опр или $\angle BDA$)
 Пусть $AC = x, AE = \frac{25x}{9}$

$\cos \beta, \triangle CAD \sim \triangle DAE$; $\frac{AC}{AD} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE}$

$AD^2 = AC \cdot AE \Rightarrow AD^2 = x \cdot \frac{25x}{9}, AD = \frac{5x}{3}$

Пусть $\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD}, \frac{CD}{DE} = \frac{x/3}{5x}, \frac{ED}{CD} = \frac{5}{3}$

Ответ: $\frac{5}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ (a-b) \cdot 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{ простое;} \\ a+b = 820 \end{cases}$$

$p \neq 1$ (если $a \neq b$)

пусть p - простое, то:
 $a, (a, b, c) \in \mathbb{Z}(\text{по уму}), \text{ то:}$

$$\textcircled{1} \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

т.е. $b > a$,
никогда

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$$

$a = b$ \textcircled{X}

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$$

↓
возможно

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow a-b = (p-1)(p+1)$$

пусть $a-b \cdot 3$, то: $(p-1)(p+1) \cdot 3$

если $p = 3k$, то: $(3k-1)(3k+1) \cdot 3$

если $p = 3k+1$, то: $(3k+1)(3k+2) \cdot 3$

$3k(3k+1) \cdot 3 \rightarrow$ не подходит

если $p = 3k+2$, то: $(3k+1)3(k+1) \cdot 3 \rightarrow$ не подходит

сумма

$p \cdot 3$. Пусть a - это простое $\Rightarrow p = 3$

$$\begin{cases} a-b = 8 \\ a+b = 820 \end{cases}$$

$$b^2 + a - a + b = 820 - 8$$

$$b^2 + b = 812$$

$$b^2 + b - 812 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 812 = 3249 = 57^2$$

$$b_{1,2} = \frac{-1 \pm 57}{2}$$

$$b_1 = 28; a_1 = 36$$

$$b_2 = -25; a_2 = -21$$

1) если

$$b = 28$$

$$a = 36$$

$$c = b-1 = 27$$

2) если

$$b = -25$$

$$a = -21$$

$$c = -30$$

$b > a(x)$

$$\textcircled{2} \begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

т.е.

$$a-c - b+c = p^2 - 1 \quad (a-b) = p^2 - 1 \rightarrow \text{те же рассуждения}$$

т.е.

$$p = 3; \begin{cases} b-c = -9 \\ a-c = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = 8 \\ a+b = 820 \end{cases} \Rightarrow \text{те же рассуждения}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т-с

$$b_1 = 28, \quad a_1 = 36$$

$$b_2 = -29, \quad a_2 = -21$$

точки:

$$a_1 = 36, \quad b_1 = 28, \quad c_1 = a_1 + b_1 = 37$$

$$a_2 = -21, \quad b_2 = -29, \quad c_2 = -20$$

↓ возможные точки (a, b, c) :

Ответ:

$$(36, 28, 37); \quad (-21, -29, -20)$$

$$(36, 28, 37); \quad (-21, -29, -20)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

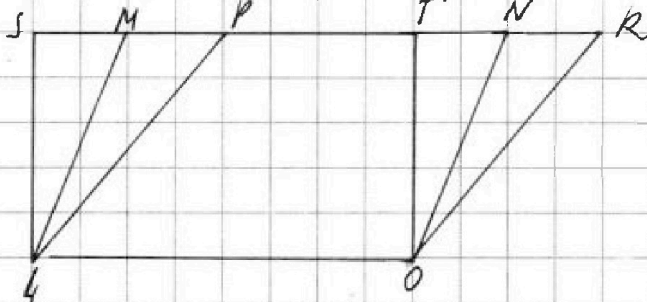
Дано:
 Призма $ABC A_1 B_1 C_1$
 $\triangle ABC$ - равностор.
 $AB = BC = AC = 2$
 $S_{AA_1 C_1 C} = 4$
 $S_{AA_1 B_1 B} = 5$
 $S_{AA_1 B} = 5$
 $h = ?$

Решение:

Если от призм отнимем пирамиды,

$AA_1 C_1 C : AA_1 B_1 B = CC_1 B_1 B$ - пирамиды.
 Соотв, пирамида и пирамиды отним от равных

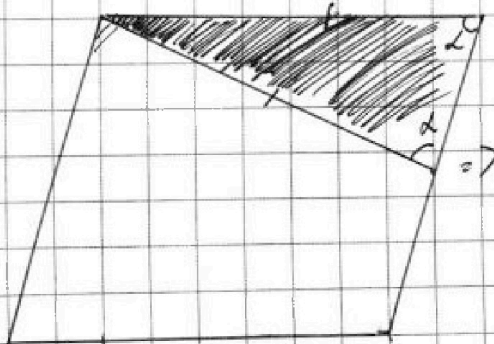
параллелограмм и параллелограмм:



Пирамиды с той же высотой h и h и h и h - отнимаем от равных
 $S_{AA_1 C_1 C}$, $S_{AA_1 B_1 B}$, $S_{CC_1 B_1 B}$
 Соотв, если от $AA_1 C_1 C$ $AA_1 B_1 B$ и $CC_1 B_1 B$ отним от
 равных ~~параллелограмм~~ параллелограмм, то $S_{AA_1 C_1 C} = S_{AA_1 B_1 B} = S_{CC_1 B_1 B}$.
 Т.е. ABC не паралл. $A_1 B_1 C_1$.

Соотв, пирамида - правильная $ABC \parallel A_1 B_1 C_1$,
 пирамида отнимаем, что $\triangle ABC$ - равностор.
 решение:

Угол α от пирамиды, что $ABC \parallel A_1 B_1 C_1$, с тем же углом
 "чуть поворачиваем" на одну из углов!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

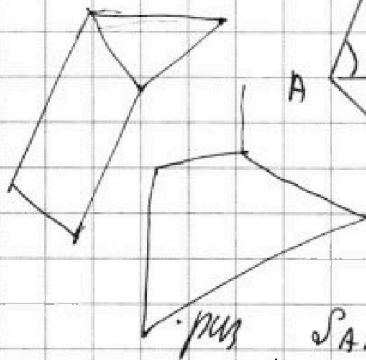
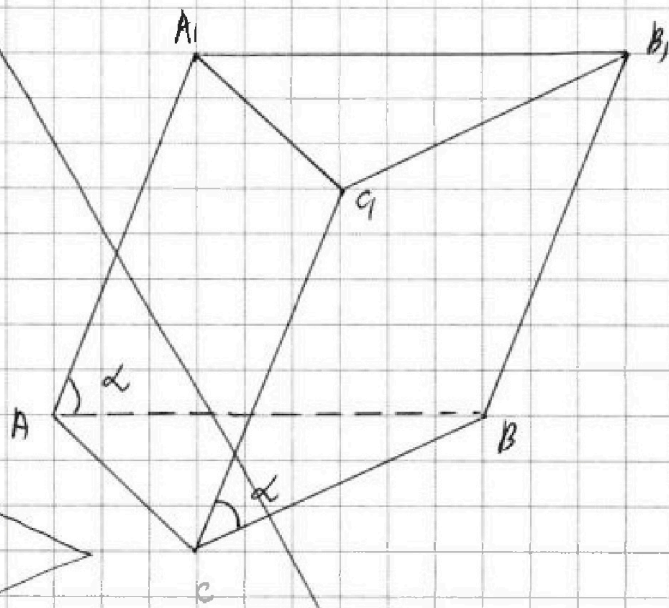
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

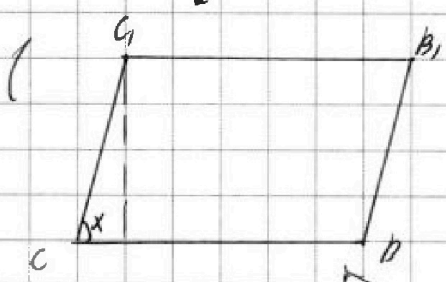
Дано:
 Призма $ABC A_1 B_1 C_1$
 ΔABC - равнобедренная
 $S_{AA_1 C_1 C} = 4$
 $S_{AA_1 B_1 B} = 5$
 $S_{CC_1 B_1 B} = 5$
 $h = ?$

Решение:
 Если, что призма наклонная
 (тогда площади боковых граней равны)
 да равны.

Если
 описанная
 призма
 пирамида ели



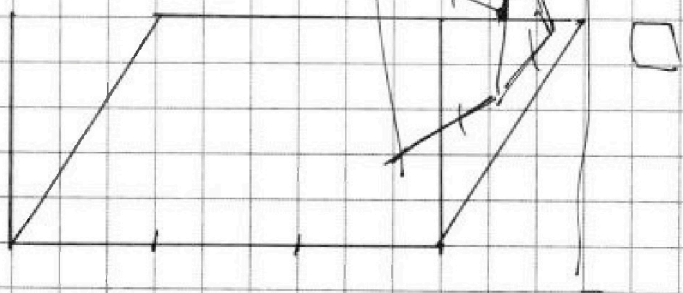
призм $S_{AA_1 B_1 B} = S_{CC_1 B_1 B}$, $\angle A_1 A B = \angle C_1 C B = \alpha$



все боковые стороны - паралл.
 пусть угол $\angle C_1 C B = \alpha$, тогда:
 $S_{пар.} = h \cdot BC = \sin \alpha \cdot CC_1 \cdot BC$

$BC = AB = AC$, $CC_1 = BB_1 = AA_1$

если описанная параллель





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$y = 35$
 $t = 2 = 0$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} =$
 $= a \sqrt{35 - 2x - x^2}$
 $5 - x =$

$x+7 + 5 = x -$
 $-2\sqrt{x+7}\sqrt{5-x}$

$12 - 2\sqrt{x+7}\sqrt{5-x}$

$\Delta EDB \sim \Delta EDB$

$\frac{b}{a} = \frac{t}{z} = \frac{2t}{EP}$

$12 - 2t = 2t \cdot t$

$4t^2 + 12t - 6 = 0$
 $t = -1 + \sqrt{1 + 4 \cdot 4 \cdot 45}$

$0 \leq \sqrt{225 - z^2} \leq 15 \quad t_1$

$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \cdot \frac{b}{a} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{t}{z}$

$\textcircled{1} 0 \leq |y - 20| + 2|y - 35| \leq 15$
 $0 \leq y - 20 + 2y - 70 \leq 15$
 $0 \leq 3y - 90 \leq 15$

$y \geq 30$
 $3y \leq 105$
 $y \leq 35$

$\textcircled{2} 0 \leq y - 20 - 2y + 70 \leq 15$
 $0 \leq 50 - y \leq 15$
 $50 - y \geq 15$
 $y \leq 35$
 $y \geq 35$

$\textcircled{3} 35$

$\Delta OCB \sim \Delta EDB$

$5x - x^2 + 35 = 2x$
 $= -x^2 - 2x + 35$

$\frac{a \cdot 9x \cdot \sin \beta}{2} = \frac{5}{34} S_{\Delta OCB}$

$\frac{t + p - 2\sqrt{tp}}{t} = \frac{l}{\sin \alpha}$
 $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{l}{t}$

$VE + VP = 2\sqrt{EP}$
 $t + p - 2\sqrt{tp} = 4tp$

$S_{\Delta OCB} = \frac{9}{34} S_{\Delta OCB}$

$5 - x \geq 0$
 $x \leq 5$
 $x \geq -7$
 $x \in [-7, 5]$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} =$
 $= 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$
 $\sqrt{x+7} + \sqrt{5-x} =$
 $= 2\sqrt{x+7}\sqrt{5-x} = 4\sqrt{x+7}\sqrt{5-x}$

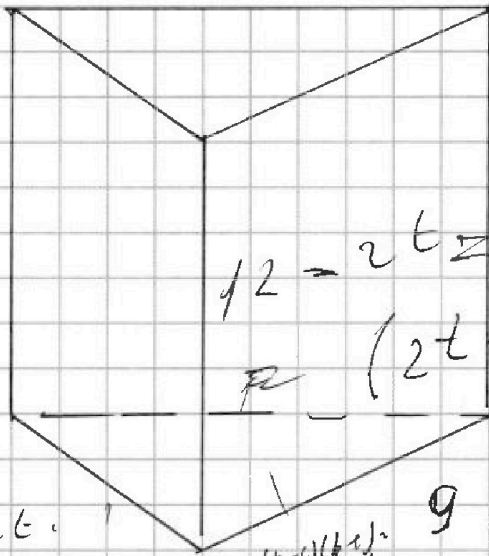


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$3 + 5 = 8$$

$$3 + 5 + 5 = 13 \neq 4 \cdot 4$$

$$30 + 28 = 58$$

$$a > b$$

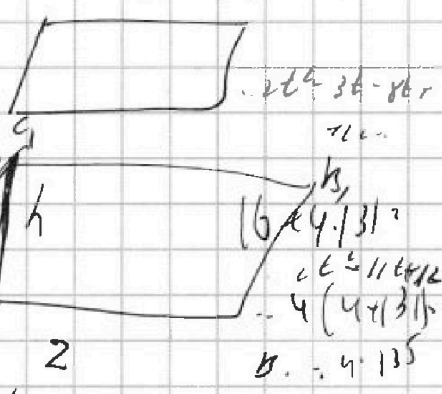
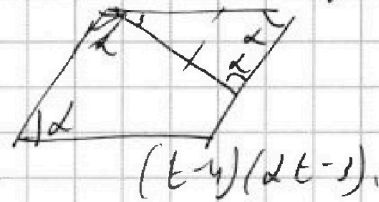
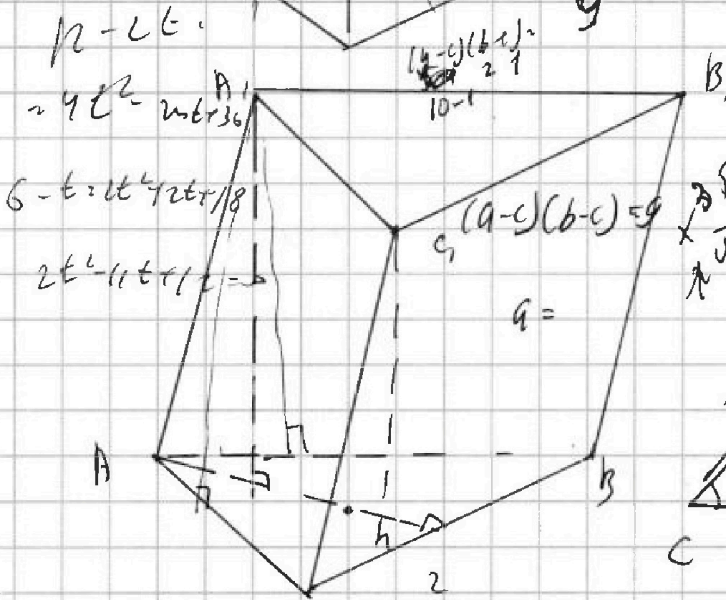
$$(a-b) \cdot 3$$

$$(a-c)(b-c) = p$$

$$ab - ac - cb + c^2 = p$$

$$ab - c(a+b) = p - c^2$$

$$ab - c(a+b) = (a-c)(b-c) - c^2$$



1) $a-b = 3k+1$

2) $a-b = 3k+2$

$a = 3k+1+b$

$(a-c)(b-c) = p$

$3k+1+b + b^2 = 820$

$ab - c(a+b) + c^2 = p$

$(3k+1+b)b - c(3k+1+b) + c^2 = p$

$(820 - b^2 - c)(b-c) = p$

$820b - 820c - b^3 + b^2c - bc + c^2 = p$

$\sin \alpha = \frac{h}{x}$

$\sin \alpha \cdot x - 2 = 5$

$x^2 + 2x - 19 = 0$

$12 - 2 \cdot 15 - 3(15+1) = 9$

$3 = \sqrt{15} \cdot \sqrt{15}$

$\frac{3}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$225 - t^2 \geq 0$$

$$t \in [-15, 15]$$

$$x \geq -7$$

$$y - 2x + z \geq 0$$

$$y - 2x - x^2 + z \geq 0$$

$$y + z \geq x^2 + 2x$$

$$5 - x - 3z \geq 0$$

$$5 \geq x + 3z$$

$$t \in [-15, 15]$$

$$y + z \geq (x+1)^2$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$f(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t-1)^2 \geq 0$$

$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$-y + 2x - 2x^2 + z = \sqrt{225 - t^2}$$

$$-3y + 6x = \sqrt{225 - t^2} \quad 4t^3 - 3t + 6t = 6t^2 - 3t + p$$

$$\sqrt{225 - t^2} = 90 - 3y$$

$$-4 - 6 - 3 + 3 = -10$$

$$4 - 6 + 3 + 3 = 4$$

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos x \cos^2 x$$

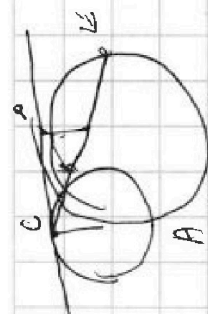
$$3(\cos^2 x - 1) = 3(2t^2 - 1)$$

$$f(x) = (\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos x)$$

$$f(x) = -\sin 3x - 6 \sin x + 3 \cdot 2 \sin x$$

$$= 6 \sin x - 6 \sin x - 3 \sin 3x$$

$$= -3(2 \sin^2 x - 2 \sin x - \sin 3x)$$



$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$= \cos x (\cos^2 x - \sin^2 x) - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$= \cos^3 x - \cos x \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x$$

$$= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3(1 - \cos^2 x) \cos x$$

$$= \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \\ a-b = p^2 - 1 \end{cases}$$

$p \neq 1$

$$a-b = (p-1)(p+1) \Rightarrow p:3$$

$$a-b:3$$

$$(a:3) (c:5)$$

$$c:3$$

$$\begin{array}{r} y - 50 \\ - 30 \\ \hline y - 80 \\ - 10 \\ \hline y - 90 \\ \times 274 \\ \hline 1096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y - 50 \\ - 20 \\ \hline y - 70 \\ - 10 \\ \hline y - 80 \\ - 10 \\ \hline y - 90 \end{array}$$

$$a = 3k; b = 8k-1; p = 3t$$

$$30$$

$$\begin{array}{r} \times 57 \\ 30 \\ \hline 150 \\ + 210 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$3k + 9k^2 - 5k + 1 = 820$$

$$\begin{array}{r} \times 273 \\ 3 \\ \hline 819 \\ + 273 \\ \hline 1092 \end{array}$$

$$9k^2 - 3k + 1 = 820$$

$$9k^2 - 3k - 819 = 0$$

$$3k^2 - k - 273 = 0$$

$$D = 1 + 273 \cdot 3 \cdot 4 = 3772$$

$$a = 3k-1; b = 3k-2$$

$$t:3 = 182$$

$$y:30$$

$$y:15$$

$$y:10$$

$$3k-1 + 9k^2 - 12k + 4 = 820$$

$$9k^2 - 9k - 817 = 0$$

$$D = 9^2 + 4 \cdot 9 \cdot 817 = 5 \cdot 6 \cdot 18 \cdot 9 \cdot 5(9 + 4 \cdot 817)$$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = -p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b = p^2 - 1 \\ a+b = 820 \end{cases}$$

$$a:3, c:3$$

$$b-1=1$$

$$b:2$$

$$\begin{array}{r} 822/3 \\ 3k \\ \hline 274 \\ - 273 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$3k-2 + 9k^2 = 820$$

$$9k^2 + 3k - 822 = 0$$

$$3k^2 + k - 274 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 274 = 1285$$

$$2 \sqrt{y - (x+1)^2 + 271}$$

$$y - 20 + 4y - 20 = 1025$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(a-c)(b-c) = p^2$
 $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$

$a - b = p^2$
 $a - b = (p-1)(p+1)$
 $a - b = 8$

$8 + b + b = 8200$
 $b^2 + b - 8120 = 0$
 $D = 1 + 8120 \cdot 4 = 3249 = 57^2$
 $a_{1,2} = \frac{-1 \pm 57}{2} = (-28 / -25)$
 $b = p^2 - 1 = 0$
 $a = 30$

$x^2 + 5x - 3z = 2x^2 - 2x + 7$
 $12 - 3z = 2x^2 - 2x + 7$
 $5 - x - 3z = 2x^2 - 2x + 7$
 $12 - 3z = 2x^2 - 2x + 7$
 $5 - x - 3z = 2x^2 - 2x + 7$

$2\sqrt{y - 2x - x^2 + z} = (1 + \sqrt{y - 2x - x^2 + z})^2 - 1 - y + 2x + x^2 + z$
 $2\sqrt{t} = (t+1)^2 - t - 1 = y - 2x - x^2 + z + 1$
 $t = 2\sqrt{t+1}$
 $t = t+1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+2} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

$b_1 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$ $90 - 3y \in 15$
 $b_1 \cdot q^3 = x+y$ $y+1$ $\frac{90}{75}$
 $y-20 - 2y + 20 =$
 $-20 - y.$

$b_1 \cdot q^4 = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$
 $q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+y} = \frac{x^2}{96} - \frac{12}{25} = \frac{25}{121}$ $\frac{81}{23}$

$\frac{15x+6}{(x+y)^2} = q^4$ $\frac{(15x+6)(x-3)^2}{(x+y)^4} =$ $\frac{15 \cdot 5}{81}$
 $\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+y)^2} = \frac{15}{9}$ $\frac{(15x+6)(x-3)^2}{(x+y)^4} =$ $\frac{15 \cdot 5}{81}$
 $\frac{(15x+6)(x-3)}{(x+y)^2} = \frac{15}{9}$ $\frac{(15x+6)(x-3)^2}{(x+y)^4} =$ $\frac{15 \cdot 5}{81}$

$(x-3) \left(\frac{15x+6}{(x+y)^2} - 1 \right) = 0$ $(x+y)^2 = x^2 + 8x + 16$
 $15x+6 = x^2 + 8x + 16$ $q^4 = -15x + 6$
 $x^2 - 7x + 10 = 0$ $q^3 = 4$
 $(x-5)(x-2) = 0$ $q^2 = 2$ $x=5$
 $x^2 - 2x + 5x + 10 = 0$ $x^2 = 9$ $\sqrt{\frac{9}{23}} = \frac{3}{23}$

$t-p+6 = 2tp$ $\frac{35}{19}$ $15 - x + x + 7$
 $x^2 + 2x + 16 - 35 = 0$ $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $x^2 + 2x - 19 = 0$ $x^2 - 2x + 5x + 10 = 0$ $x^2 = 9$
 $\frac{35}{19}$ $12 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 5$ $x - 5 < 0$ $\frac{15}{23}$

$(x-3)$ $15x+6 = -x^2 - 8x - 16$
 $x^2 + 23x + 22 = 0$
 $(x+1)(x+22) = 0$ $x = -22$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3 + 4 + 5 + 5 = 4 + 4 + 5 =$
 $20 + 8 + 3 = 31$

$b_4 = b_1 \cdot q^3$; $b_{10} = b_1 \cdot q^9$
 $b_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)} = b_1 \cdot q^n$

$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x \text{ ep}$
 $\cos 3x = \cos(x+2x) = \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x$
 $= \cos x \cdot (2 \cos^2 x - 1) - \cos x$
 $\cos 3x = 2 \cos^3 x - \cos x - \cos x = 2 \cos^3 x - 2 \cos x$

$3(2 \cos^3 x - 2 \cos x) = 3(2 \cos^3 x - 2 \cos x + 1)$

$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = \sqrt{\frac{a}{b^3}} = b_1 \cdot q^3$

$\begin{cases} 15x+6 = a & x+4 \\ x-3 = b \end{cases}$
 $15x - x + 6 + 3 = 14x + 9$
 $15x + 6 - 14x + 3/4 =$
 $= x$

$b_1 \cdot q^3 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$
 $b_1 \cdot q^5 = x+4$
 $b_1 \cdot q^{11} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$
 $-15x + 45 = 15(x-3)$
 $15x - 45 = 15(x-3)$
 $15x - 45 + 45 + 6 = 51 + 15x - 45$
 $\frac{15x+6}{(x-3)^3} \geq 0$
 $x = \frac{6}{11} - \frac{1 \pm 2}{5}$

$\sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$
 $x \in [-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}] \cup (3, \infty)$
 $g^8 = \sqrt[8]{(15x+6)(x-3)} \cdot \sqrt{(x-3)^3}$
 $g^1 = (x-3)^2$
 $g = (x-3)^{\frac{2}{5}} \cdot (x-3)^{\frac{1}{5}}$