



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(b_n) - геометрическая прогрессия $\sim 1.$

$$\begin{cases} b_9^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} b_9^{12} = 5-x \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} b_9^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{cases} \quad (3)$$

$$1) \frac{(3)}{(1)} \quad 9^8 = (x+1)^2$$

$$9^4 = 1x+1$$

$$9^{12} = 1x+1^3$$

$$b_9^{12} = 5-x \quad (2)$$

$$b = \frac{5-x}{1x+1^3}$$

$$2) (3) \cdot (1) \quad b^2 9^{20} = \frac{13x-35}{1x+1}$$

$$\text{из 1n. } 9^{20} = 1x+1^5$$

$$b^2 = \frac{13x-35}{(x+1)^6}$$

$$b = \frac{\sqrt{13x-35}}{1x+1^3}$$

$$3) \frac{5-x}{1x+1^3} = \frac{\sqrt{13x-35}}{1x+1^3}$$

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5-x = \sqrt{13x-35}$$

$$x \leq 5$$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35$$

1) $13x - 35 \geq 0$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x=20 \quad x=3$$

не подходит
 $x \leq 5$

2) $13x - 35 \leq 0$

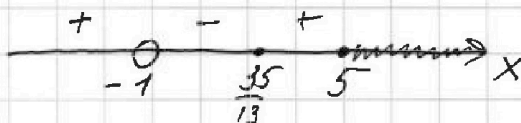
$$25 - 10x + x^2 = 35 - 13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x-2)(x+5) = 0$$

$$x=2 \quad x=-5$$

$$\begin{cases} \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; -1) \cup \left[\frac{35}{13}; 5\right]$$

$x=2$ не подходит

Ответ: $x = -5$
" $x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

Положим $t = \cos x$, $f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$
 $t \in [-1, 1]$

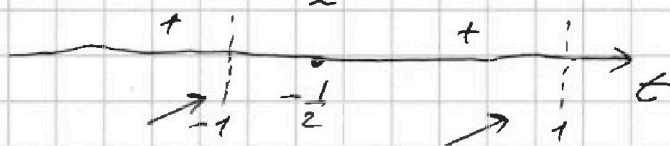
$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3$$

$$f'(t) = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t + 1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$



$$f(-1) = -4$$

$$f(1) = 10$$

$$f(t) \in [-4; 10]$$

$\Downarrow$

$$p \in [-4; 10]$$

$$8\cos^3 x + 12\cos^2 x + 6\cos x - 6 = 2p$$

$$(2\cos x + 1)^3 - 7 = 2p$$

$$2\cos x + 1 = \sqrt[3]{2p + 7}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p + 7} - 1}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7}-1}{2}$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7}-1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } p \in [-4; 10]$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7}-1}{2}\right) + \pi n, \\ n \in \mathbb{Z}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

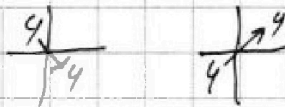
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5.

200x250

1) центр силы

1)



$$\frac{2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{4!}$$

2) $\frac{2!}{2!} \frac{3!}{3!} \frac{1!}{1!}$

$$\frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} + \frac{2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!}$$

2) ~~центр~~ силы по ср. сил

$\frac{4!}{4!} \frac{1!}{1!} \frac{2!}{2!} \frac{3!}{3!} \frac{1!}{1!} \times 2$

$$2 \left(\frac{2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{4!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} - \frac{12500 \cdot 12499}{2} + 2 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} \right)$$

$$(1) + (2) : \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{4!} + 3 \cdot \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} +$$

$$+ 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498 - 12500 \cdot 12499 =$$

$$= 12500 \cdot 12499 \left(\frac{12498 \cdot 12497}{4} + \frac{3 \cdot 12500 \cdot 12499}{4} + \right.$$

$$+ 12500 \cdot 12498 - 1) = 3125 \cdot 12499 (12498 (12497 + 4 \cdot 12500) + 3 \cdot 12500 \cdot 12499 - 4) = 12500 \cdot 12498 \cdot 124980002$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: 3125-12499-1249800002



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☒☐

СТРАНИЦА

1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$a, b, c \in \mathbb{Z}$ p - простое число

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 1 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

Рассмотрим $(a - c)(b - c) = p^2$

Поймём, что т.к. p - простое число
есть всего несколько вариантов
расположения множителей по
скобкам:

$$\begin{aligned} 1) \quad a - c &= p & b - c &= p \\ a &= b & - \text{противоречие} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad a - c &= -p & b - c &= -p \\ a &= b & - \text{противоречие} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad a - c &= 1 & b - c &= p^2 \\ a &= c + 1 & b &= c + p^2 \\ a &> b \\ c + 1 &> c + p^2 \\ 1 &> p^2 & - \text{ниверно} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4) \quad a - c = -p^2 \quad b - c = -1$$

$$a = c - p^2 \quad b = c - 1$$

$$a > b$$

$$c - p^2 > c - 1$$

$$p^2 < 1 - \text{неверно}$$

$$5) \quad a - c = -1 \quad b - c = -p^2$$

$$c = a + 1$$

$$p^2 = c - b = a - b + 1$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \equiv 1 \text{ или } 2 \\ a - b + 1 = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$x \equiv 0; 1; 2$$

$$x^2 \equiv 0; 1; 1$$

$$a - b + 1 \equiv p^2 \equiv 0$$

$$a - b + 1 \equiv \begin{matrix} 1+1 \\ 2+1 \end{matrix} \equiv \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \Rightarrow p^2 \equiv 0$$

$$p = 3$$

$$\begin{cases} a - b + 1 = 9 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23 \quad b = -24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b=23$$

$$a-23+1=9$$

$$a=31$$

$$c=32$$

$$\cancel{p=2} \quad p=3$$

$$b=-24$$

$$a+24+1=9$$

$$a=-16$$

$$c=-15$$

$$p=3$$

$$(31; 23; 32) \text{ и } (-16; -24; -15)$$

$$6) \quad a-c=p^2 \quad b-c=1 \\ c=b-1$$

$$p^2=a-c=a-b+1$$

$$p^2 \equiv_3 0$$

$$a-b+1 \equiv_3 0$$

$$\Rightarrow p^2 \equiv_3 0$$

$$p=3$$

$$\begin{cases} a-b+1=9 & (31; 23) \\ a+b^2=560 & (-16; -24) \end{cases}$$

$$(31; 23; 22) \text{ и } (-16; -24; -25)$$

Ответ: $(31; 23; 32),$
 $(-16; -24; -15),$
 $(31; 23; 22),$
 $(-16; -24; -25).$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

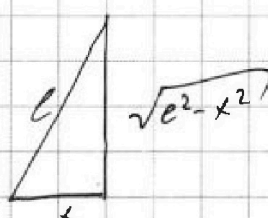
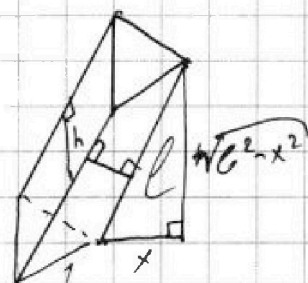
5
☐

6
☐

7
☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

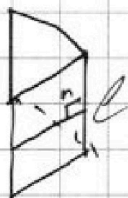
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_a = h \cdot l$$

$$S_k =$$

$$e \cdot h = 3$$



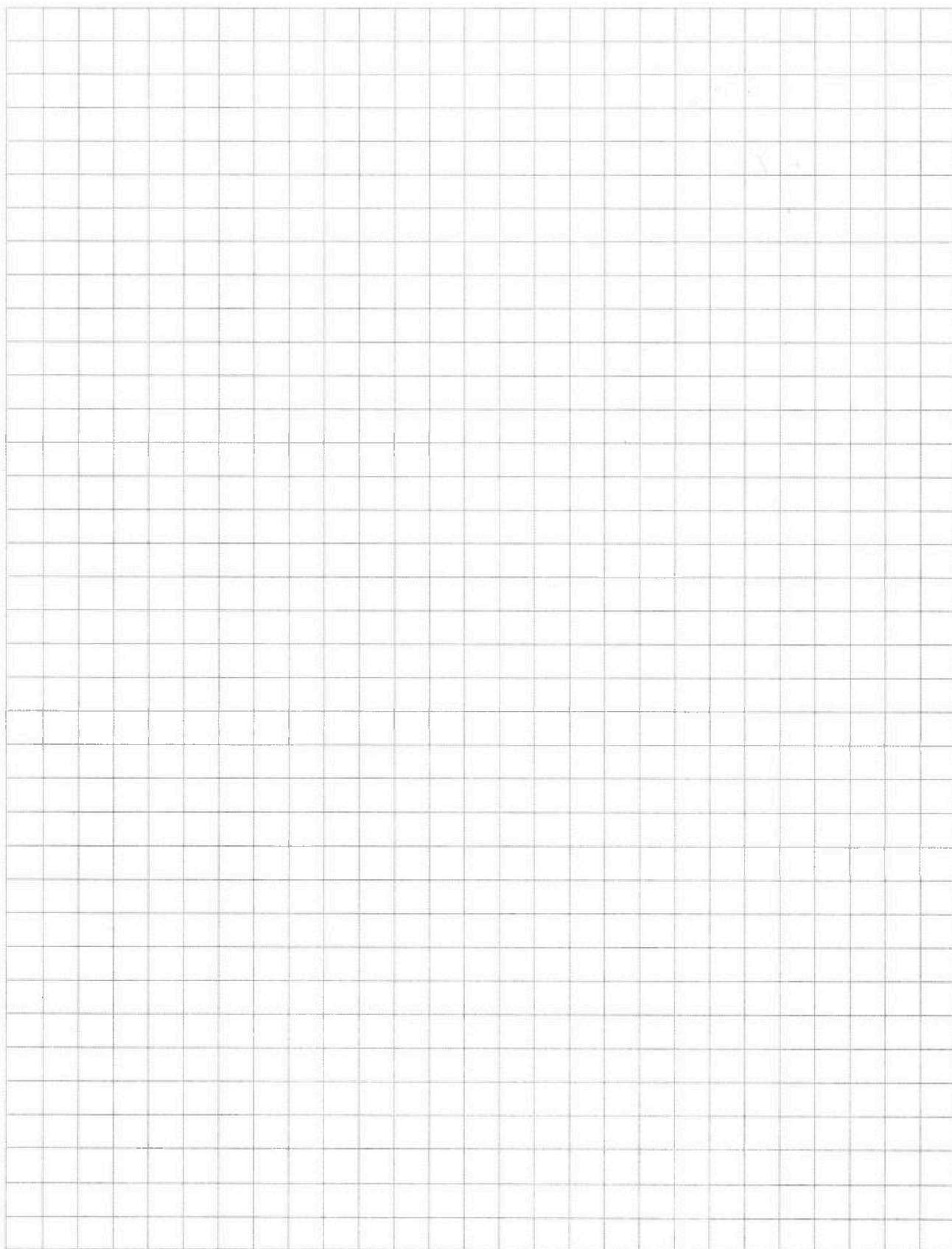


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

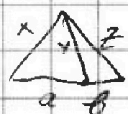
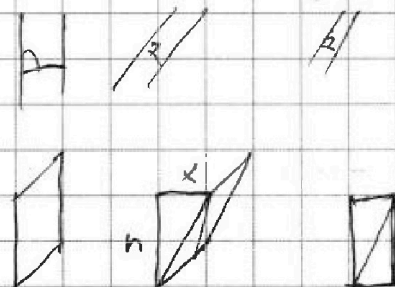
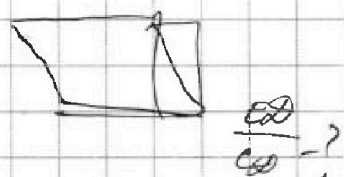
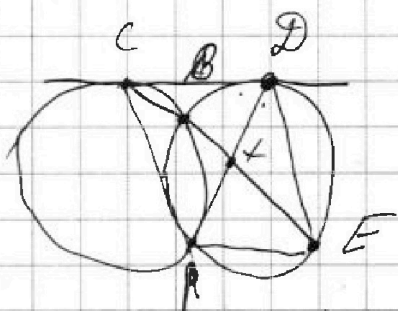
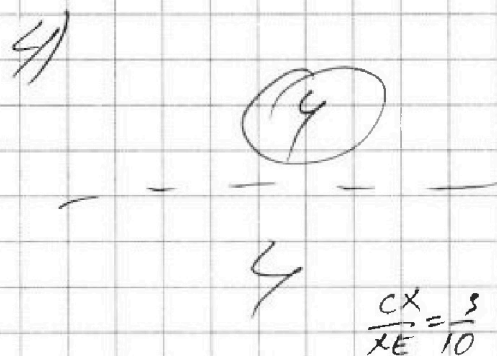
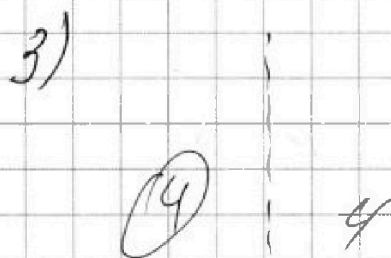
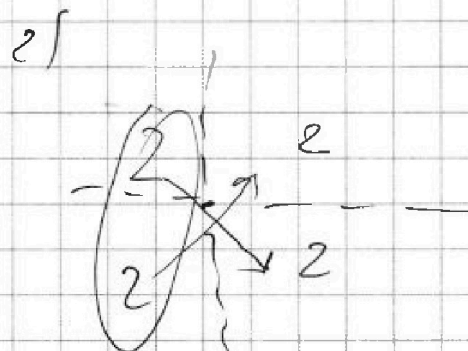
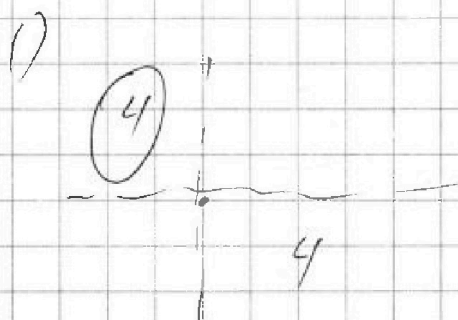
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① 2 ③ 4 5 ⑥ 7
3 5 4

$\angle = 12$
N7.



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b} = \frac{xy \sin \alpha}{yz \sin \beta} = \frac{x \sin \alpha}{y \sin \beta}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нб.

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \not\equiv 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad (a, b, c) \in \mathbb{Z}$$

p - простое

$$\begin{aligned} (a - c)(b - c) &= p^2 \\ a + b^2 &= 560 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} a - c &= b - c = p \\ a &= b - \text{неверно} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} a - c &= 1 & b - c &= p^2 \\ a &= c + 1 & b &= c + p^2 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} a - b &\not\equiv 3 \\ 1 + p^2 &\not\equiv 3 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} c + 1 &> c + p^2 \\ 1 &> p^2 \\ \emptyset \end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned} a - c &= -1 & b - c &= p^2 \\ a &\neq b - 1 & b &\neq c + p^2 \\ c + 1 &> c + p^2 \\ p^2 &< 1 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} a &= c - 1 & b &= c - p^2 \end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned} a - c &= p^2 & b - c &= 1 \\ a &= c + p^2 & b &= c + 1 \\ p^2 &> 1 & \text{верно} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} 5) \quad a - c &= -p^2 & b - c &= -1 \\ a &= c - p^2 & b &= c - 1 \\ -p^2 &> -1 \\ p^2 &< 1 \\ \emptyset \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ (a - c)(b - c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{r} x^2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$1) a - c = -1 \quad b - c = -p^2$$

$$c = a + 1 \quad p^2 = c - b = a - b + 1$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ -1 - (b - a - 1) = a - b + 1 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \equiv 0 \\ 3 \\ x^2 \equiv 1 \\ 3 \end{array} \quad p = 3$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \div 3 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \quad a - b + 1 = 9$$

$$x_1) b^2 = 0 \quad a = 560 \quad a - b \div 3 \quad a = 560 \quad b = 0 \quad \times$$

$$\begin{array}{r} x 24 \\ 23 \\ \hline 72 \\ 48 \\ \hline 552 \end{array}$$

$$2) b^2 = 1$$

$$a = 559$$

$$a - b = 558 \quad \times \quad a = 559 \quad \times$$

$$560 \quad \checkmark$$

$$b = -1$$

$$3) b^2 = 4$$

$$a = 556$$

$$a - b = 554 \quad \checkmark \quad a = 556 \quad \times$$

$$558 \quad \times$$

$$b = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 2) \quad a - c &= p^2 \\ a &= p^2 + c \\ a > b \end{aligned}$$

$$a - b \neq 3$$

$$\cancel{a - b} \quad p^2 \cdot 1 = p^2$$

$$\begin{aligned} b - c &= 1 & -c &= 1 - b \\ b &= c + 1 \\ p^2 &= a - c = a - b + 1 \end{aligned}$$

$$p^2 = a - c = a - b + 1$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ a - b + 1 = p^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \underline{a - b + 1} \\ \underline{3} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \underline{p^2} \\ \underline{3} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} a + b^2 &= 560 \\ p^2 &= 0 \\ p &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a - b + 1 = 9 \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$b = 23 \quad b = -24$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - 23 + 1 = 9$$

$$a - 24 + 1 = 9$$

$$a = 31$$

$$a = -16$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐
☐
☐
☐
☐
☐
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 29 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$4) b^2 = 9$$

$$a = 551$$

$$a - b = \begin{array}{r} 548 \\ 554 \end{array}$$

$$a = 551$$

$$b = 3$$

$$\times$$

$$a = 551$$

$$b = -3$$

$$\times$$

$$a = 551 \quad a = 551$$

$$5) b^2 = 16$$

$$a =$$

$$\begin{array}{r} 576 \\ -16 \\ \hline 560 \end{array}$$

$$b^2 + b - 1 = 551$$

$$b^2 + b - 552 = 0$$

$$D = 1 + 2208 = 2209$$

$$\begin{array}{r} 552 \\ \times 4 \\ \hline 2208 \end{array}$$

$$b^2 + b - 23 \cdot 24 = 0$$

$$(b - 23)(b + 24) = 0$$

$$\begin{array}{l} b = 23 \\ b = -24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 552 & 2 \\ 276 & 2 \\ 138 & 2 \\ 69 & 3 \\ 23 & \\ \hline 23 \cdot 24 \end{array}$$

$$1) a - b + 1 = p^2$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - 23 + 1 = 9$$

$$a = 31$$

$$31 > 23$$

$$31 - c = -1 \quad c = 32$$

$$23 - c = -9 \quad c = 32$$

$$(31 - 32)(23 - 32) = 9$$

$$31 + 23^2 = 529 + 31 = 560$$

$$2) a - b + 1 = p^2$$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a + 24 + 1 = 9$$

$$a = -16$$

$$-16 > -24$$

$$-16 - c = -1 \quad c = -15$$

$$-24 - c = -9 \quad c = -15$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

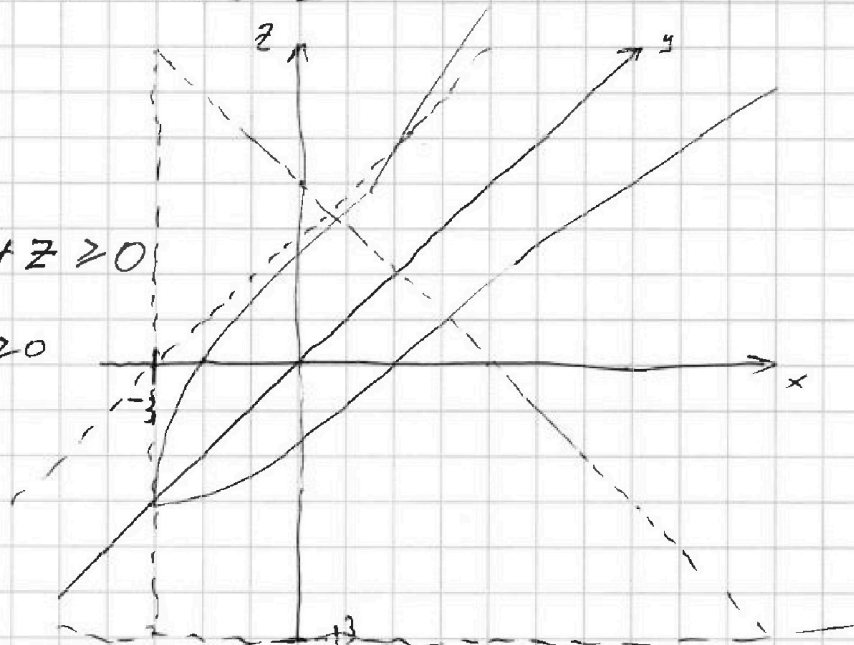
СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~2.

$$\begin{cases} -\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{4+x-x^2+z} \\ 14+11+3(9-12) = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ x+z \leq 4 \\ y+x-x^2+z \geq 0 \\ 169-z^2 \geq 0 \end{cases}$$



$$y-x^2+4 \geq 0$$

$$y \geq x^2-4$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} - 3$$

~3.

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\cos(2x+x) = 2\cos^3 x - \cos x + 2\sin^2 x \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2(1-\cos^2 x)\cos x =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(6n) - geom. прр.

$$\begin{cases} b_9^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} & (1) \\ b_9^{12} = 5-x & (2) \\ b_9^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} & (3) \end{cases}$$

(3) : (1)

$$9^8 = (x+1)^2$$

$$9^4 = 1x+11$$

$$9^{12} = 1x+11^3$$

$$b = \frac{5-x}{1x+11^3}$$

$$\begin{aligned} b &= 0 \\ 5-x &= 0 \\ 1x+11^3 &= 0 \end{aligned}$$

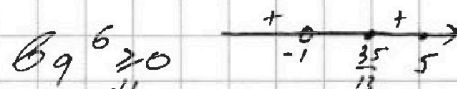
~1.

$$(13x-35)(x+1) \geq 0$$



$$5-x \geq 0$$

$$x \leq 5$$



$$b_9^6 \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$b_9^{12} = 5-x$$

$$20 \geq 0$$

$$5-x \geq 0$$

(1) · (3)

$$b_9^{20} = \frac{113x-351}{1x+11}$$

$$9^{20} = 1x+11^6$$

$$b^2 = \frac{113x-351}{(x+1)^6}$$

$$b = \frac{\sqrt{113x-351}}{1(x+1)^3}$$

$$5-x = \sqrt{113x-351}$$

$$25-10x+x^2 = 113x-351$$

$$1) 113x-35 \geq 0$$

$$25-10x+x^2 = 113x-35$$

$$x^2 - 123x + 60 = 0$$

$$(x-20)(x-3) = 0$$

$$x=20 \quad x=3$$

$$2) 13x-35 \leq 0$$

$$25-10x+x^2 = 35-13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$D = 9 + 40 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 7}{2} = -5; 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos x = t, \quad t \in [-1; 1]$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$2t^2 + t - 1 = 0$$

$$4t^2 + 2t - 2 = 0$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 4p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3$$

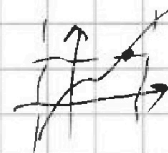
$$f'(t) = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$(2t+1)^2 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$t = -\frac{1}{2}$$



$$f(0) = -3$$

$$f(1) = 10$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 3 =$$

$$= \frac{1}{2} - 3 =$$

$$= \frac{1}{2} - 3 =$$

$$= \frac{1}{16} + \frac{3}{8} + \frac{3}{4} - 3 =$$

$$= -4 - 3,5 = 10$$

$$= \frac{1+6+12}{16} - 3 =$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

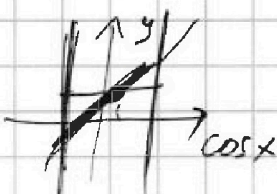
$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

$$= -3,5$$

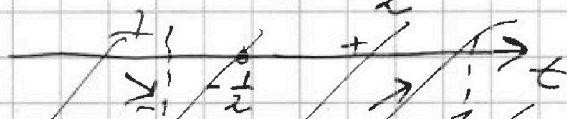
$$= -3,5$$

$$= -3,5$$



$$p = a$$

$$\cos x = b$$

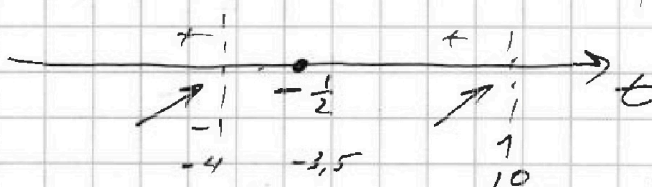


$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 3 = -3,5$$

$$f(1) = 4 + 6 + 3 - 3 = 10$$

$$f(t) \in [-3,5; 10]$$

$$f(-1) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4$$



$$f(t) \in [-4; 10]$$

$$p \in [-4; 10]$$

$$\begin{array}{r} \times 12499 \\ 37500 \\ \hline 00000 \\ 00000 \\ 00000 \\ 62495 \\ 87493 \\ 37497 \\ \hline 46871 \\ + 38108 \\ \hline 1249800002 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 62997 \\ 12498 \\ \hline 499976 \\ 562473 \\ 299988 \\ 124994 \\ 62997 \\ \hline 781087506 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12500 \\ 3 \\ \hline \times 12500 \\ 12499 \\ \hline \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

☐☐☐☐☐☐☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos^3 x + 3\cos^2 x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

$$3\cos x = t$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$t^3 + \frac{3}{2}t^2 + \frac{3}{4}t - \frac{1}{4} = \frac{p}{4}$$

$$(t+a)^3 = t^3 + 3at + 3a^2t + a^3$$

$$\cancel{2t^2 + 6at^2 + 6a^2t + 3a^3t}$$

$$\cancel{8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 2p}$$

$$8t^3 + 12t^2 + 6t - 6 = 2p$$

$$-7 + (2t+1)^3 = 8t^3 + 12t^2 + 6t + 1 - 7$$

$$(2t+1)^3 - 7 = 2p$$

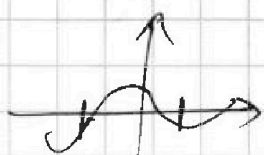
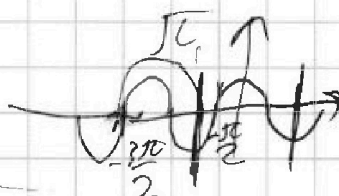
$$(2t+1)^3 = 2p + 7$$

$$2t+1 = \sqrt[3]{2p+7}$$

$$t = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}$$

$$x = \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p+7} - 1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



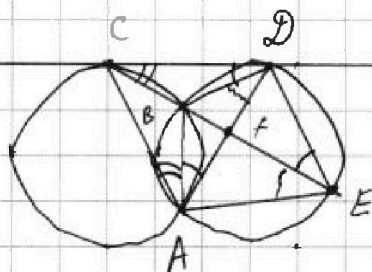


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

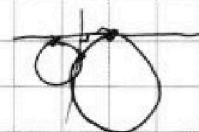


$$\begin{array}{r} 50000 \\ 12997 \\ \hline 62997 \end{array}$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{DE}{DC} = ?$$

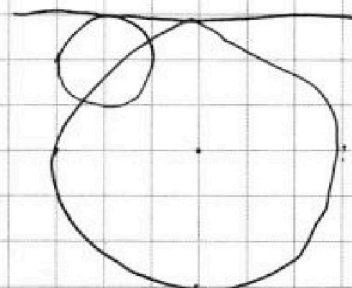
$\sqrt{5}$



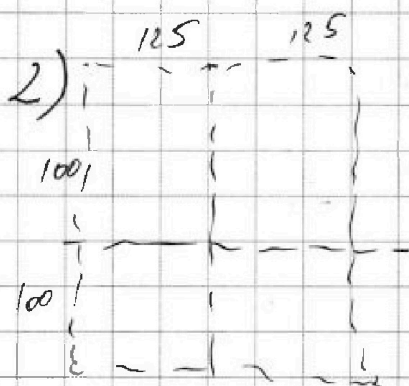
$$200 \times 250$$



$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 4 \\ \hline 16 \end{array}$$



$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497 / 4!$$



$$12500^2 \cdot 12499^2 / 4$$

$$2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$3)$$

$$\begin{array}{r} 12498 \\ \times 4 \\ \hline 50000 \\ 12 \\ \hline 50012 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12498 \\ \times 4 \\ \hline 50000 \\ 12 \\ \hline 50012 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12500 \\ \times 12 \\ \hline 150000 \\ 250000 \\ \hline 1500000 \end{array}$$

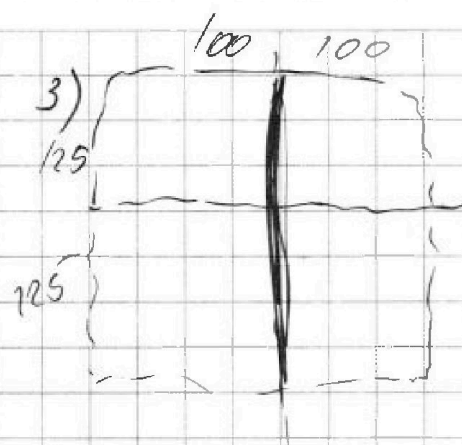


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} & (2 \times) \\ & D \quad 4 \div 4 \\ & \quad 4 \div 4 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497$$

$$\begin{array}{r} 12498 \overline{) 3} \\ 12 \\ \hline 04 \\ 2 \\ \hline 18 \\ 18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 62497 \\ 4166 \\ \hline 374982 \\ 374982 \\ \hline 62497 \\ 249988 \\ \hline 260362502 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & 2 \rightarrow 2 \\ & 2 \rightarrow 2 \end{aligned}$$

$$12500^2 \cdot 12499^2$$

$$- 12500 \cdot 12499$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & 1 \rightarrow 1 \\ & 3 \rightarrow 3 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498$$

$$\frac{2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{4!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} + \frac{2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!}$$

$$+ \frac{2 \cdot 12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{4!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{4} - \frac{12500 \cdot 12499}{2}$$

$$+ \frac{2 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} =$$

$$= \frac{12500 \cdot 12499 \cdot 12498 \cdot 12497}{3!} + \frac{12500^2 \cdot 12499^2}{2} + \frac{4 \cdot 12500^2 \cdot 12499 \cdot 12498}{3!} - \frac{12500 \cdot 12499}{2}$$

$$= \frac{12500 \cdot 12499}{2} \left(\frac{12498 \cdot 12497}{3} + \frac{4 \cdot 12500 \cdot 12498}{3} - 1 \right) =$$

$$\begin{aligned} & 4166(12497 + 4 \cdot 12500) = 6250 \cdot 12499 \cdot 260362502 \\ & \quad \begin{array}{r} 50000 \\ + 124997 \\ \hline 62497 \end{array} \end{aligned}$$