



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = q^9 \cdot b_1 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = b_1 q^{11} = 2-x$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$1) \frac{b_{12}}{b_{10}} = q^2 = \frac{(2-x)}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Rightarrow q^2 = \frac{(2-x)^4}{(3x+2)^2(25x+34)^2}$$

$$\frac{b_{13}}{b_{10}} = q^3 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2} = 1 \Rightarrow (2-x)^4 = (25x+34)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (4-4x+x^2-25x-34)(4-4x+x^2+25x+34) = 0$$

$$(x^2-29x-30)(x^2+21x+38) = 0$$

$$(x-30)(x+1)(x+2)(x+19) = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow x = \{-1; 30; -2; -19\}$. Проверим, могут ли такие x существовать, подставляя x в b_{10}, b_{12}, b_{13} .

$x = 30$ - не существует.

$x = -1$ - не существует b_{10} .

$x = -2$ - не существует.

$x = -19$ - существует.

Ответ: $x = \{-19; -2; 30\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + z = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

(2):

1. $y \geq 18$: $3y - 34 = \sqrt{400 - z^2}$

Заметим, что $\sqrt{400 - z^2} \leq 20$,

а $3y - 34 \geq 20 \Rightarrow y = 18; z = 0$.

2. $-2 < y < 18$:

$$y + 2 - 2y + 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

$$38 - y = \sqrt{400 - z^2}$$

Заметим, что $\sqrt{400 - z^2} \leq 20$,

а $38 - y > 20 \Rightarrow$ решений нет.

3. $y \leq -2$:

$$-2 - y - 2y + 36 = \sqrt{400 - z^2}$$

$$-3y + 34 = \sqrt{400 - z^2}$$

Заметим, что $-3y + 34 \geq 40$,

а $\sqrt{400 - z^2} \leq 20 \Rightarrow$ решений нет

(1): $y = 18; z = 0$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + z = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-(x+6)(x-3)}$$

~~Выясним -х+6~~

Возьмем ограничения:

$$\begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} + 2 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} + \sqrt{3-x}$$

$$(x+6) + 4 + 2\sqrt{x+6} \cdot 2 = 4(x+6)(3-x) + (3-x) + 2(3-x)\sqrt{x+6}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

Рассмотрим $f(x) = \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2$. Заметим, что $f(x)$ возрастает на $ODB \Rightarrow$

$$\Rightarrow \min(f(x)) = f(-6) = 4; \max(f(x)) = 10$$

~~Следовательно~~ из неравенства о средних

$$\frac{x+6 + 3-x}{2} \geq \sqrt{(x+6)(3-x)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 \geq 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 9 \text{ при } x = -\frac{3}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y(1 + \sqrt[3]{p-1}) = -1$$

Если $p = 1$: $y = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

~~Если $p \neq 1$~~

$$y = -\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}; \quad -1 \leq \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$

$$1 \geq \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \geq -1 \quad | \cdot (\sqrt[3]{p-1} + 1)$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq 1 \\ -\sqrt[3]{p-1} + 1 \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \leq -1 \\ \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \\ p \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

Если $p = -7$: $y = 1 \Rightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Если $p \neq 1$ и $p \neq -7$:

$$y = -\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \in (-1; 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$.

Если $p = 1$: $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Если $p = -7$: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Если остальные p : $x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

Сделаем $\cos x = y, y \in [-1; 1]$.

$$p(4y^3 - 3y) + 6(2y^2 - 1) + 3(p+4)y + 10 = 0$$

$$4y^3 \cdot p - 3yp + 12y^2 - 6 + 3py + 12y + 10 = 0$$

$$4y^3 \cdot p + 12y^2 + 12y + 4 = 0 \quad | :4$$

$$y^3 \cdot p + 3y^2 + 3y + 1 = 0$$

1) $p = 0$: $3y^2 + 3y + 1 = 0$ - решимый вет.

2) $p \neq 0$: $(p-1)y^3 + y^3 + 3y^2 + 3y + 1 = 0$

$$(p-1)y^3 + (y+1)(y^2 - y + 1) = 0$$

при $p=1$ есть единственное решение $y=1$

$$(p-1)y^3 + (y+1)(y^2 - y + 1) + 3y(y+1) = 0$$

$$(p-1)y^3 + (y+1)^3 = 0 \quad | :y^3, y \neq 0$$

$$p-1 + \left(1 + \frac{1}{y}\right)^3 = 0$$

$$p = 1 - \left(1 + \frac{1}{y}\right)^3$$

$$(p-1)y^3 = -(y+1)^3$$

$$\sqrt[3]{p-1} y = -(y+1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

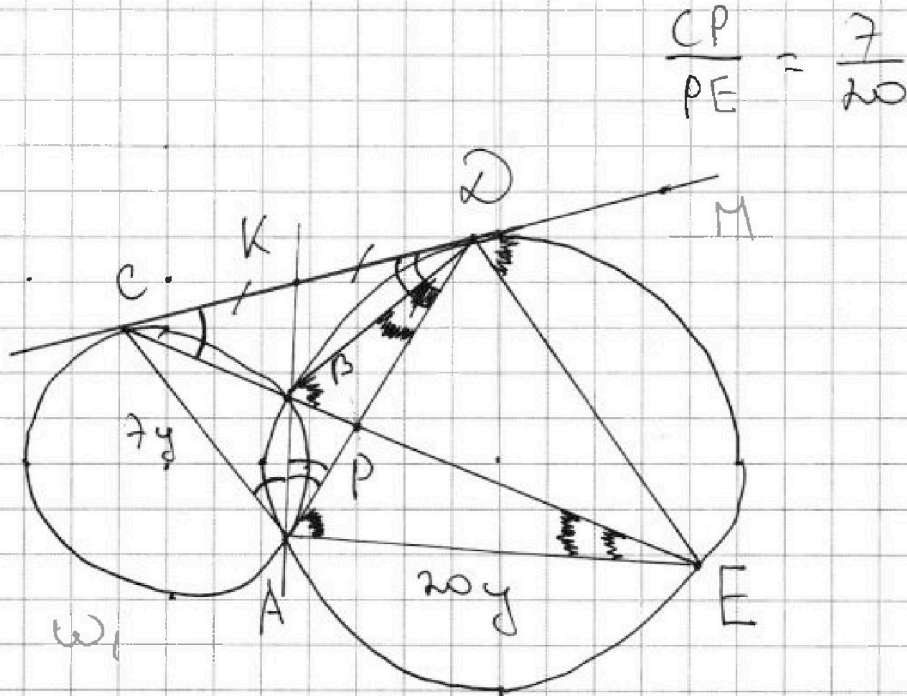
5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Пусть $CP = 7x$, $PE = 20x$,

Пусть $\angle DCE = \alpha$, $\angle CDB = \beta$,

тогда $\angle DBE = \alpha + \beta = \angle DAE$ (центр. углы и хорды);

$\angle DBE$ - внеш. $\angle \triangle CBD$.

($\angle CAB = \alpha$, $\angle CDB = \beta$ (свойство касат. и хорды).

Заметим, что $\angle CAD = \angle DAE = \alpha + \beta \Rightarrow$

$\Rightarrow AP$ - биссектриса $\angle CAE \Rightarrow$ по св-ву биссектрис.

$\frac{AC}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{7}{20}$; Пусть $AC = 7y$; $AE = 20y$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) AB - радиальная OB ω_1 и $\omega_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow K$ - середина CD

3) $\angle KDE = \angle DAE = \alpha + \beta$ (ев-во кас-
и хорды)

4) $BDAE$ - впис. $\Rightarrow \angle BDE = 180^\circ - \alpha - \beta$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

кол-во способов сделать (с) без (B):

$$2 \cdot \frac{60 \cdot 500 \cdot (60 \cdot 500 - 2) \cdot (60 \cdot 500 - 4) \cdot (60 \cdot 500 + 6)}{4!}$$

Чтобы сделать (B) без (с) нужно, чтобы на столе расположились по одну сторону от меньшей группы элементов. Таким образом есть случаи (с) без (B).

$$\text{Итого: } \frac{500 \cdot 120}{4!} ((500 \cdot 120 - 2) \dots (500 \cdot 120 - 6) +$$

$$+ (250 \cdot 120 - 2) \dots (250 \cdot 120 - 6) + (60 \cdot 500 - 2) \dots$$

$$\dots (60 \cdot 500 - 6)) = \frac{500 \cdot 120}{4!} (8(250 \cdot 120 - 1) \dots (250 \cdot 120 - 3) +$$

$$+ 2 \cdot ((250 \cdot 120 - 2) \dots (250 \cdot 120 - 6))) =$$

$$= \frac{500 \cdot 120}{4!} (8(250 \cdot 120 - 1) \dots (250 \cdot 120 - 3) +$$

$$+ 16 \cdot (250 \cdot 60 - 1) \dots (250 \cdot 60 - 3)) =$$

$$= 16 \cdot \frac{250 \cdot 120 \cdot \dots \cdot (250 \cdot 120 - 3)}{4!} + 64 \cdot \frac{(250 \cdot 60 - 1) \dots (250 \cdot 60 - 3)}{4!}$$

$$= 16 C_{250 \cdot 120}^4 + 64 C_{250 \cdot 60}^4 = 16 C_{30000}^4 +$$

$$+ 64 C_{15000}^4$$

$$\text{Ответ: } 16 C_{30000}^4 + 64 \cdot C_{15000}^4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Будем симметрично размещать
центры - (A), симметрично
мешком бабочкой средние линии -
(B), симметрично размещать
средние линии - (C)

~~Заметим, что можно свободно
из мешка получить (A). С⁴₅₀₀₀₀
то заметим, что симметрично не спо-
бны из мешка получить (B) и
симметрично симметрично не свободно
(C).~~

~~Симметрично "обнажить", но если
лучше, которые из мешка не
раз.~~

~~Заметим, что мешок симметрично
или один из (A), (B), (C), или
все три симметрично сразу (если
возможны симметрично (A) и
симметрично симметрично (B) и (C))~~

~~Заметим (A): C⁴₅₀₀₀₀~~

Заметим, что: если симметрично
(A), то симметрично (B), (C) 2) если
симметрично (B) и (C), то симметрично (A).

Отсюда мы замечаем, что коли-во
способов разместить мешки как в мешке;
коли-во способов сделать (A) + коли-во
способов сделать (B) без (C) + коли-во
способов сделать (C) без (B).

коли-во способов сделать (A): коли-во
способов выбрать 4 мешка из мешка сим-
метрично центра мешка:

$$\frac{500 \cdot 120 \cdot (500 \cdot 120 - 2) \cdot (500 \cdot 120 - 4) \cdot (500 \cdot 120 - 6)}{4!}$$

коли-во способов сделать (B) без (C):

$$2 \cdot \frac{250 \cdot 120 \cdot (250 \cdot 120 - 2) \cdot (250 \cdot 120 - 4) \cdot (250 \cdot 120 - 6)}{4!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
(из 7)

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) a < b \Rightarrow a - c < b - c$$

$$2) \text{Пусть существует } (a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P},$$

но $(a-c) \neq (b-c) \Rightarrow$ есть 2

случая: 1) $a-c = 1; b-c = p^2$

2) $a-c = -p^2; b-c = -1$

$$3) \text{Пусть } a \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{3},$$

т.к. $a^2 + b \equiv 1000 \pmod{3} \quad (b-a \not\equiv 0)$

Пусть $a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 3 \pmod{3} \quad (b-a \not\equiv 0)$

Пусть $a \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 1 \pmod{3} \quad (b-a \not\equiv 0) \Rightarrow$

\Rightarrow какое-то из чисел a, b кратно

3.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

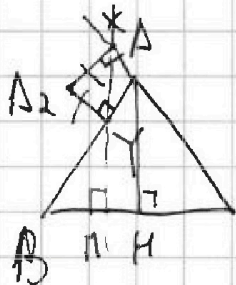
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отметим, что $h_2 = BB_1 = AA_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.

$\sin \angle A_1AC = \frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} > 1$, что невозможно. $\Rightarrow AA_1$ (прямая) не имеет пересечения с ΔABC .

Пусть A_2 — проекция A_1 на (ABC) .
Отметим, что A_2 равноудалена от AB и AC .



$$A_2X = A_2Y \Rightarrow \\ \Rightarrow AX = AY$$

$XY \parallel AH$ \hookrightarrow Отметим, что

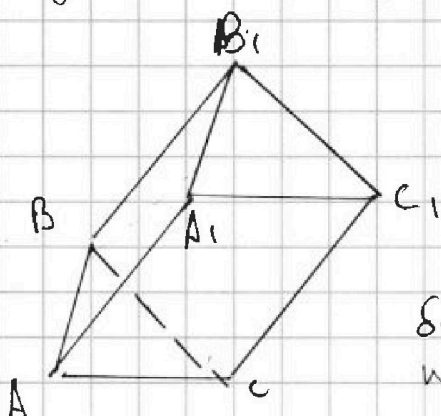


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Изобразим призму



$$\text{Площадь } S_{AA_1C_1C} =$$

$$= S_{AA_1B_1B} = 6,$$

$$S_{BB_1C_1C} = 5.$$

Отметим, что боковые грани - параллелограммы.

П.к.к. $S_{AA_1C_1C} = S_{AA_1B_1B}$, но высоты этих параллелограммов равны. Отметим, что высота призмы равна расстоянию между (ABC) и $(A_1B_1C_1)$. \Rightarrow очевидно, что грани A_1C_1CA и AA_1B_1B наклонены под одинаковым углом к основанию призмы ~~высота призмы равна расстоянию между AA_1B_1B и AA_1C_1C плоскостями. Очевидно, что проекция AA_1 на линию основания $\triangle ABC$, имеет вид AA_1 и перпендикулярна BC и BB_1 и CC_1 и AA_1B_1B и AA_1C_1C равны. В силу того, что углы, содержащие равные катеты наклонены под одинаковым углом к основанию, мы получаем, что AA_1 перпендикулярна BC на основании вышеназванного и высоте $\triangle ABC \Rightarrow$ по т.о Эйлера $AA_1 \perp BC$, $AA_1 \parallel BB_1 \Rightarrow BB_1 \perp BC \Rightarrow BB_1C_1C$ - прямоугольник.~~

$$2) \frac{3AB^2}{4} = 4 \Rightarrow AB = \frac{4}{3}\sqrt{3} \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{Площадь } h_1 - \text{высота} \\ AA_1C_1C, h_2 - \text{высота} \\ BB_1C_1C \end{array} \right) \Rightarrow h_1 = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}\sqrt{3}; h_2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3y^2 + 6y + 3 = 0$
 $y^2 + 2y + 1 = 0$
 $p = 0$
 $Epy + 3 + \frac{3}{y} + \frac{1}{y^2} + \frac{a^2}{4} = 4$
 $x^{500} \cdot 5$
 60000
 $a^2 = \frac{32}{3}$
 $a = 4\sqrt{\frac{2}{3}}$
 $CP = 2x$
 $PE = 2x$
 $CD^2 = CB \cdot CE$
 $CD^2 = \frac{1}{4} CD^2 = BQ \cdot AQ$
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
 $\cos(2x + x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = 3(y+1)y$
 $4 \cos^3 x = 3 \cos x$
 $a < b$
 $b - a = \frac{1}{3}$
 $25 \cdot 6 = 15000$
 $250 \cdot 120 \cdot 500$
 1200
 $D = 9 - (y+1)(y^2 - y + 1)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$13 - 3x - x^2 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 13 = 72 + 52 = 124$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{124}}{-2} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{124}}{2}$$

$$a - b + 7 = 2ab \quad | : b$$

$$\frac{a}{b} - 1 + \frac{7}{b} = 2a$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a - b - \min \sqrt{2ab - 7}$$

$$x + b + 7 = 2a(x + b)$$

$$a^2 + 14a + 49 = 4a^2b^2 + 2ab^2 + b^2$$

$$(a - b)(a + b) + 14a + 49 = 2ab^2(2a - b) + b^2$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a + 7 = 2ab + b$$

$$-x^2 - 7x + 13$$

$$a + 7 = (2a + 1) \cdot b$$

$$D = 49 + 72 = 121$$

$$\frac{a + 7}{2a + 1} = b \Rightarrow b^2 = \frac{(a + 7)^2}{(2a + 1)^2}$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{121}}{-2} \Rightarrow x = \frac{7 \pm 11}{-2} \Rightarrow x = 2, x = -9$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 0$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} - 7$$

$$x+6 = 3-x - 14\sqrt{3-x} + 49$$

$$2x - 40 = -14\sqrt{3-x}$$

$$x - 20 = -7\sqrt{3-x}$$

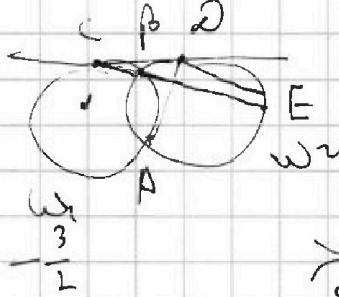
$$(x-20)^2 = 49(3-x)$$

$$x^2 - 40x + 400 = 147 - 49x$$

$$x^2 - 35x + 253 = 0$$

$$D = 1225 - 1012 = 213$$

$$x = \frac{35 \pm \sqrt{213}}{2}$$



$$(x+3)(x-6-c) = 0$$

$$(a-c)(b-c) = 2ab$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) b_1

$$b_{10} = b_1 \cdot q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{12} = b_1 \cdot q^{12} = (2-x)$$

$$b_{13} = b_1 \cdot q^{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^2}}$$

2)

$$\begin{cases} a-b \\ |y+2| + 2|y-10| \end{cases}$$

$$y \geq 10.$$

$$3y + 2 - 36 = 3y - 34 \geq 20$$

$$-2 \leq y \leq 16 \text{ or}$$

$$b \equiv 0 \quad a \equiv$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$

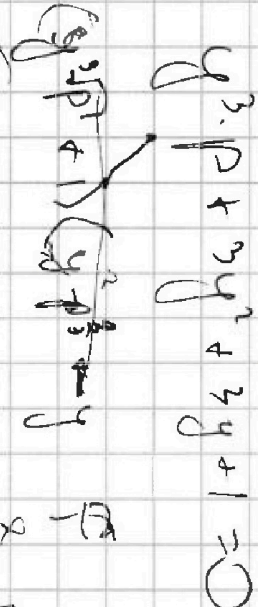
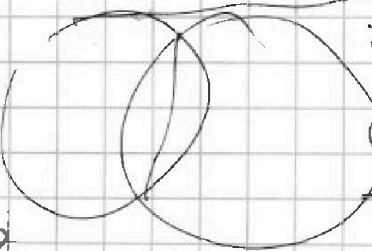
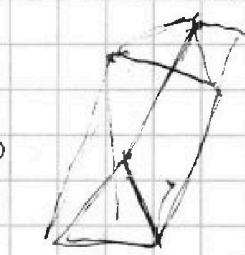
$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = 2ab$$

$$= 2\sqrt{(3-x)(x+6)} \quad a-b$$

$$\sqrt{x+6} (1 - 2\sqrt{3-x}) - \sqrt{3-x}$$

$$x \in 3-x \geq 0 \quad -(x+6)(x-3) \geq 0$$

$$(x+6)(x-3) \leq 0 \quad (x+6)(x-3) \leq 0$$



$(p-1)y^3 =$

y^3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

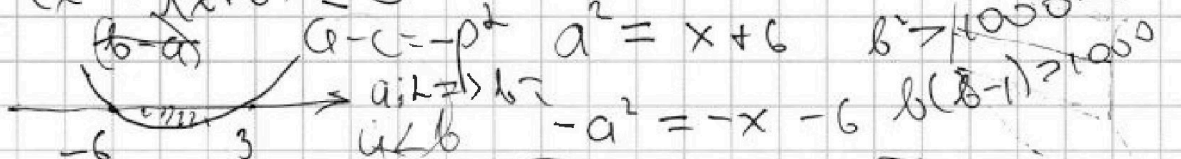
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$3-x \geq 0$ $a:b$ - $9 \leq 9 < 6$ 47
 $x \leq 3$ $b \leq 3$: $x+6 + 3-x$ $b = 1000 - a$

$-(x+6)(x-3) \geq 0$ $a^2 + b^2 = 1000 - x + 6$ $a^2 = 1000 - b$
 $a; b \Rightarrow a - b + 7 = 2ab$ $a^2 < b^2$

$(x-3)(x+6) \leq 0$
 $a-c = -p^2$ $a^2 = x+6$ $b^2 = 1000 - b$



$a - b + 7 = 2ab$ $9 - a^2 =$
 $a^2 = 1000 - b$

$a - b + 7 = 2ab$ $b(b-1) > 1000$
 $a - \sqrt{9 - a^2} + 7 =$

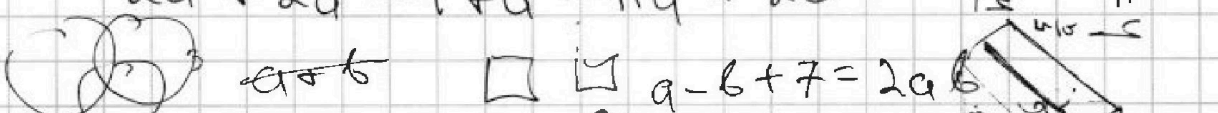
$a(1-2b) - b + 7 = 0$
 $a = \frac{b+7}{1-2b}$ $-(x+6)(x-3) \geq 0 = 2a\sqrt{9-a^2}$

$(x+6)(x-3) \leq 0$
 $x \in [-6; 3]$ $a + 7 = (2a+1)\sqrt{9-a^2}$

$ab - a(b+a) + c^2 = p^2$ $a^2 + 14a + 49 = (4a^2 + 4a + 1) \cdot (9 - a^2)$

$a^2 + 14a + 49 = 36a^2 + 36a + 9 - 4a^4 - 4a^3 - a^2$
 $4a^4 + 4a^3 - 34a^2 - 22a + 40 = 0$

$2a^4 + 2a^3 - 17a^2 - 11a + 20 = 0$



$a - b + 7 = 2ab$
 $a + 7 = b(2a+1)$

$\frac{a+7}{2a+1} \leq 3$ $a + 7 = 2 \cdot 9$
 $\frac{a+7}{2a+1} = b$ $b \leq 3$ $a \leq 3$

$a + 7 \leq 6a + 3$ $5a \geq 4$ $a \geq \frac{4}{5}$