



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

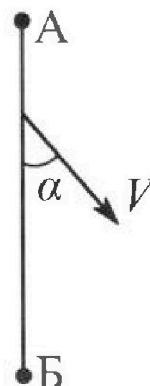


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допустим, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

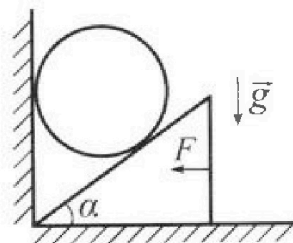
3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.

Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.





Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 09-02

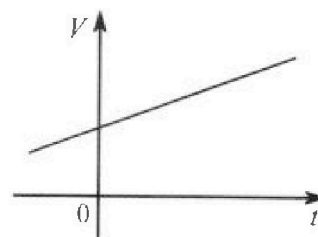
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



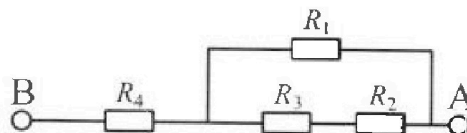
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{экв}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

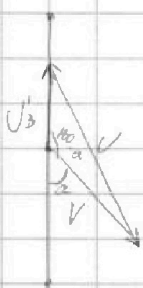
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow T_1 = \frac{S}{U_3} = \frac{2000}{25} = 80 \text{ с}$$

Рассмотрим когда $B \rightarrow A \Rightarrow$ в этом случае

вектор скорости U_3' перпендикулярен $B \rightarrow A$ и в этом случае

$$\Rightarrow \text{поэтому } \vec{U}_3' = \vec{V} + \vec{U}$$



$$\text{по теореме косинусов } U^2 = U_3'^2 + V^2 - 2UV_3' \cos(180 - \alpha)$$

$$= U_3'^2 + V^2 + 2UV_3' \cos \alpha = U_3'^2 + V^2 + 2UV_3' \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$U_3'^2 + 2V \cos \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} U_3' + V^2 - U^2 = 0$$

$$D = 4V^2 - 4V^2 \sin^2 \alpha - 4V^2 + 4U^2 = 4U^2 - 4V^2 \sin^2 \alpha$$

$$U_3' = U_3' = \frac{-2V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \pm \sqrt{4U^2 - 4V^2 \sin^2 \alpha}}{2} = \frac{-V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \pm \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{1}$$

$$= \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \text{ так } U_3' > 0 \Rightarrow U_{32} = \frac{U \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{1}$$

$$\text{или } U > 0 \Rightarrow U_{32} = 0$$

$$\text{или } \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} > V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \text{ или } U^2 - V^2 \sin^2 \alpha > V^2 - V^2 \sin^2 \alpha$$

$\Rightarrow U_3$ имеет такое значение

$$U_3 = U_{32} = \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha} - V \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \text{ или } U_{31} < 0 \Rightarrow U_{31} = 0$$

Период T_2 - период полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$

или время $\Rightarrow T_2 = \frac{S}{U_3} + \frac{S}{U_3'} = S \left(\frac{1}{U_3} + \frac{1}{U_3'} \right)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T_2 = S \left(\frac{1}{V\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{U^2 - V^2\sin^2\alpha}} + \frac{1}{-V\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{U^2 - V^2\sin^2\alpha}} \right) =$$
$$= S \frac{2\sqrt{U^2 - V^2\sin^2\alpha}}{U^2 - V^2\sin^2\alpha - V^2 + V^2\sin^2\alpha} = \frac{2S\sqrt{U^2 - V^2\sin^2\alpha}}{U^2 - V^2}$$

Чем больше $\sin^2\alpha$ — тем меньше T_2 , но мы $\sin^2\alpha \leq 1$

$$\Rightarrow T_2 \geq \frac{2S\sqrt{U^2 - V^2}}{U^2 - V^2}, \text{ жд } T_2 = \frac{2S\sqrt{U^2 - V^2}}{U^2 - V^2} \text{ при } \sin^2\alpha = 1$$

т.е. при $\alpha = 90^\circ \Rightarrow T_2 \text{ мин при } \alpha = 90^\circ$

$$T_{\min} = T_{2\min} = \frac{2S\sqrt{U^2 - V^2}}{U^2 - V^2} = \frac{800}{T_2} \text{ с}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

V_0 - объем воздуха при t_0 ; V_{100} - при t_{100}

В том $V(t)$ - зависимость: $V = kt + b$

$$V_0 = kt_0 + b, \quad V_{100} = kt_{100} + b$$

$$\beta V_0 = kt_{100} + b \Rightarrow V_0(\beta - 1) = k(t_{100} - t_0)$$

$$V_0 = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \frac{m}{\rho}(\beta - 1) = k(t_{100} - t_0)$$

$$k = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \frac{m(\beta - 1)t_0}{\rho(t_{100} - t_0)}, b$$

$$\Rightarrow b = \frac{m}{\rho} \left(1 - \frac{(\beta - 1)t_0}{t_{100} - t_0} \right) = \frac{m}{\rho} \frac{t_{100} - \beta t_0}{t_{100} - t_0}$$

$$\Rightarrow V = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t + \frac{m}{\rho} \left(1 - \frac{(\beta - 1)t_0}{t_{100} - t_0} \right) \cdot \frac{t_{100} - \beta t_0}{t_{100} - t_0}$$

$$\Delta V = V_{50} - V_{40} = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t + \frac{m}{\rho} \cdot \frac{t_{100} - \beta t_0}{t_{100} - t_0} -$$

$$= \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t_2 + \frac{m(t_{100} - \beta t_0)}{\rho(t_{100} - t_0)} - \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} (t_1 - t_0) =$$

$$= \frac{0,04 \cdot (1,12 - 1)}{0,8 \cdot (100 - 0)} (50 - 40) = 0,0006 \text{ м}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

Найдем $\Delta V' = V_{100} - V_0$ - ~~разность~~ ^{разность} объемов воздуха при t_{100} и t_0

$$\text{зад. } 0^\circ\text{C и } 100^\circ\text{C. } \Delta V' = kt_{100} + b - kt_0 - b = k(t_{100} - t_0) =$$

$$= \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} (t_{100} - t_0) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho} = \frac{0,04 \cdot (1,12 - 1)}{0,8} = 0,006 \text{ м}^3 =$$

$$6 \text{ мм}^3 \Rightarrow \Delta V' = SL \Rightarrow S = \frac{\Delta V'}{L} = \frac{6}{100} = 0,06 \text{ мм}^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

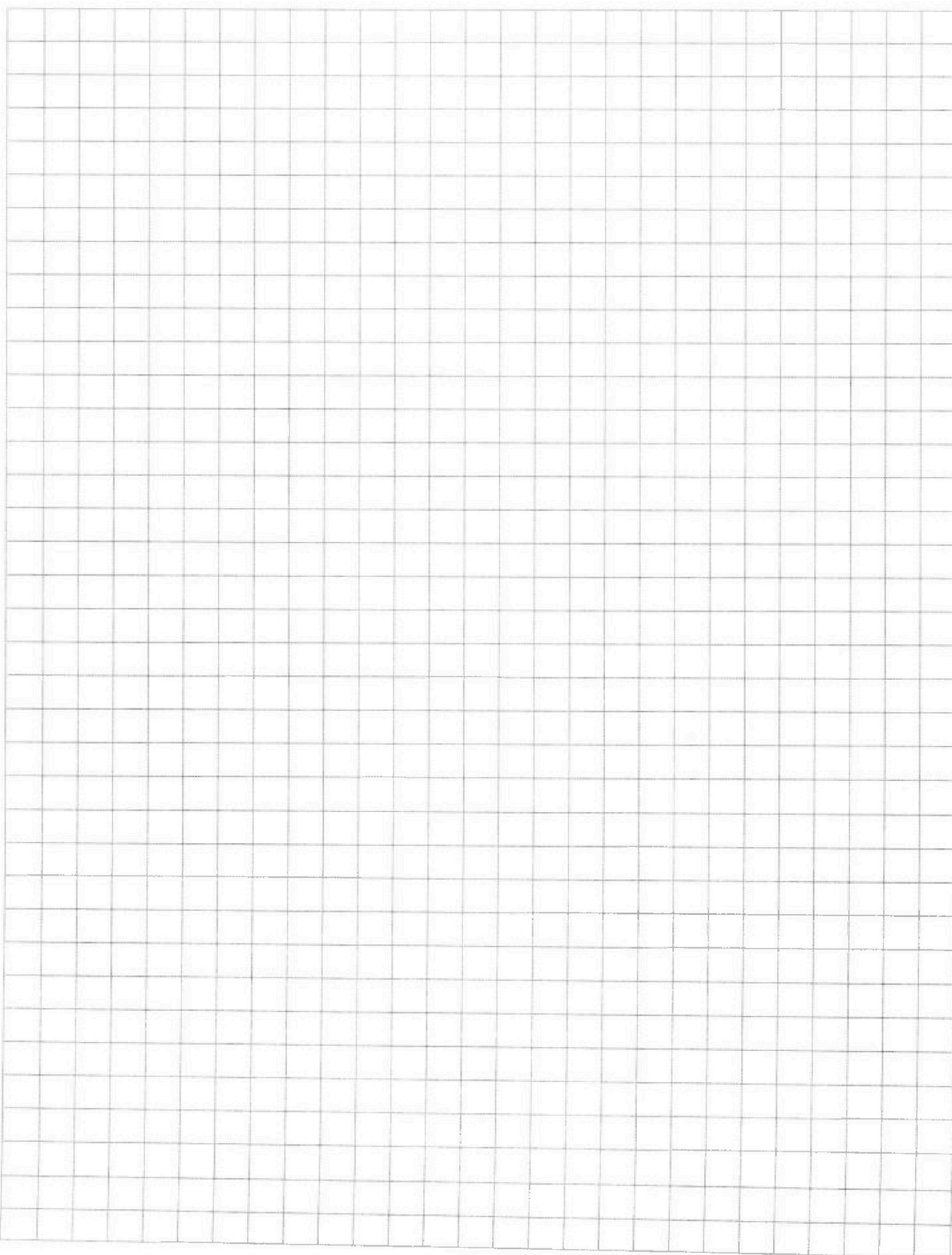
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





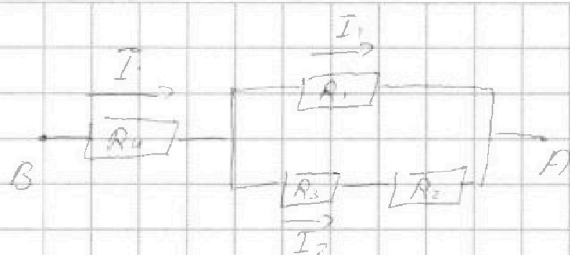
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☒6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{экв} = R_4 + \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} =$$

$$= 1 + \frac{1,2 \cdot (2+4)}{1,2+2+4} =$$

$$1,2 + 2 + 4 =$$

$$= 1 + \frac{7,2}{7,2} = 2 \text{ В} = 10 \text{ Ом}$$

$$P_{AB} = I_{AB} \cdot U_{AB}; \quad U_{AB} = I_{AB} R_{экв} \Rightarrow P_{AB} = P_{AB} = I_{AB}^2 R_{экв} =$$

$$= I^2 R_{экв} = 160 \text{ Вт}$$

$$I_1 R_1 = I_2 (R_2 + R_3); \quad I_1 + I_2 = I \Rightarrow I_2 = I - I_1$$

$$I_1 R_1 = I (R_2 + R_3) - I_1 (R_2 + R_3) \quad I_1 = I \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{5}{6} I$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{I}{6}$$

$$P_4 = I^2 R_4 = 80 \text{ Вт}$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 = I_1^2 \cdot 1,2 \text{ В} = \frac{400}{6} \text{ Вт} = 66,7 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = I_2^2 \cdot 2 \text{ В} = \frac{40}{9} \text{ Вт} = 4,44 \text{ Вт}$$

$$P_3 = I_2^2 R_3 = I_2^2 \cdot 4 \text{ В} = \frac{80}{9} \text{ Вт} = 8,88 \text{ Вт} \Rightarrow P_2 < P_3 < P_1 < P_4$$

$$\Rightarrow P_{min} = P_2 = 4,44 \text{ Вт}, \text{ на } R_2$$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тяга - продолжительность полета самолета

в направлении полета, от А до В. $\Rightarrow$ т. максимальная

туда и обратно $\Rightarrow T_{AB} = \frac{L}{v} = 100$

$\Rightarrow$ т. v - $v = \frac{L}{T_{AB}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{2000 \text{ м}}{100}$

Т.к. самолет летит со скоростью $\vec{v}$ относительно воздуха,

а воздух со скоростью $\vec{V}$ относительно земли, то

скорость самолета относительно земли (v_3) $\vec{v}_3 = \vec{v} + \vec{V}$

Т.к. самолет летит по прямой А $\rightarrow$ В $\Rightarrow$

вектор v_3 направлен вдоль прямой АВ

по т. косинусов. $v^2 = V^2 + v_3^2 - 2Vv_3 \cos \alpha$

$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$

$v_3^2 - 2V\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} v_3 + V^2 - v^2 = 0$

$D = 4V^2 - 4V^2 \sin^2 \alpha - 4V^2 + 4v^2 = 4v^2 - 4V^2 \sin^2 \alpha$

$v_{31} = \frac{2V\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{4v^2 - 4V^2 \sin^2 \alpha}}{2} = V\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} - \sqrt{v^2 - V^2 \sin^2 \alpha}$

$= 15 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} - \sqrt{20^2 - 15^2 \cdot 0,8^2} = -7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$v_{32} = \frac{2V\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + \sqrt{4v^2 - 4V^2 \sin^2 \alpha}}{2} = V\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} + \sqrt{v^2 - V^2 \sin^2 \alpha}$

$= 15 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} + \sqrt{20^2 - 15^2 \cdot 0,8^2} = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, т.к. направление

А $\rightarrow$ В $\Rightarrow v_3 > 0 \Rightarrow v_3 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

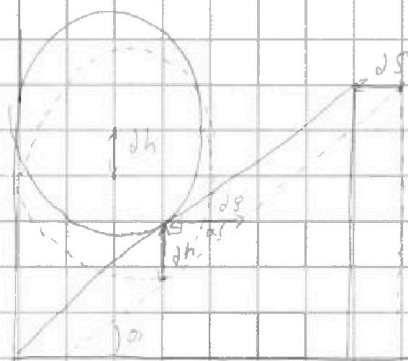
6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим малую часть шарика



$\Rightarrow$ шар выскочил из

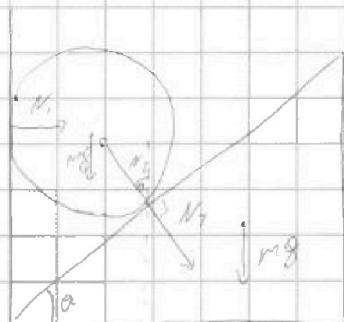
$$h = s \tan \alpha \quad \text{выш}$$

$\Rightarrow$ при любом смещении s

или шар выскочил из

$$h = \tan \alpha \cdot s \quad \text{выш} \quad \text{до угла} \quad \Rightarrow \quad a_m = \tan \alpha \cdot a_k, \quad \text{так}$$

$$h = \frac{a_m t^2}{2} \quad s = \frac{a_k t^2}{2} \quad \frac{a_m t^2}{2} = \tan \alpha \cdot \frac{a_k t^2}{2}$$



Но шар по верш. движется mg

$$N_1 - N_2 \cos \alpha \Rightarrow a_m = \frac{mg - N_2 \cos \alpha}{m} =$$

$$g - \frac{N_2 \cos \alpha}{m}$$

$$g - \frac{N_2 \cos \alpha}{m} = \tan \alpha \frac{N_2 \sin \alpha}{m}$$

$$N_2 \left(\frac{\tan \alpha \sin \alpha + \cos \alpha}{m} \right) = g \Rightarrow N_2 = \frac{mg}{\tan \alpha \sin \alpha + \cos \alpha}$$

$$a_k = g \frac{1}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}}$$

$$a_m = g \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = g \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = g \frac{3}{3+1}$$

$$= 0,75g \quad \Rightarrow \quad H = \frac{S_k^2 a^2}{2 a_m} \Rightarrow S_k = 2 H a_m \Rightarrow \text{полн}$$

угар шар соед шар по верш. движется в верш с угар. $\Rightarrow$

$$h = \frac{S_k^2 a}{2g} = \frac{2 H a_m}{2g} = 14 \cdot 0,75 \Rightarrow H = \frac{h}{0,75} = 0,2 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Min по горизонтали шар не движ $\Rightarrow N_1 = N_2 \sin \alpha$

min по горизонтали шар движ $\Rightarrow$ шар движ по накл. это 2 случая

$$N_1 = \frac{mg \sin \alpha}{\tan \alpha \cdot \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{mg}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{mg}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{4} mg = \sqrt{3} H$$

Условия N - max когда $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = \min$

$$\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} \geq 2\sqrt{\frac{1}{\tan \alpha} \cdot \tan \alpha} \Rightarrow \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} \geq 2$$

$$\Rightarrow \min(\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}) = 2 \quad \text{это при } \tan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow$$

$$\tan \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$N_{\max} = \frac{mg}{2} = 2H$$

т. приращен $S_2^2 = S_1^2 + \sigma^2 (\bar{T} - t_1)^2 = \sigma^2 \left(\frac{(t_2 - t_1)^2}{2} + (\bar{T} - t_1)^2 \right)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В. Р. можно предположить, что центр сферы по ОЖ, тогда,

т.к. это сфера горизонтально $\Rightarrow$ на сфере и центроиды т. сферы

- вертикально от центроиды сферы $= g = a_0$

$$a_0 = \frac{g^2}{R} \Rightarrow g = \frac{g^2}{R} \Rightarrow R = \frac{g^2}{g} = \frac{g^2 \left(\frac{(t_2 - t_1)^2}{2} - (T - t_1)^2 \right)}{g}$$

$$= g \left(\frac{(t_2 - t_1)^2}{2} - (T - t_1)^2 \right) = 2,5 \text{ м}$$