



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдите все такие x , при которых существует
геом. прогрессия, такая, что седьмой член $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$
девятый $-x+3$, пятнадцатый $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$

геом.
Пусть d — это делитель прогрессии.

$$\begin{cases} 1) x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot d^2 & 1) \\ 2) \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = (x+3) \cdot d^6 & 2) \end{cases}$$

$$1) \cdot 2) : (x+3)^2 \cdot d^6 = \frac{(25x-9)}{x-6} \cdot d^2$$

$$\begin{cases} x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot d^2 \\ \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot d^8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3) = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot d \\ d^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \end{cases}$$

$$D, P, 3: \begin{cases} (25x-9)(x-6) \geq 0 \\ \frac{25x-9}{(x-6)^3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x-9 \geq 0 \\ (x-6)^3 \geq 0 \end{cases}$$

$$d^2 = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}} \rightarrow x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{|x-6|}}$$

$$x+3 = \sqrt{|25x-9|}$$

$$\begin{cases} (x+3)^2 = |25x-9| \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ \begin{cases} x \geq 9/25 \\ (x+3)^2 = 25x-9 \\ x < 9/25 \\ (x+3)^2 = 9-25x \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ \begin{cases} x \geq 9/25 \\ x^2+6x+9 = 25x-9 \\ x < 9/25 \\ x^2+6x+9 = 9-25x \end{cases} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq -3 \\ \left[\begin{array}{l} x \geq 9/25 \\ x^2 - 19x + 18 = 0 \\ x < 9/25 \\ x^2 + 31x = 0 \end{array} \right] \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq -3 \\ x \in \{1; 18\} \\ x \in \{0\} \end{array} \right. \\ \Downarrow \\ x \in \{0; 1; 18\}$$

Проверим, что при [←] всех таких x , выполняется

ОДЗ: $\frac{25x-9}{(x-6)^2} \geq 0$

+	-	+
$x < \frac{9}{25}$	$\frac{9}{25} < x < 6$	$x > 6$

$x = 1$ не подходит \rightarrow

Ответ: $x \in \{0; 18\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Система уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение:

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}, \text{ заметим, что}$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9; \text{ пусть } f(y) = |y+4| + 4|y-5|$$

, найдем f_{\min} :

$$\begin{cases} f(y) = 5y - 16, \text{ при } y \geq 5 \\ f(y) = 24 - 3y, \text{ при } -4 \leq y < 5 \\ f(y) = 16 - 5y, \text{ при } y < -4 \end{cases}$$

отсюда следует, что $f_{\min} = 9$ и это

достигается при $y = 5$, а значит $y = 5$

$$z^2 = 0 \rightarrow z = 0 \quad y = 5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2 \cdot \sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 1 \end{cases} \quad x \in [-5; 1]$$

$$1) \quad \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

Возведём в квадрат, но при этом могут появиться корни, которых нет.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(x+5)(1-x) -$$

$$16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16; \text{ Пусть } t = \sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$6 - 2t = 4t^2 - 16t + 16$$

$$4t^2 - 14t + 10 = 0 \quad 2t^2 - 7t + 5 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1; \\ t = \frac{5}{2}; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \sqrt{(x+5)(1-x)} = 1 \\ \sqrt{(x+5)(1-x)} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 4x - x^2 = 1 \\ 5 - 4x - x^2 = \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x - 4 = 0 \\ x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2} \\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2} \end{cases} \quad x \in \left\{ -2 - 2\sqrt{2}; 2\sqrt{2} - 2; \frac{-4 - \sqrt{11}}{2}; \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \right\}$$

Подставим эти корни в уравнение 1* и проверим, что они подходят, для этого надо убедиться, что знак левой и правой части совпадают.

$$x = -2 - 2\sqrt{2} - \text{подходит} \\ (\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}) = -2$$

$$x = -2 + 2\sqrt{2} - \text{не подходит} \\ \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = 2$$

$$x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} = -2 - \frac{\sqrt{11}}{2} - \text{не подходит}$$

$$(\sqrt{3 - \frac{\sqrt{11}}{2}} - \sqrt{3 + \frac{\sqrt{11}}{2}}) = 1 \quad x = \frac{\sqrt{11}}{2} - 2 - \text{не подходит}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\rightarrow x \in \left\{ -2 - 2\sqrt{2}; \frac{\sqrt{11}}{2} - 2 \right\}$$

$$\text{Ответ: } (-2 - 2\sqrt{2}; 5; 0) \left(\frac{\sqrt{11}}{2} - 2; 5; 0 \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

Найти все p , при которых уравнение имеет хотя бы одно решение. $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = (2\cos^2 x - 1)\cos x -$$

$$\sin 2x \cdot \sin x = (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin^2 x \cos x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x) =$$

$$= \cos x(4\cos^2 x - 3) = 4\cos^3 x - 3\cos x;$$

$$p \cdot (4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4)\cos x = 6(2\cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x = 12\cos^2 x + 4$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos x - 12\cos^2 x - 4 = 0$$

$$p \cdot \cos^3 x + 3\cos x - 3\cos^2 x - 1 = 0$$

~~1)~~ 1) $\cos^3 x = 0 \rightarrow \cos x = 0$, равенство не выполняется

$$p = \frac{3\cos^2 x - 3\cos x + 1}{\cos^3 x}$$

Пусть $t = \cos x$;

$$f(t) = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3}; \quad p = f(t)$$

$$t \in [-1; 1]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} f'(t) &= -\frac{3}{t^2} + \frac{6}{t^3} - \frac{3}{t^4} = \frac{1}{t^4} \left(-3 + \frac{6}{t} - \frac{3}{t^2} \right) = \\ &= \frac{1}{t^4} \left(-3t^2 + 6t - 3 \right) = -\frac{3}{t^4} \left(t^2 - 2t + 1 \right) = \\ &= -\frac{3}{t^4} (t-1)^2 \end{aligned}$$

Функция $f(t)$ убывает при $t \in [-1; 0)$
и $t \in [0; 1]$
 $f'(t) \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$p = f(t)$, а следовательно при

$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ существует

одно решение есть, а иначе нет

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме о касательной и секущей

$$CD^2 = CB \cdot CE;$$

$$CD^2 = AD \cdot KD;$$

замечаем, что

так как

$$\angle CKD = \angle KDE$$

$\angle CAK = \angle CAE \rightarrow AD$ — биссектриса угла CAE ;

\rightarrow по теореме о биссектрисе

$$\triangle CAE: CO/OE = AC/AE = \frac{2}{5}$$

$CK \perp$ точка K лежит на биссектрисе $\rightarrow \angle CKD$ — биссектриса

угла $\angle CKE \rightarrow CK/KE = 2/5$; $\rightarrow KE = DE \rightarrow$

$\triangle KED$ — равнобедренный.

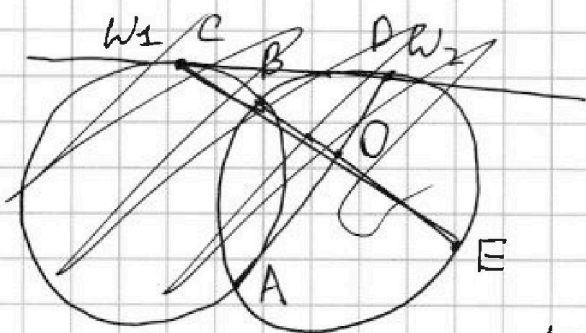


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

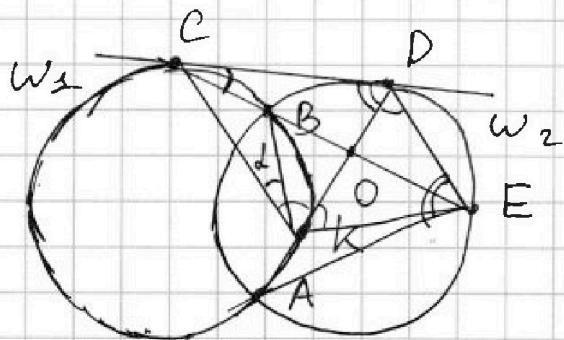
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$CO/OE = 2/5$;
С и D - точки касания
Найти EP/CD ;



Пусть точка K - это
точка пересечения
AD и окружности W_1
тогда докажем, что
 $CK \parallel DE$;

1) AB антипараллельно DE отн
 $\angle DOE$ 2) AB антипараллельно
CK отн $\angle POE$
а следовательно $CK \parallel DE$

$\triangle COK \sim \triangle DOE$ по двум углам.

$$\Rightarrow CO/OE = KO/OD = CK/DE = 2/5$$

$CK/DE = R/r$, где R - это
радиус окружности W_1 , а r - это
радиус окружности W_2 ,
Отсюда $R/r = 2/5$

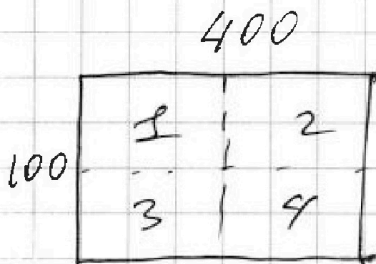


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сколькими способами можно раскрасить 8 клеток этого прямоугольника, чтобы это множество клеток обладало одной из след.

симметрий: относительно центра

2) оти любой из двух средних линий прямоугольника.

Разобьём наш прямоугольник на 4 прямоугольника размером 50×200 , и пронумеруем их от 1 до 4.

Заметим, что если в одном из этих прямоугольников ≥ 3 закрашенных клеток, то кол-во всех закрашенных клеток ≥ 12 , так как можно отразить эти ≥ 3 клетки во все прямоугольники, а следовательно в каждом прямоугольнике ≤ 2 клеток, заметим, что выбор двух клеток в одном из прямоугольников однозначно задаёт 8 точек, а следовательно кол-во способов разбить ~~разбить~~ закрасить 8 клеток равно кол-ву способов выбрать 2 клетки



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{в прямоугольнике } 50 \times 200; \\ & = C_{10000}^2; \quad = \text{Ответ: } C_{10000}^2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$a^2 + b = 710$$

$b - a$ не кратно 3

$(a - c)(b - c)$ — квадрат простого числа

↓ $(a; b; c)$ — в о-во таких чисел.

$$c^2 - (a+b)c + ab = p^2, \text{ где } p - \text{некоторое простое число}$$

1) Пусть $a \not\equiv 3$ и $b \not\equiv 3$, а значит

$$\text{либо } \begin{cases} a \equiv 1 \pmod{3} \\ b \equiv 2 \pmod{3} \end{cases} \quad \text{либо } \begin{cases} a \equiv 2 \pmod{3} \\ b \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$$

Заметим, что первый случай не возможен,

если рассмотреть ~~$a^2 + b = 710$~~ $a^2 + b = 710$ по модулю 3.

2) пусть $a \equiv 3$, а значит, если

$$a^2 + b = 710 \rightarrow b \equiv 710 \pmod{3} \equiv 2 \pmod{3}$$
$$\begin{cases} a \equiv 0 \pmod{3} \\ b \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

3) пусть $b \equiv 3$, а значит $a^2 \equiv 2 \pmod{3}$,

а такое невозможно $1^2 \not\equiv 2 \pmod{3}$

$$2^2 \not\equiv 2 \pmod{3}$$

То есть осталось два

$$3^2 \equiv 2 \pmod{3}$$

варианта

$$\begin{cases} 1) \begin{cases} a \equiv 2 \pmod{3} \\ b \equiv 1 \pmod{3} \end{cases} \\ 2) \begin{cases} b \equiv 2 \pmod{3} \\ a \equiv 0 \pmod{3} \end{cases} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $c^2 - (a+b) \cdot c + ab = p^2$, рассмотрим это выражение по модулю 3. для первого случая, когда $\begin{cases} a \equiv 2 \pmod{3} \\ b \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$

$$\rightarrow c^2 + 2 = p^2 \pmod{3}$$

Квадрат числа c даёт остаток либо 1 при делении на 3, либо 0. Отбросим вариант, когда $c^2 \equiv 0 \pmod{3}$, потому что из этого вытекает, что $p^2 \equiv 2 \pmod{3}$, а такое невозможно.

$$\rightarrow c^2 \equiv 1 \pmod{3} \rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

а значит $p : 3 \rightarrow p = 3$

в первом случае получается, что $p = 3$

$$\rightarrow \begin{cases} a < b \\ a \equiv 2 \pmod{3} \\ b \equiv 1 \pmod{3} \\ (a-c)(b-c) = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a-c = b-c = 3 \\ \rightarrow a = b, \text{ а} \end{cases}$$

такое невозможно так как числа a и b дают одинаковый остаток при делении на разный



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad c^2 - (a+b)c + ab = p^2 \quad \begin{cases} a \equiv 0 \pmod{3} \\ b \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$$(a-c)(b-c) = p^2 \rightarrow \text{либо} \quad \begin{cases} (a-c) = p \\ (b-c) = p \end{cases}, \text{ что}$$

невозможно, потому - что тогда

$$a = b, \text{ а значит или } \begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$\text{если } p \nmid 3, \text{ значит } \leftarrow \text{ или } \begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow a \equiv b \pmod{3}, \text{ а такое невозможно по условию задачи } \rightarrow p \nmid 3 \rightarrow p=3$$

$$p=3, \rightarrow b-a=8$$

$$b = a + 8$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$702 = 351 \cdot 2$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$\begin{array}{r} 351 \overline{) 702} \\ \underline{-702} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \underline{26 \cdot 27} \\ 0 \end{array}$$

$$a_1 = 26$$

$$a_2 = -27$$

$$\begin{array}{r} 117 \overline{) 39} \\ \underline{-39} \\ 0 \end{array}$$

$$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = 26 \rightarrow b_1 = 34$$

$$(a-c)(b-c) = 9$$

$$a_2 = -27 \quad b_2 = -19$$

$$c^2 - (a+b)c + ab = 9$$

$$1) \quad c^2 - 60c + 26 \cdot 34 - 9 = 0$$

$$c^2 - 60c + 30^2 - 4^2 - 9 = 0$$

$$c^2 - 60c + 25 \cdot 35 = 0$$

$$c_1 = 25 \quad c_2 = 35 \quad \text{По теореме Виета.}$$

$$2) \quad c^2 + 46c + 27 \cdot 19 - 9 = 0$$

$$c^2 + 46c + 23^2 - 4^2 - 9 = 0$$

$$c^2 + 46c + 18 \cdot 28 = 0$$

$$c_3 = -18 \quad c_4 = -28$$

Ответ: $(26; 34; 25) \quad (-27; -19; -18)$
 $(26; 34; 35) \quad (-27; -19; -28)$

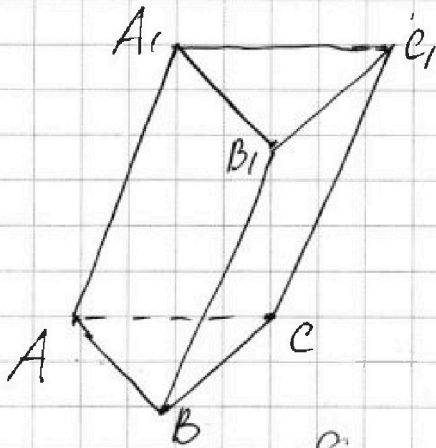


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle ABC$ - равносторонний
треугольник.

$$S_{ABC} = 1; \text{ Пусть } AB = a;$$

$$\rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; \quad a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}; \quad AB = BC = AC = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$$

$S_{ABB_1A_1} = S_{ACC_1A_1} = 3$ и $S_{BCC_1B_1} = 2$;
Площади боковых граней
равны 3, 3 и 2;

Заметим, что боковые грани призмы
являются параллелограмми.

Пусть из соображений общности

$$S_{ABB_1A_1} = S_{ACC_1A_1} = 3 \text{ и } S_{BCC_1B_1} = 2$$

$$S_{ABB_1A_1} = S_A \quad S_{ABB_1A_1} = AA_1 \cdot AB \cdot \sin \angle A_1AB$$

$$S_{ACC_1A_1} = AA_1 \cdot AC \cdot \sin \angle A_1AC;$$

$$S_{ABB_1A_1} = S_{ACC_1A_1} \Rightarrow \sin \angle A_1AB = \sin \angle A_1AC;$$

это значит, что либо $\angle A_1AB = \angle A_1AC$

либо $\angle A_1AB + \angle A_1AC = 180^\circ$, но

второе не возможно, потому что сумма
углов в трёхгранном угле должна быть
меньше $\leq 180^\circ$, $\rightarrow \angle A_1AB = \angle A_1AC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

по свойству трёхгранного угла.

для вершины A :

точка A_1 проецируется на биссектрису угла BAC ;

и на высоту $\triangle ABC$ из точки A проведённой на BC . $\rightarrow AA_1 \perp BC$, а по

свойству трёх перпендикуляров, если проекция перпендикуляра на некоторой прямой, то и наклонная тоже перпендикулярна

этой же прямой. $\rightarrow AA_1 \perp BC$,

по свойству призмы $ABC A_1B_1C_1$ боковые рёбра параллельны, а значит по

транзитивности получаем, что

в BC_1B_1 - прямоугольнике $BB_1 \perp BC$
 $CC_1 \perp BC$

$$S_{\text{проекции}} = BC \cdot BB_1 = 2 \rightarrow BB_1 = \sqrt[4]{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

