



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть b_1 - первый член геометрической прогрессии,
значит что $b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, $b_{13} = 5-x$, $b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$,
 $b_{n+1} = b_1 q^n$, $q \neq 0$, $q \neq 1$.

Тогда:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 q^6 \\ 5-x = b_1 q^{12} \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 q^{14} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = q^8 \\ \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} = q^2 \end{cases}$$

Тогда:

$$\frac{(13x-35)^2(x+1)^2}{(5-x)^4} = (x+1)^2 \quad | : (x+1)^2 \quad x+1 \neq 0$$

Получим следующее:

$$(13x-35)^2 = (x^2 - 10x + 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x^2 + 3x - 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 20 \end{cases}$$

Заметим, что при $x=2$ выражение

$\sqrt{(13x-35)(x+1)}$ не определено. А при $x=20$, то $b_1 < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} < 0$ - противоречие. Значит

~~$x \in \{3, 20\}$~~ $x \in \{-5, 3\}$. При $x=-5$: $b_1 = \frac{5}{32}$, $q = \sqrt{2}$,
при $x=3$: $b_1 = \frac{1}{32}$, $q = \sqrt{2}$. Ответ: $x=-5$, $x=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

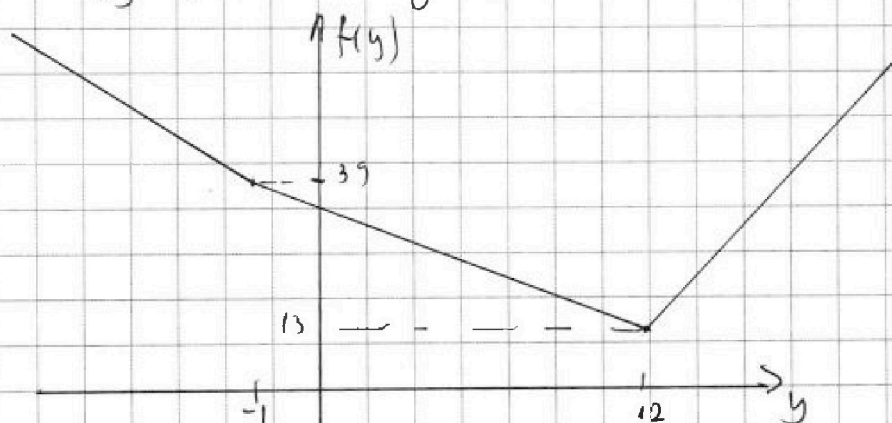
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} & (11) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2^2} & (12) \end{cases}$$

Рассмотрим функцию $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$.

$$f(y) = \begin{cases} -4y+35, & y \in (-\infty; -1] \\ 37-2y, & y \in [-1; 12] \\ 4y-35, & y > 12 \end{cases}$$



Таким образом $|y+1| + 3|y-12| \geq 12$, $\sqrt{169-2^2} \leq 13$.

Значит (12) $\Leftrightarrow \begin{cases} y=12 \\ z=0 \end{cases}$

$$11): \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} \quad | x \in [-3; 4]$$

Сделаем замену: $a = \sqrt{x+3}$, $b = \sqrt{4-x}$. Тогда:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 7 \\ a - b + 5 = 2ab = 0 \end{cases} \Rightarrow (a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b = 1 \\ a-b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$1) \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ a = \frac{-2+\sqrt{10}}{2} \\ b = \frac{2+\sqrt{10}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{1-2\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$, $x = \frac{1-2\sqrt{10}}{2}$

Ответ: $(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; 12; 0)$, $(\frac{1-2\sqrt{10}}{2}; 12; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☒

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3(2 \cos^2 x - 1) + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - (p + 3) = 0$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t + 1)^2 = 0$$

Таким образом $f(t)$ монотонно возрастает на $[-1; 1]$. $f(-1) = -4$, $f(1) = 10 \Rightarrow p \in [-4; 10]$

Сделаем замену: $t = a - \frac{1}{2}$.

$$4(a - \frac{1}{2})^3 + 6(a - \frac{1}{2})^2 + 3(a - \frac{1}{2}) - 3 = p$$

$$4(a^3 - \frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{4}a - \frac{1}{8}) + 6(a^2 - a + \frac{1}{4}) + 3a - \frac{3}{2} - 3 = p$$

$$4a^3 - 6a^2 + 3a - \frac{1}{2} + 6a^2 - 6a + \frac{3}{2} + 3a - \frac{3}{2} - 3 = p$$

$$4a^3 = p + \frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{2}$$

Значит имеет уравнение $\cos x = \frac{1}{4} \sqrt[3]{p + \frac{7}{2}} - \frac{1}{2}$

$$a = \sqrt[3]{\frac{p + \frac{7}{2}}{4}} \Rightarrow t = \sqrt[3]{\frac{p + \frac{7}{2}}{4}} - \frac{1}{2}$$

Имеет уравнение $\cos x = \sqrt[3]{\frac{2p + 7}{8}} - \frac{1}{2}$.

Ответ: $p \in [-4; 10]$; $x = \pm \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{2p + 7}{8}} - \frac{1}{2}\right) + 2\pi n$
 $n \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☒

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом:

$$\begin{cases} \frac{ED}{CD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \\ \frac{ED}{CD} = \frac{r_2}{r_1} \left(\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \right) \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{10}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{10}{3}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \frac{1}{x+1} \sqrt{\frac{13x-35}{x+1}} = b \cdot 9^6 \\ 5-x = b \cdot 9^{12} \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b \cdot 9^{14} \end{cases}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = b \cdot 9^{14}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = 9^2$$

$$\frac{(13x-35)(x+1)}{(x-5)^4} = 9^8$$

$$(13x-35)^2 = (x-5)^4$$

$$(13x-35)^2 = (x^2 - 10x + 25)^2$$

$$x^2 - 10x + 25 = 13x - 35$$

$$x^2 - 10x + 25 = -13x + 35$$

$$x^2 - 10x + 25 = 13x - 35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 4$$

$$x = 5$$

$$x = 6$$

$$x = 7$$

$$x = 8$$

$$x = 9$$

$$x = 10$$

$$x = 11$$

$$x = 12$$

$$x = 13$$

$$x = 14$$

$$x = 15$$

$$x = 16$$

$$x = 17$$

$$x = 18$$

$$x = 19$$

$$x = 20$$

$$x = 21$$

$$x = 22$$

$$x = 23$$

$$x = 24$$

$$x = 25$$

$$x = 26$$

$$x = 27$$

$$x = 28$$

$$x = 29$$

$$x = 30$$

$$x = 31$$

$$x = 32$$

$$x = 33$$

$$x = 34$$

$$x = 35$$

$$x = 36$$

$$x = 37$$

$$x = 38$$

$$x = 39$$

$$x = 40$$

$$x = 41$$

$$x = 42$$

$$x = 43$$

$$x = 44$$

$$x = 45$$

$$x = 46$$

$$x = 47$$

$$x = 48$$

$$x = 49$$

$$x = 50$$

$$x = 51$$

$$x = 52$$

$$x = 53$$

$$x = 54$$

$$x = 55$$

$$x = 56$$

$$x = 57$$

$$x = 58$$

$$x = 59$$

$$x = 60$$

$$x = 61$$

$$x = 62$$

$$x = 63$$

$$x = 64$$

$$x = 65$$

$$x = 66$$

$$x = 67$$

$$x = 68$$

$$x = 69$$

$$x = 70$$

$$x = 71$$

$$x = 72$$

$$x = 73$$

$$x = 74$$

$$x = 75$$

$$x = 76$$

$$x = 77$$

$$x = 78$$

$$x = 79$$

$$x = 80$$

$$x = 81$$

$$x = 82$$

$$x = 83$$

$$x = 84$$

$$x = 85$$

$$x = 86$$

$$x = 87$$

$$x = 88$$

$$x = 89$$

$$x = 90$$

$$x = 91$$

$$x = 92$$

$$x = 93$$

$$x = 94$$

$$x = 95$$

$$x = 96$$

$$x = 97$$

$$x = 98$$

$$x = 99$$

$$x = 100$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☒

7
☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \geq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2, \text{ } p - \text{простое число} \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

Рассмотрим равенство $a + b^2 = 560$. По модулю 3 $b^2 \equiv 0$ или $b^2 \equiv 1$. Если $b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow b \equiv 0 \pmod{3}$, то

$$a \equiv 560 \equiv 1 \pmod{3}$$

Если $b^2 \equiv 1 \pmod{3}$, то $a \equiv -1 \pmod{3}$. Т.к. $a \neq b$, то

$a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv -1 \pmod{3}$. Значит возможны два случая:

$$\boxed{a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv 0 \pmod{3}} \quad \text{или} \quad \boxed{a \equiv -1 \pmod{3}, b \equiv -1 \pmod{3}}$$

При условии, что $a > b$ $(a-c)(b-c) = p^2$ $\begin{cases} a-c = \pm 1 \\ b-c = \pm p^2 \\ a-c = \pm p^2 \\ b-c = \pm 1 \end{cases}$

(знаки в какой-то системе совпадают)

Все "кандидаты" на значения b : $\{2, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 14, 15, 17, 18, 20, 21, 23\}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{CL}{LO} = \frac{AL}{CO} \quad (*)$

$\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$

$\frac{DE}{DC} = ?$

$\frac{AE}{BD} = \frac{AF}{BF} =$

$\triangle ABD \sim \triangle A$

$\frac{DE}{CD} = \frac{10}{3} \left(\frac{AD}{AE} \right)^{??}$

$\frac{DE}{AB} = \frac{FE}{AF}$

$\frac{DE}{FE} = \frac{AB}{AF}$

$\triangle ABE \sim \triangle ABX$

$\triangle BCD \sim \triangle CDE$

$\frac{CD}{CB} = \frac{DE}{BD} = \frac{CE}{CD}$

$\frac{DE}{CD} = \frac{CD}{CB} = \frac{CD}{3x}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p \quad | \cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = 1$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$3\cos 2x = 5(2\cos^2 x - 1) = 6\cos^2 x - 5$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 4 = 0$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 8 = p$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 5 = p$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t^2 + 4t + 1) = 0$$

$$p \in [-4; 10]$$

$$t = \frac{\pi}{6}$$

$$3\cos \frac{\pi}{3} = \frac{3}{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} + 3\sqrt{3} = \frac{3+6\sqrt{3}}{2}$$

$$2\cos 2x \cos x + 3\cos 2x + 5\cos x = p$$

$$2\cos 2x (\cos x + \cos 2x)$$

$$\cos x = u$$

$$\cos 2x = v$$

$$t = 1$$

$$t = 0$$

$$-3$$

$$t = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} 5u + 3v + 2uv = p \\ v = 2u^2 - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 + 3 - 3 = 10 \\ \sqrt[3]{4t} - \sqrt[3]{3} = 4t^3 - 3 \end{cases}$$

$$4\cos^3 x + 6(\cos x - 1)(\cos x + 1) + 3(\cos x + 1) = 0$$

$$4\cos^3 x + 3(\cos x + 1)(2\cos x - 1) = 0$$

$$4\cos^3 x + 3(\cos x + 1)(2\cos x - 1) = 0$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos x + 3\cos 2x = p$$

$$4t^3 + 6t^2 = 0$$

$$f = 12t^2 + 12t + 3 = 3(4t^2 + 4t + 1) = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

$$3\cos x + 2$$

$$3\cos x(2\cos^2 x - 1) - 2\cos^3 x + 6\cos x + 3\cos 2x = 0$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - (p+3) = 0$$

$$t \rightarrow t - \frac{3}{2} \quad 4\left(t + \frac{3}{2}\right)^3 + 6\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + 3\left(t + \frac{3}{2}\right) + (p+3) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $\frac{1}{b_2} =$

$$b_2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = 5-x, b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

уравнение 7:

$$\begin{cases} (13x-35)(x+1) \geq 0 \\ \frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1 q^6$$
$$5-x = b_1 q^{12}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1 q^{14}$$

$$\begin{cases} (5-x) \sqrt{\frac{x+1}{13x-35}} = q^6 \\ x+1 = q^8 \Rightarrow \end{cases}$$

$$(5-x)(x+1) \sqrt{\frac{x+1}{13x-35}} = q^8$$
$$x+1 = q^8$$

$$\sqrt[4]{3}$$

$$\frac{8}{3}$$
$$35-35$$

$$b_7 = \frac{8}{3}, b_{13} = 2, b_{15} = 6, b_{17} = 3, b_{19} = 3$$

$$\begin{cases} b_1 q^2 = \frac{13x-35}{x+1} \\ b_1 q^{24} = (5-x)^2 \\ q^4 = \frac{(5-x)^2(x+1)}{13x-35} \end{cases}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{13x-35}$$

$$10 = b_1 \cdot 64$$

$$q^8 = \frac{5}{32}$$

$$\begin{aligned} q^8 &= 5+40 \\ q^8 &= 23^2-240 \end{aligned}$$

$$q^8 = 15^2-60$$

$$169-60=109$$

$$\begin{aligned} 4+6 &= 20.3 \\ 2 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25 &= 5^2 \\ 109 &= 10^2+9 \\ 12 &= 3^2 \\ 8 &= 2^3 \end{aligned}$$

$$-5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 _ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a > b$$

$$= p^2$$

$$(a-c)(b-c) = ab - ac - bc + c^2$$

$$c^2 - (a+b)c + ab = 0$$

$$\frac{a+b+a-b}{2} = (a)$$

$$\Delta = (a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2 = 0 \quad (b)$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a-b = 1 - p^2 < 0$$

$$a-b = -1 + p^2 > 0$$

$$a-c=1$$

$$b-c=p^2$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-b=p^2-1 \\ a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$$

$$a+b = -p^2 + 1 < 0$$



$$p = -4$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

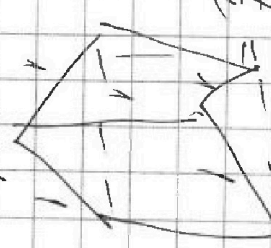
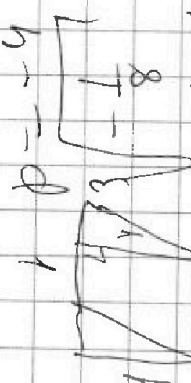
$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$



$$p + \frac{1}{2} = -8$$

$$p = -8 - \frac{1}{2} = -8.5$$

$$p = -8 - \frac{1}{2} = -8.5$$

$$p = -8 - \frac{1}{2} = -8.5$$

$$p = -8 - \frac{1}{2} = -8.5$$

$$p = -8 - \frac{1}{2} = -8.5$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{1-4} = \frac{1}{2} \sqrt{-3}$$

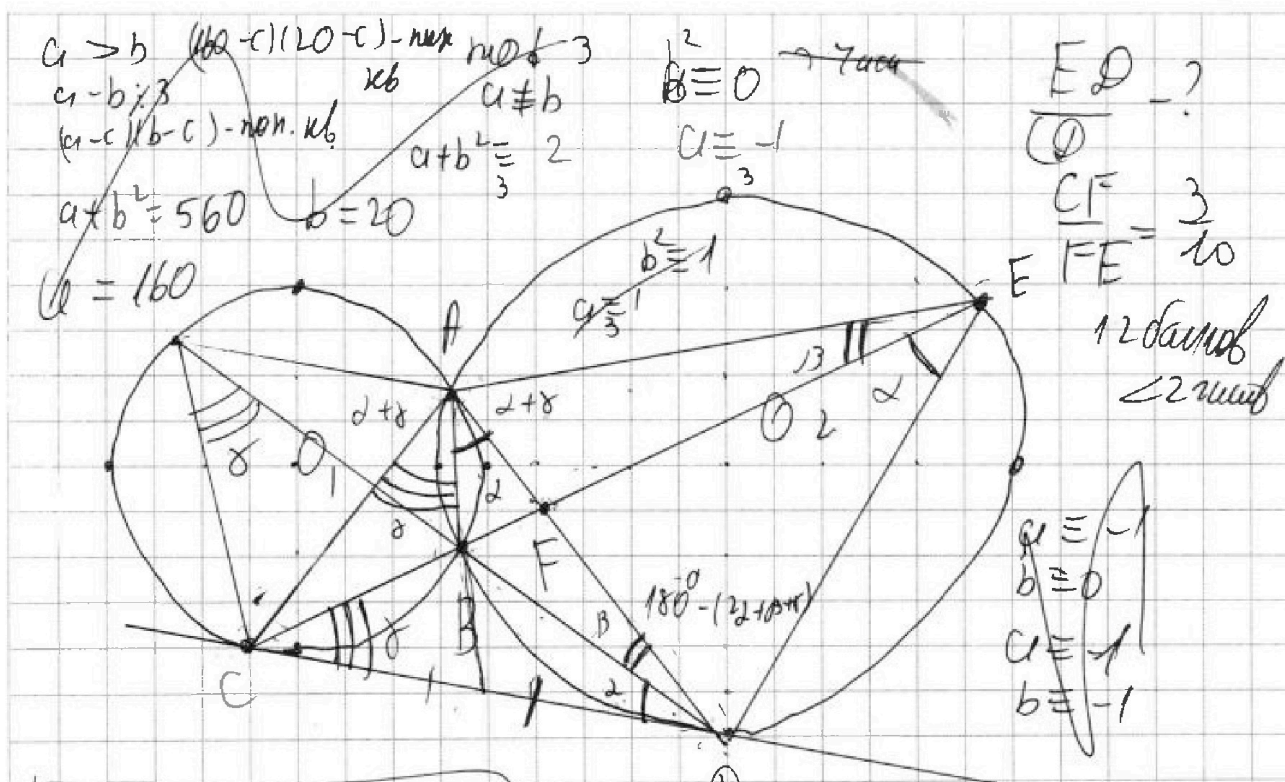


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CF}{FE} = \frac{CD}{DE} \cdot \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{10}{3} \left(\frac{AD}{AE} \right) = \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{CB}$$

$$\triangle FDE \sim \triangle BFA: \frac{ED}{BF} = \frac{FE}{AB} = \frac{AE \sin B}{ED \sin A} = \frac{AC}{CD \sin A}$$

$$\frac{CF}{FE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{\sin 2}{\sin 8} \cdot \frac{CF}{FE} = \frac{3}{10} =$$

$$\frac{AD \sin 2}{AC \sin 8} = 1 \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{\sin 8}{\sin 2} = \frac{BD}{CB}$$

$$\frac{\sin 2}{\sin 8} \cdot \frac{\sin 8}{\sin 2} \cdot \frac{\sin B}{\sin A} = 1$$

11

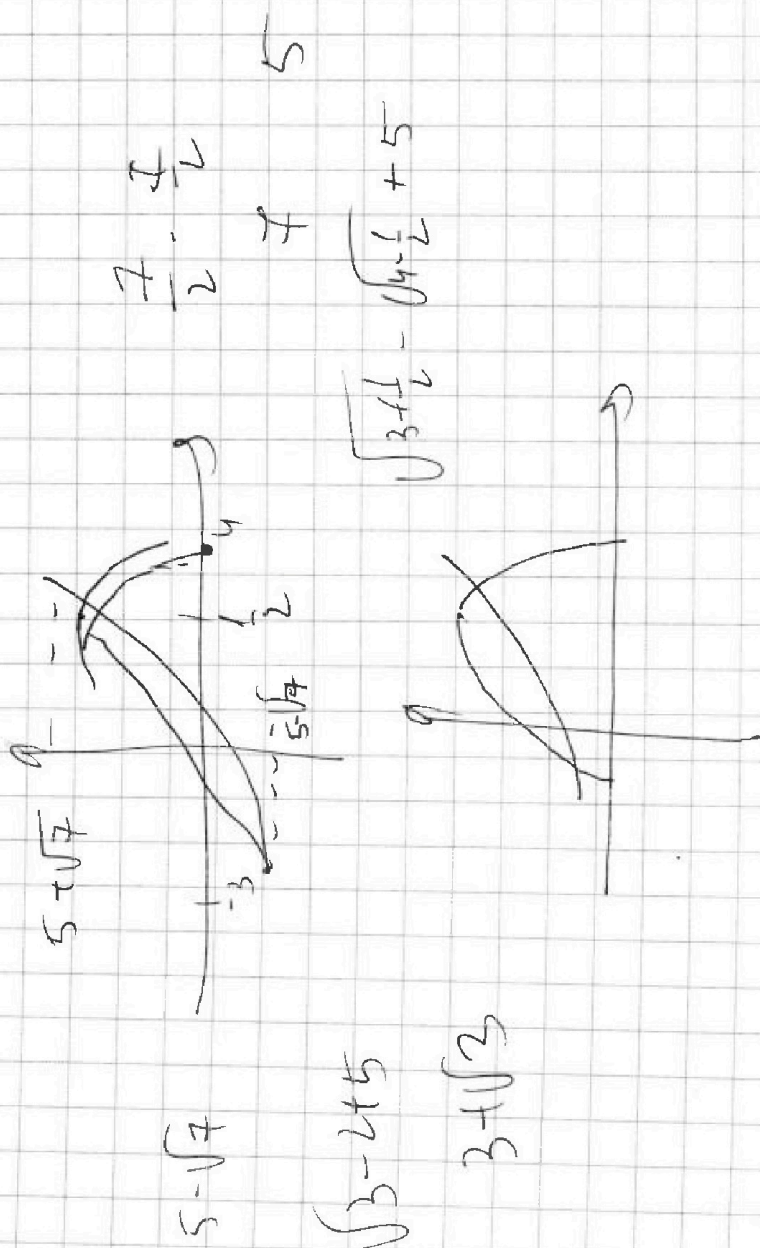


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b=2:$$

$$\begin{array}{r} a+b=560 \\ a=556 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 16 \equiv 1 \\ 3 \\ C \neq 555 \end{array}$$

$$C \neq 557$$

$$(556-c)(2-c)=p_2$$

$$555=p_2$$

$$556-c=p_2$$

$$C=1$$

$$C=3$$

$$553=p_2$$

$$\equiv -1$$



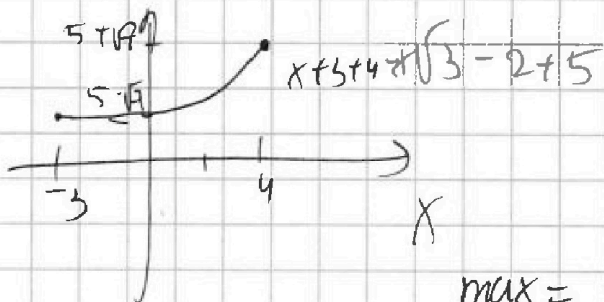
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} \quad (x \in [-3; 4])$$



$$5 - \sqrt{7} + 2 + 2b - 6 = 0$$

$$\sqrt{3-2}$$

$$\max = 2\sqrt{\frac{4^2}{4}} = 7$$

$$5 - \sqrt{7} \neq 7$$

$$\sqrt{7} > -2$$

$$b^4 + b^9$$

$$b^2 + 2b + 1 + b^2 = 7$$

$$b^4 + b - 3 = 0$$

$$a - b + 5 = 2ab = 0$$

$$a^2 + b^2 = 7$$

$$(a^2 + b^2 - 2ab) + a - b + 5 = 7$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0$$

$$\begin{cases} a-b=1 \\ a-b=-2 \end{cases} \Rightarrow a-b=1$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 1$$

$$7 - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 1$$

$$3 = \sqrt{(x+3)(4-x)}$$

$$3 = -x^2 + x + 12$$

$$\left(\frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; 12; 0 \right)$$

$$1) a - b = 1$$

$$a = b + 1$$

$$2b^2 + 2b - 6$$

$$b^4 + b - 3 = 0$$

$$0 = 1 + 12 = 13$$

$$b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} + 1$$

$$b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$\begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} > 4 \\ x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} < -3 \end{cases}$$

$$x+3 = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4} = \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$$

$$x = \frac{14 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ b = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$\sqrt{x+3} = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$$

$$x+3 = \frac{1 + 13 - 2\sqrt{13}}{4} = \frac{2\sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3 - 3$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

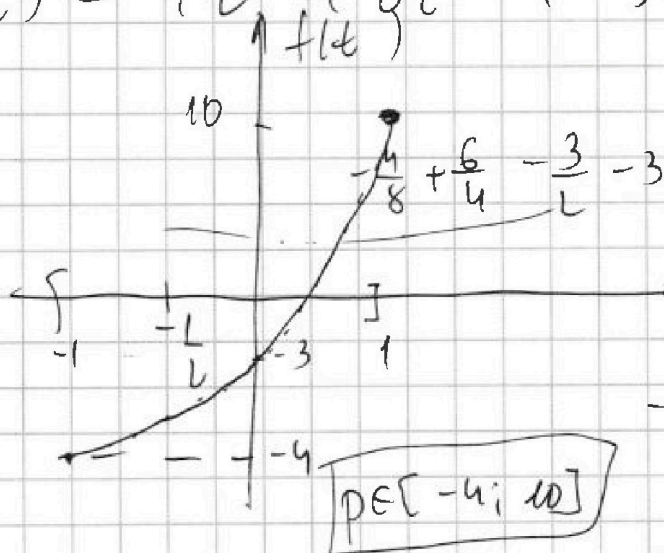
$$3 \cos 2x = 3(2 \cos^2 x - 1) = 6 \cos^2 x - 3$$

$$f(x) = 4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 \quad | \quad t \in [-1; 1]$$

$$f' = 12t^2 + 12t + 3 = 0$$

$$4t^2 + 4t + 1 = 0$$

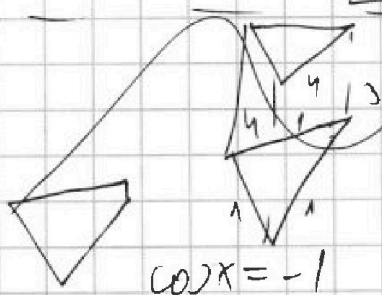


$$t = -\frac{1}{2} + \frac{3 - 3 - 3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$-4 + 6 - 3 - 3 = -4$$

$$2 - 6$$

$$4 + 6 + 3 - 3 = 10$$



$$\cos x = -1$$

$$x = \pi$$

$$x = \pi$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos 2x = 1$$

$$-1 + 3 + 6 = 8$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p$$

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x$$

$$2 \cos 2x \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x = p$$

$$2UV + 3V + 5U = p$$

$$\cos 3x + \cos x + 3 \cos 2x + 5 \cos x$$

$$V = 2U^2 - 1$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 \cos 2x = p$$

$$4 \cos^3 x + 3 \cos$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. Пусть b_1 — первый член геом. прогрессии, q — шаг.

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{13x-35}{x+11}} = b_1 q^6 \\ 5-x = b_1 q^{12} \\ \sqrt{(13x-35)(x+11)} = b_1 q^{14} \end{cases}$$

$\Rightarrow (5-x) \sqrt{\frac{x+11}{13x-35}} = q^2$

$(x+11)^2 = q^2 \frac{(13x-35)^2 (x+11)^2}{(x-5)^4} : (x+11)^2$

$$(x-5)^4 = (13x-35)^2$$

$$\begin{cases} x^2 - 10x + 25 = 13x - 35 \\ x^2 - 10x + 25 = -13x + 35 \end{cases}$$

$x = 3, 10, x = -5, 29$

$x^2 - 28x + 60 = 0$
 $x^2 + 3x - 10 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $x = 3, d = \frac{1}{32}, q = 64$

2) $x = 10, q = \sqrt[4]{2}, b_1 = -\frac{15}{2^{13}} \quad \times$

3) $x = -5: d, q^{12} = 10, q = \sqrt{2}, b_1 = \frac{5}{32}$

4) $x = -12:$

Ответ: $x = 3, x = -5.$

2. $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$
 $|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{165-z^2}$

1) $1-y + 3(12-y) = \sqrt{165-z^2}$
 $37-4y = \sqrt{165-z^2}$
 $4y \leq 37$
 $y \leq \frac{36+1}{4} = 9.25$

$\sqrt{165-z^2} \leq 13$
 $|y+1| + 3|y-12| \geq 13$
 $|y+1| + 3|y-12| \geq 13$
 $4 = |y+1| + 3|y-12|$
 $37-4y \geq 13$
 $4y \leq 24$
 $y \leq 6$

$z = \pm 13$
 $y = 12$
 $z = 13$
 $y = 11$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{-9-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+25}$
 $x_0 = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$