



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5-x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x-35)(x+1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$r. 17: b_7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = b_7 \cdot q^6 = 5-x = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6$$

$$b_{15} = b_7 q^8 = b_7 q^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} q^8$$

$$\begin{cases} q^6 \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x & (1) \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 & (2) \end{cases} \quad \text{Огранич.: } \begin{cases} 13x-35 \geq 0 \\ (x+1)^3 > 0 \\ 5-x \geq 0 \\ (13x-35)(x+1) \geq 0 \end{cases}$$

Если $\sqrt{(13x-35)(x+1)} = 0$, то $\begin{cases} x = \frac{35}{13} \\ x = -1 \end{cases}$, тогда $5-x \neq 0 \Rightarrow q = 0 \Rightarrow$

не реш. прогресс.

Аналогично если $5-x=0$, то $x=5 \Rightarrow \sqrt{(13x-35)(x+1)} \neq 0 \Rightarrow$

не м.д.

Тогда $\sqrt{(13x-35)(x+1)} \neq 0$ и $5-x \neq 0$ и $q^2 \neq 0 \Rightarrow$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{q^6 \sqrt{13x-35}}{q^2 \sqrt{(x+1)^3}} = \frac{5-x}{q^2(5-x)}$$

$$q^4 \sqrt{\frac{1}{(x+1)^4}} = \frac{1}{q^2}$$

$$\frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{q^8}$$

$$(x+1)^2 = q^8$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ x+1 = -q^4 \end{cases}$$

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 \quad (2) \quad (\Leftrightarrow)$$

$$q^2 = \sqrt{q^4}, \text{ не } -\sqrt{q^4}, \text{ т.к. } q \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 \\ x+1 = -q^4 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x+1 = q^4} \\ \sqrt{(x+1)(13x-35)} = (5-x)\sqrt{x+1} \\ \cancel{x+1 = -q^4} \\ q^4 = -x-1 \\ \sqrt{(13x-35)(x+1)} = (5-x)\sqrt{-x-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = q^4 \\ \sqrt{13x-35} = 5-x \\ \sqrt{-13x+35} = 5-x \\ q^4 = -(x+1) \end{cases} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$\begin{cases} q^4 = x+1 \\ 13x-35 = 25+x^2-10x \\ 35-13x = x^2-10x+25 \quad (\Leftrightarrow) \\ q^4 = -(x+1) \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-23x+60=0 \\ x^2+3x-10=0 \\ q^4 = -(x+1) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g^4 = x+1 \\ (x-20)(x-3) = 0 \\ g^4 = -x-1 \\ (x-2)(x+5) = 0 \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} g^4 = x+1 \\ x = 20 \\ x = 3 \\ g^4 = -x-1 \\ x = 2 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} g^4 = 21 \\ x = 20 \\ g^4 = 4 \\ x = 3 \\ g^4 = -3 \\ x = 2 \\ g^4 = 4 \\ x = -5 \end{cases} \begin{array}{l} \text{не ил.} \\ \text{т.к. } g^4 \geq 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} g = \pm \sqrt[4]{21} \\ x = 20 \\ g = \pm \sqrt[4]{4} \\ x = 3 \\ x = -5 \end{cases}$$

- получаем 3 значения x : $x = 20$
 $x = 3$
 $x = -5$

Но начальными ограничениями: $x = 20$ не подходит.

Ответ: $x \in \{-5; 3\}$

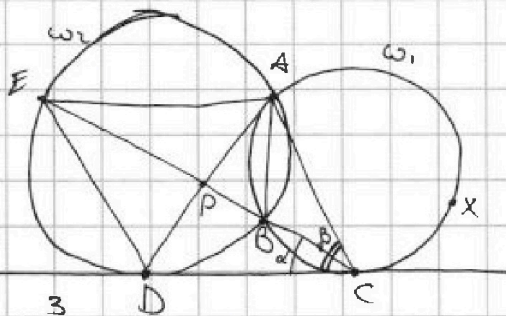


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

1) $\angle ECD = \alpha$, тогда как
дуга $\overset{AO}{AC}$ между кас. и хордой,
он равен $\frac{1}{2} \angle ABC = \angle BAC$, т.к.
он висс. опущен на $\angle BC$

2) $\angle ACD = \beta$, тогда
аналогично он $= \frac{1}{2} \angle ABC \Rightarrow$
 $\angle AXC = 360^\circ - 2\beta \Rightarrow \angle ABC =$
 $= \frac{1}{2} \angle AXC$ (как висс. опущен на хорду) =
 $= 180^\circ - \beta \Rightarrow \angle ABE = \beta$ как смеж.

$\angle EDA = \beta$ как висс. опущен на
ту же дугу

3) $\angle ADC = \gamma$, тогда аналогично $\angle AED = \gamma$

4) ~~$\angle EAD = 180^\circ - \alpha - \beta$~~

$\triangle EAD$ и $\triangle DAC$: $\angle AED = \gamma = \angle ADC \Rightarrow \triangle EAD \sim \triangle DAC$
 $\angle ADE = \beta = \angle ACD$ но ? $\angle \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EAD = \angle DAC \Rightarrow AP$ - бис-са $\angle EAC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle EAP$: ~~$\frac{CP}{PE} = \frac{CA}{AE}$~~ по св-ву бис-сы $\triangle EAC$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{3}{10} \Rightarrow \angle CA = 3x, \text{ тогда } AE = 10x$$

6) из п. 4: $\frac{ED}{DC} = \frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AD}$

$$AD^2 = AC \cdot AE = 30x^2 \Rightarrow AD = x\sqrt{30}$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{x\sqrt{30}}{3x} = \frac{\sqrt{30}}{3}$$

Ответ: $\sqrt{30} : 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b \\ (a-b) \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \quad (p - \text{прост. число}) \\ a + b^2 = 560 \quad (*) \end{cases}$$

Найти $a, b, c \in \mathbb{Z}$

(*) : $a = 560 - b^2 \rightarrow$ в систему ~~уравн~~ ур-н :

$$\begin{cases} 560 - b^2 > b & (1) \\ (560 - b^2 - b) \neq 3 & (2) \\ (560 - b^2 - c)(b - c) = p^2 & (3) \\ a = 560 - b^2 \end{cases}$$

(1) : $b^2 + b - 560 < 0$

чис = 0 : $D = 1 + 560 \cdot 4 = 2241$

$$b_1 = \frac{-1 + \sqrt{2241}}{2}$$

$$b_2 = \frac{-1 - \sqrt{2241}}{2}$$

$$47^2 < 2241 < 48^2$$

~~23 < b_1 < 23,5~~
~~-24,5 < b_2 < -24~~

$$\begin{array}{c} + \quad \text{TTTTTTT} \quad + \\ \hline -24,5-24 \quad \quad \quad 23,5-23,5 \end{array}$$

$b \in \mathbb{Z} \Rightarrow b \in \{-24; -23; -22; \dots; -1; 0; 1; 2; \dots; 23\}$

(2) $(560 - b^2 - b) \neq 3$

$(b^2 + b) \neq 560$, $\& 560 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \not\equiv 2 \pmod{3}$

если $b \equiv 0 \pmod{3}$, $b^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$ не подходит

$b \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow$ не подходит

$b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow (b^2 + b) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow$ подходит

$b \equiv 0 \pmod{3}$ или $b \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow b \in \{-24; -22; -21; -19; -18; -16; -15; -13; -2; -10; -9; -7; -6; -4; -3; -1; 0; 2; 3; 5; 6; 8; 9; 11; 12; 14; 15; 17; 18; 20; 21; 23\}$

(3) $(560 - b^2 - c)(b - c) = p^2$

1) $560 - b^2 - c = p^2; b - c = 1$

2) $560 - b^2 - c = -p^2; b - c = -1$

3) $560 - b^2 - c = 1; b - c = p^2$

4) $560 - b^2 - c = -1; b - c = -p^2$

5) $560 - b^2 - c = p = b - c$

6) $560 - b^2 - c = -p = b - c$

заметим 2 случая $\Leftrightarrow 560 - b^2 = b \Leftrightarrow b^2 + b - 560 = 0$, где b_1 и $b_2 \notin \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 560 - b^2 - c = p^2; \quad b - c = 1$$

~~$$560 - b^2 - c = p^2$$~~

$$c = b - 1$$

$$560 - b^2 - (b - 1) = p^2$$

$$560 - b^2 - b + 1 = p^2$$

$$561 - b^2 - b = p^2$$

$$b^2 + b + p^2 - 561 = 0$$

$$D = 1 - 4p^2 + 2244 = 2245 - 4p^2$$

$$\text{чтобы } b \in \mathbb{Z}, \quad 2245 - 4p^2 = k^2, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$p = 3: \text{ ~~если~~ } D = 2209 = 47^2 \Rightarrow b = \frac{-1 \pm 47}{2}$$

$$b = -24 \quad b = 23$$

~~$$a = 560 - b^2$$~~

$$I) \text{ если } b \equiv 0 \pmod{3}: a \equiv 2 - 0^2$$

$$a \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow \text{не делится на } p=3$$

$$\text{Если } c \equiv 0 \pmod{3}: (a-c)(b-c) \equiv (2-0)(0-0) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$\text{Если } c \equiv 1 \pmod{3}: (a-c)(b-c) \equiv (2-1)(0-1) \equiv -1 \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \not\equiv 0 \pmod{3}$$

т.к. кв. числа $\equiv 1 \pmod{3}$

$$\text{Если } c \equiv 2 \pmod{3}: (a-c)(b-c) \equiv (2-2)(0-2) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p=3$$

0 по mod 3

$$II) \text{ если } b \equiv 2 \pmod{3}: a \equiv 2 - 2^2 \equiv 1$$

$$c \equiv 0 \pmod{3}: (a-c)(b-c) \equiv 2 \pmod{3}, \text{ что не м.д.}$$

$$c \equiv 1 \pmod{3}: (a-c)(b-c) \equiv 0 \pmod{3}, \Rightarrow p=3$$

$$c \equiv 2 \pmod{3}: (a-c)(b-c) \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p=3$$

Значит единственное $p=3$ может подойти

Случай 1) $a-c=p^2$ и $b-c=1$ - разобран, $b=-24$ или $b=23$

Случай 2) $a-c=-p^2$ и $b-c=-1$:

$$c = b + 1 \Rightarrow 560 - b^2 - (b + 1) = p^2$$

$$559 - b^2 - b = p^2$$

$$b^2 + b - 559 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 559 = 2237 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Случай 3) $a-c=1$ и $b-e=p^2$

$$c = 560 - b^2 - 1$$

$$b - 560 + b^2 + 1 = 9$$

$$b^2 + b - 558 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 558 = 2273 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Случай 4) $a-c=-1$ и $b-e=-p^2$

$$c = 560 - b^2 + 1$$

$$b - 561 + b^2 = 9$$

$$b^2 + b - 570 = 0$$

$$D = 1 + 570 \cdot 4 = 2281 \neq k^2, \text{ где } k \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Получается, решение: $b = -24$ и $b = 23$

$$\downarrow$$

$$a = 560 - b^2 = -16$$

или

$$(-16 - c)(-24 - c) = 9$$

$$384 + 40c + c^2 = 9$$

$$c^2 + 40c + 375 = 0$$

$$(c + 15)(c + 25) = 0$$

$$c = -15 \quad c = -25$$

$$\downarrow$$

$$a = 560 - b^2 = 31$$

$$(31 - c)(23 - c) = 9$$

$$713 - 54c + c^2 = 9$$

$$c^2 - 54c + 704 = 0$$

$$(c - 32)(c - 22) = 0$$

$$c = 32 \quad c = 22$$

Ответ: $(-16; -24; -15);$
 $(-16; -24; -25);$
 $(31; 23; 32);$
 $(31; 23; 22).$

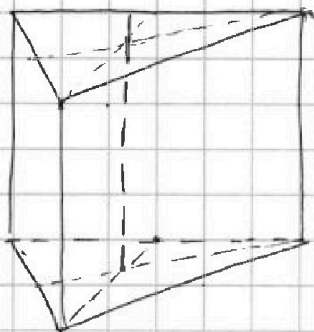


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

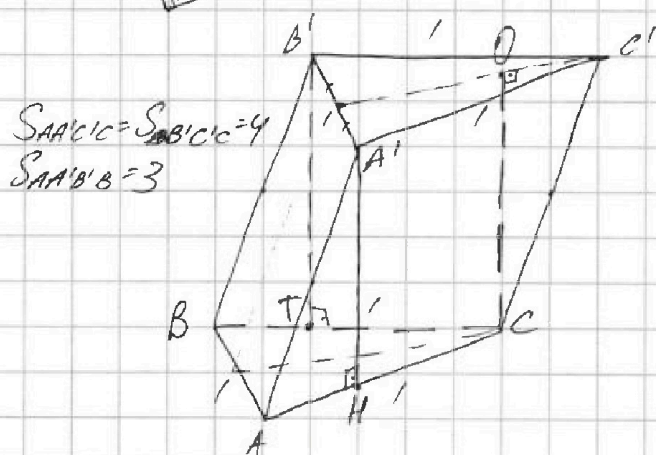
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{AA'C'C} = AC \cdot A'H = 4$$
$$AC = 1 \Rightarrow A'H = 4$$

Аналогично $B'T = 4$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -24: a = 560 - b^2 = -16$$

$$(16 - c)(-24 - c) = p^2$$

$$c = -25; p = 3$$

$$b = -22: a = 560 - b^2 = 76$$

$$(76 - c)(-24 - c) = p^2$$

$$76 - c = 1: c = 75 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ - не н.д.}$$

$$76 - c = -1: c = 77 \Rightarrow p^2 = 101 \text{ - не н.д.}$$

$$-24 - c = 1: c = -25 \Rightarrow p^2 = 101 \text{ - не н.д.}$$

$$-24 - c = -1: c = -23 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ - не н.д.}$$

$$b = -21: a = 560 - b^2 = 119$$

$$(119 - c)(-21 - c) = p^2$$

$$119 - c = 1: c = 118 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$119 - c = -1: c = 120 \Rightarrow p^2 = 141 \text{ X}$$

$$-21 - c = 1: c = -22 \Rightarrow p^2 = 141 \text{ X}$$

$$-21 - c = -1: c = -20 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$b = -18: a = 560 - b^2 = 199$$

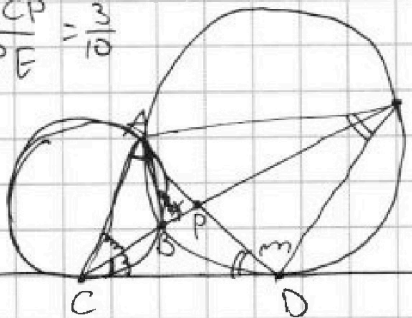
$$(199 - c)(-18 - c) = p^2$$

$$199 - c = 1: c = 198 \Rightarrow p^2 < 0 \text{ X}$$

$$199 - c = -1: c = 200 \Rightarrow p^2 = 219 \text{ X}$$

$$-18 - c = 1:$$

$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$



$$\frac{CB}{BE} = \frac{CP - X}{EP + X} =$$

$$+4 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$+4t^3 + 6t^2 + 3t - 1 = p$$

$$(4t^3 - 1) + 3t(t + 1) = p$$

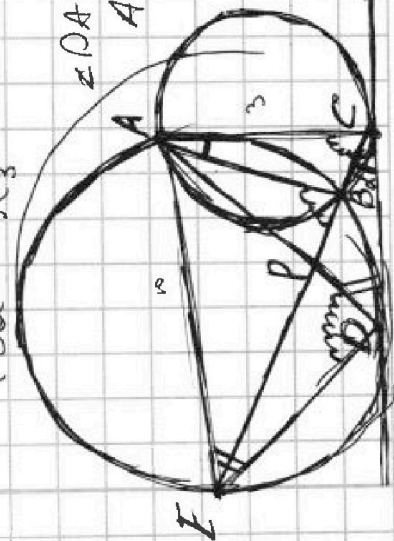
$$t(2a + 1) + 3a + 6t = p$$

$$2at + 3a + 7t = p$$

$$(3a - 1) \left(\frac{2}{3}t\right)$$

$$\angle DAC = \angle DAE \Rightarrow$$

$$AD \text{ бис-са}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ \cos x (4 \cos^2 x - 3) + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ \cos x (2(2 \cos^2 x - 1) + 1) + 3(\cos 2x + 2 \cos x) &= p \\ \cos x (2 \cos 2x + 1) + 3 \cos 2x + 6 \cos x &= p \\ 2 \cos 2x \cos x + 7 \cos x + 3 \cos 2x &= p \\ 4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 &= p \\ \cancel{\cos 2x + 3} (\cancel{2 \cos^2 x - 1} + 2 \cos x) & \\ 4 \cos^3 x + 3(\cos 2x + \cos x) &= p \\ 4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x + \cos x - 1) &= p \\ 4 \cos^3 x + 3(2 \cos^2 x + 1)(\cos x + 1) &= p \\ 2 \cos 2x \cos x + \cos x + 6 \cos x + 3 \cos 2x &= p \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 45 \\ \hline 90 \\ 180 \\ \hline 2025 \\ \hline \begin{array}{r} \times 46 \\ 276 \\ 184 \\ \hline 2116 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 47 \\ 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 48 \\ 384 \\ 192 \\ \hline 2304 \end{array} \end{array}$$

$$4040 = 1600$$

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = p^2 \\ a + b^2 = 560 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 560 - b^2 > b & (1) \\ 560 - b^2 - b \neq 3 & (2) \\ (560 - b^2 - c)(b - c) = p^2 \\ a = 560 - b^2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \\ 1 \cdot 560 \\ 4 \cdot 140 \\ 8 \cdot 70 \\ 16 \cdot 35 \\ 5 \cdot 112 \\ 10 \cdot 56 \\ 20 \cdot 28 \\ 40 \cdot 14 \\ 80 \cdot 7 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$(1) \quad b^2 + b - 560 < 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 560 = 2241$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{2241}}{2} \in (47; 48)$$

$$b_1 = \frac{-1 + \sqrt{2241}}{2} \quad b_2 = \frac{-1 - \sqrt{2241}}{2}$$

$$23 < b_1 < 23,5 \quad -89,5 < b_2 < -24$$

$$(2) \quad 560 \neq b^2 + b \Leftrightarrow 2 \neq b^2 + b$$

$$\begin{aligned} b \equiv 0 \pmod 3: \quad b^2 &\equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow \checkmark \\ b \equiv 1 \pmod 3: \quad b^2 &\equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow \times \\ b \equiv 2 \pmod 3: \quad b^2 &\equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow \checkmark \end{aligned} \quad \Bigg\| \Rightarrow b^2 + b \equiv 3 \pmod 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$b = -24$ $a + 576 = 560$
 $a = -16$
 $(-16 - 24) = -40 = p^2$

$(a-c)(b-c) = p^2$ $560 - 19$

$+1 \quad +p^2$
 $+p \quad +p$
 $+p^2 \quad +1$

$1) 560 - b^2 - c = 1; b - c = p^2$
 $c = 560 - b^2 - 1 = 559 - b^2$
 $559 - b^2 = b - p^2$
 $b^2 + b - 559 = p^2$

$(2) a - c = 1; b - c = p^2$
 $c = a - 1 = 560 - b^2 - 1 = 559 - b^2$
 $b - 559 + b^2 = p^2$
 $b^2 + b - 559 = p^2$

$D = 1 + 236 = 237$
 $375 = 5 \cdot 75 = 3 \cdot 5$
 $4 \cdot 16 = 64$
 $4 \cdot 16 \cdot 11 = 64 \cdot 11$
 $p = 21$
 $b^2 + b - 559 = 4$
 $b^2 + b - 563 = 0$
 $D = 1 + 2252 = 2253$
 $b \in \mathbb{Z} \Rightarrow p \in \mathbb{Z} \Rightarrow p^2 \in \mathbb{Z}$

$(b^2 + b - 559) : 2 \Rightarrow b^2 + b : 2$
 $p = 3: b^2 + b - 568 = 0$
 $D = 1 + 2272 = 2273 \Rightarrow b \notin \mathbb{Z}$
 $b^2 + b - 559 : 3 \Rightarrow b^2 + b \equiv 559 \pmod{3}$

$24 - 77 = 101$
 $76 + 25 = 101$

23
 23
 69
 46
 529
 31

23
 31
 23
 713

560
 484
 76
 $\times 21$
 21
 21
 441
 119

$-24 - 16$
 $-22; 76$
 $-21; 119$
 $-19; 199$
 $-18;$
 $-16;$
 $-14;$
 $-12;$
 $-10;$
 $-8;$
 $-6;$
 $-4;$
 $-2;$
 0

-3
 -1
 0
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15

17
 18
 20
 21
 23
 $23 + 25 =$

30
 45

30
 45

30
 45

$ED \perp CD$
 $CE = CD^2$
 2281

$EP = \frac{3}{10}$
 $ED \perp CD$

24
 $\times 23$
 16
 444
 444
 24
 384

23
 $\times 23$
 69
 46
 529
 31

560
 529
 31