



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2) \quad x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$D = 441 - 152 = 289$$

$$x = \frac{-21 \pm 17}{2}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -16 \end{cases}$$

Проверим подстановка на эти корни уравнения.

1) $x = -2$. Не подходит, т.к.

$$(25x + 34)(3x + 2) < 0$$

$$2) \quad x = -30$$

$$b_{10} = 716 \cdot 929$$

$$b_{12} = 32$$

$$b_{18} = \frac{716}{929}$$

Для остальных $q_1 > 0 \Rightarrow$ существует бесконечное множество проф. из уса-е \oplus выполняется ОДЗ на заданном.

Ответ: $-2; -16; -30$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

b - геом. прогр-я \rightarrow геом-я

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = b_1 \cdot q^9$$

$$b_{12} = 2-x = b_1 \cdot q^{11}$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b_1 \cdot q^{17}$$

b_1 - первый член
 q - знаменатель прогрессии.

$$b_{10} \cdot b_{18} = \sqrt{\frac{(25x+34)^2}{(3x+2)^3}} = b_1^2 \cdot q^9 \cdot b_1 \cdot q^{17} = (b_1 q^{13})^2$$

сеть (10)

Пусть геом. прогрессия Γ_n имеет
наимень $q_1 = q^2$ и $\Gamma_1 = b_{10}$ $q_1 > 0$

Тогда $\Gamma_1 = b_{10}$, $\Gamma_2 = b_{10} \cdot q^2 = b_1 \cdot q^{11} = b_{12}$,

$$\Gamma_3 = b_1 \cdot q^4 = b_1 \cdot q^{13}$$

При этом $\Gamma_2 = \sqrt{\Gamma_1 \cdot \Gamma_3}$

$$\Gamma_2 = \sqrt[4]{\frac{(25x+34)(3x+2)(25x+34)}{(3x+2)}} = \sqrt{25x+34}$$

~~$\sqrt[4]{(25x+34)(3x+2)}$~~

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 4+x^2-4x = 25x+34 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-4x+4 = 25x+34 & (1) \\ x^2-4x+4 = -25x-34 & (2) \end{cases} + \boxed{x \leq 2}$$

геом-я

(1) $x^2 - 29x - 30 = 0$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -30 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

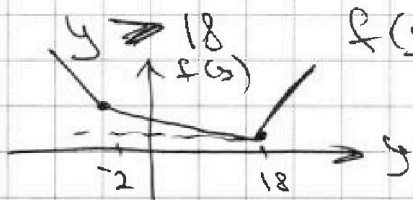
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} & (2) \\ |y+21 + 2|y-18| = \sqrt{400-2z^2} & (1) \end{cases}$$

(1) $f(y) = |y+21 + 2|y-18|$

При $y \leq -2$ $f(y) = -y - 2 - 2y + 36 = -3y + 34$ ($f \downarrow$)

$-2 < y \leq 18$ $f(y) = y + 2 - 2y + 36 = -y + 38$ ($f \downarrow$)



$f(y) = y + 2 + 2y - 36 = 3y - 34$ ($f \uparrow$)

функция z и q -и 6
имеет $y = 18$

$f(18) = 20$. Т.е. 1. z есть $z = 0$ (1)
 $\Rightarrow z = 20$ $\forall y$.

$\sqrt{400-2z^2} \leq 20 \Rightarrow$ $z = 0$ \Rightarrow $z = 20$

$y = 18, z = 0$.

Подставим во (2)

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 &= 2\sqrt{-x^2-3x+18} \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} &= 2\sqrt{(x+6)(3-x)} - 7 \quad (1)^2 \\ x+6 + 3-x - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} &= 4(x+6)(3-x) + \\ + 49 - 28\sqrt{(x+6)(3-x)} \end{aligned}$$

Заменим: $\sqrt{(x+6)(3-x)} = t \quad t \geq 0$.

$4t^2 - 28t + 40 = 0 \quad | : 2$

$2t^2 - 14t + 20 = 0$

$D = 169 - 160 = 9$

$t = \frac{13 \pm 3}{4} = \begin{cases} 4 \\ 5/2 \end{cases}$

$-6 \leq x \leq 3$

$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 \geq 0$

Отв. 3-ья:

1) $\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-x^2 - 3x + 18 = 16$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

~~$x = 1$~~
 ~~$x = -2$~~

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$2) \sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2}$$

$$-x^2 - 3x + 18 = \frac{25}{4} \quad | \cdot 4$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 188 = 224 = \left(\frac{4}{16} \cdot \sqrt{14}\right)^2$$

$$x = \frac{-6 \pm 4\sqrt{14}}{4}$$

$$x = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{-3 - 2\sqrt{14}}{2} \\ x = \frac{-3 + 2\sqrt{14}}{2} \end{array} \right.$$

(x; y; z):

Ответ: $\left(\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}; 18; 0\right); \left(\frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}; 18; 0\right)$

Все координаты



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cdot \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

хочу бы было p.

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

Заменим: $\cos x = t$

$$4p \cdot t^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0 \quad | :4$$

$$p \cdot t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

Чтобы некоторые уравнения имели ≥ 1 корней, уравнение имеет ≥ 1 решение $|t| \leq 1$.

$$(p-1)t^3 = -(t^3 + 3t^2 + 3t + 1)$$

$$(p-1)t^3 = -(t+1)^3$$

$$t \cdot \sqrt[3]{p-1} = -t-1$$

$$t(\sqrt[3]{p-1} + 1) = -1$$

$$1) \sqrt[3]{p-1} + 1 = 0$$

$$p = 0$$

$$0 = -1 \quad \emptyset$$

$$2) p \neq 0$$

$$t = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$|t| \leq 1$$

$$-1 \leq -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 1$$

Проверим, что здесь ровно 1 решение \Rightarrow оно не возможно ≤ 1 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

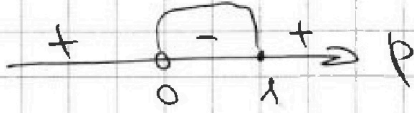
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \quad -1 \leq \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$-1 + \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 0$$

$$\frac{\sqrt[3]{p-1}}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 0$$



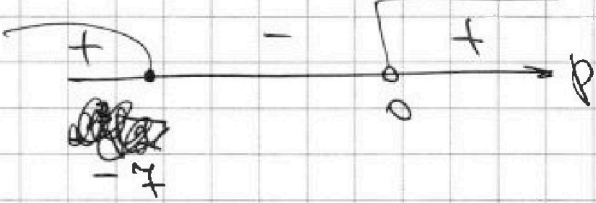
$$p \in (0; 1]$$

Ответ:
 $p \in (0; 1]$
 $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

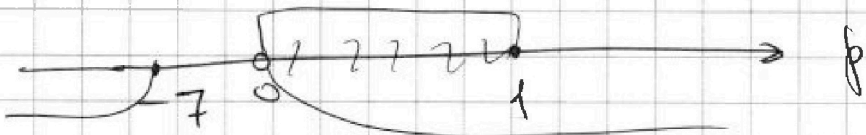
$$(2) \quad 1 \geq -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$1 + \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \geq 0$$

$$\frac{\sqrt[3]{p-1} + 2}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \geq 0$$



Пересечем (1) и (2):



$$p \in (0; 1]$$

При этом $t = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$

$$\cos x = -\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Остаток



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

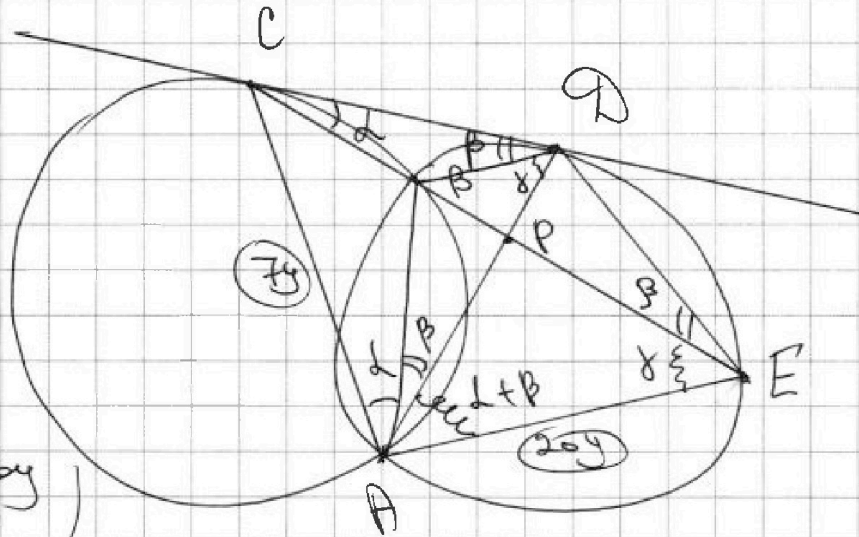
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$$\frac{CP}{PE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Решение:



В $\triangle ACE$
по т. осн. хорд
и т. осн.

$$\frac{AC}{AE} = \frac{CP}{PE} = \frac{7}{20}$$

$\triangle DEAN$
 $\triangle CDA$
по двум углам
($\alpha + \beta$ и $\alpha + \beta$)

$$\Rightarrow \frac{DE}{CD} = \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{CA}$$

$$\angle DCP = \alpha$$

$$\angle CDB = \beta$$

$$\angle DCP = \angle CAB = \alpha$$

$$\angle CDB = \angle CAD = \beta$$

по т. осн. хорд
и $\text{т. осн. касательной}$

$$\angle DEA = \gamma = \angle BDA \text{ осн. кр. хорд } AB.$$

$$\angle CPD = \angle APE, \text{ как верт. уг.}$$

$$\angle CPD + \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ (} \triangle CPD \text{)}$$

$$\angle APE + \beta + \gamma = 180^\circ \text{ (} \triangle APE \text{)}$$

$$\Rightarrow \angle PAE = \alpha + \beta.$$

$$\angle CAD = \alpha + \beta = \angle PAE \Rightarrow AD - \text{диам.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.) Рассмотрим симметрично относительно горизонтальной оси. Центр.

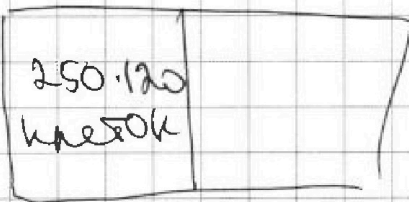


Сначала посчитаем каверзу, сначала и снизу \Rightarrow вверху 4 точки и снизу, причем каждой сверху соотв. точке.

снизу \Rightarrow $C_{4+500 \cdot 60}$ способов =

$$C_{4+500 \cdot 60}$$

2.) Аналогично для вертик. ср. линии

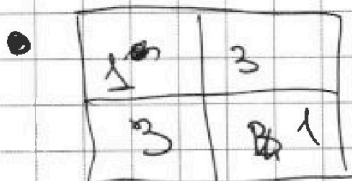
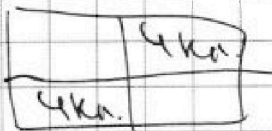


$$C_{4+250 \cdot 120}$$

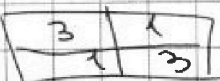
3.) Рассмотрим симм. относительно центра квадрата.



В окруж. (меньше или равно) 4 клетки и в центр. клетке $C_{4+250 \cdot 60}$ сп.



в эту точку симм. по 1, в эту по 3 $C_{3+250 \cdot 120} \cdot 2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \pi \cdot \left(C_{500-60}^4 + C_{250-60}^4 + C_{250-60}^3 - C_{250-60}^2 \right) = \\ & = \left(\frac{15000!}{2! \cdot 14998!} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{30000!}{4! \cdot 29996!} + \frac{15000!}{4! \cdot 14996!} + \right. \\ & \left. + \frac{15000!}{3! \cdot 14997!} - \frac{15000!}{2! \cdot 14998!} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ:} & \left(\frac{15000!}{2 \cdot 14998!} \right)^2 + 2 \left(\frac{30000!}{4! \cdot 29996!} + \right. \\ & \left. + \frac{15000!}{4! \cdot 14996!} + \frac{15000!}{3! \cdot 14997!} - \frac{15000!}{2 \cdot 14998!} \right) \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x + 6 + 3 - x + 49$$

$$\begin{cases} a - b = 2ab = 7 \\ a^2 + b^2 = 9 \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 - 2ab = 4ab^2 + 49 - 2ab$$

$$4a^2b^2 - 26ab + 49 = 0$$

$$4c^2 - 26c + 49 = 0$$

$$D = 169 - 160 = 9$$

$$c = \frac{13 \pm 3}{4} = \begin{cases} 10 \\ 2.5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 9 \\ ab = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 716/32 \\ 64/22 \\ 76 \end{cases}$$

$$9 - 2\sqrt{\dots} = 4(\sqrt{\dots})^2 + 49 - 28\sqrt{\dots}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a, b, c) \in \mathbb{Z} \quad a < b, \quad b - a \not\equiv 3, \\ (a-c)(b-c) - \text{кв. выг. число} \\ a^2 + b = 1000$$

Ищем $(a-c)(b-c) = p^2$ p - простое.

Тогда либо $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$ (1) либо $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$ (2)

либо $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ (3)

(1) $\begin{cases} a = p + c \\ b = p + c \end{cases}$ не может быть, т.к. $b > a$ по усл.

(2) $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c+1 \\ b = c+p^2 \end{cases} \oplus$

(3) $\begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases} \quad p \geq 2 \Rightarrow a > b$ не подходит

Единственный вариант $\begin{cases} a = c+1 \\ b = p^2 + c \end{cases}$

$$b - a \not\equiv 3$$

$$b - a = p^2 + c - c - 1 = p^2 - 1 \not\equiv 3$$

В квадрате могут быть только 0 и 1 или же 3.

Если $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$, то $p^2 - 1 \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3}$

$\Rightarrow p \equiv 3$. Т.к. p - простое число, то

$p = 3$. Тогда $a = c + 1$ и $b = c + 9$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 + b = 1000$$

$$(c+1)^2 + c + 9 - 1000 = 0$$

$$c^2 + 2c - 990 = 0$$

$$D = 9 + 3960 = 3969 = 63^2$$

$$c = \frac{-2 \pm 63}{2}$$

$$\begin{cases} c = 30 \\ c = -33 \end{cases}$$

Все yes-е упишеть.

~~Ответ:~~

$$c = 30$$

$$a = 31$$

$$b = 39$$

или

$$c = -33$$

$$a = -32$$

$$b = -24$$

Ответ:

$$(31; 39; 30); (-32; -24; -33)$$

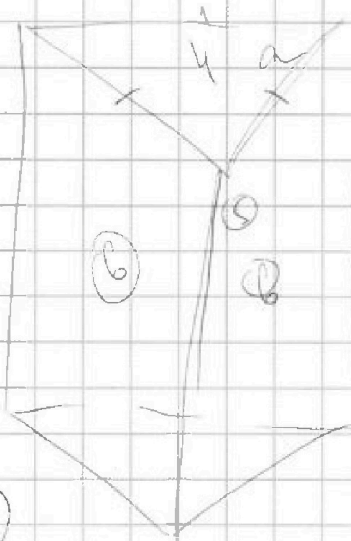


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$V = h \cdot a^2$$

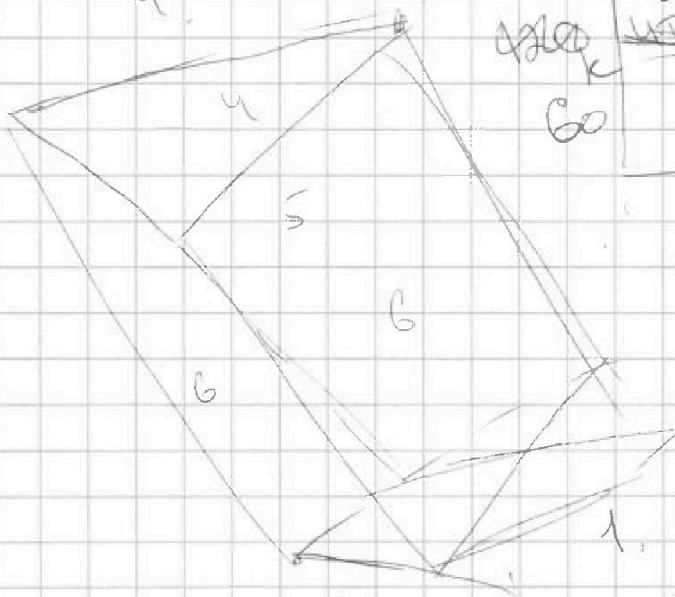
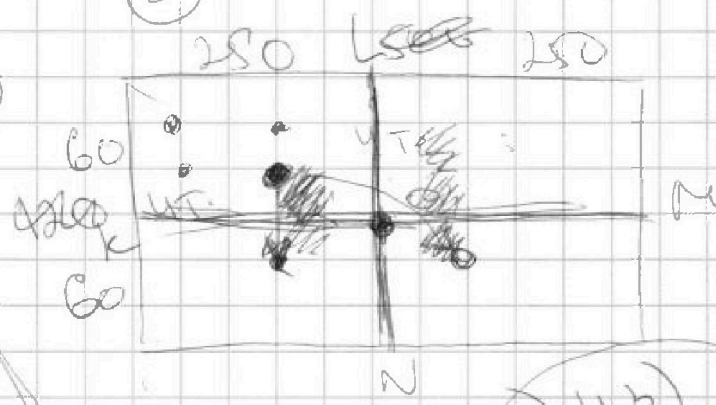
$$\frac{1}{2} a^2 \cdot h = \frac{1}{2} a^2 \cdot l \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} = \frac{(1) \cdot (2) \cdot (3)}{\dots}$$

3) LN

$$60 \cdot 250 \cdot (60 \cdot 250 - 1) \cdot (-2) \cdot (-3)$$

5)



8ka

A KM LN

2) 43) best solution

1. Оценки центра
4 км - 4 часа

2) Оценки ср. ден
сп. ден

$$(500 \cdot 120) \cdot (500 \cdot 120 - 1) \cdot (-2) \cdot (-3)$$

$$60 \cdot 500 \cdot (60 \cdot 500 - 1) \cdot (-2) \cdot (-3)$$

4!

(4 точки по одну сторону)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

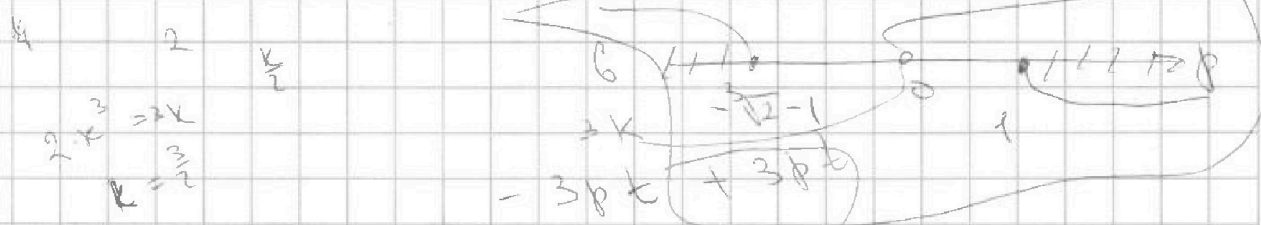
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $p \cdot \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$
 $\Rightarrow p \in (-\infty; -\sqrt[3]{2-1}] \cup [1; +\infty) = 0$

$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$

$\cos x = t$ где $t \in [-1; 1]$

$4p \cdot t^3 + 12t^2 - 3t(p+4) + 4 = 0$



$4p t^3 - 3tp + 12t^2 - 6 + 3pt + 12t + 10 = 0$

$4p \cdot t^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$

$t^3 \cdot p + 3t^2 + 3t + 1 = 0$

$t^3(p+1) + (t+1)^3 = 0$

$t^3(p-1) = (-1-t)^3$

$t(1 + \sqrt[3]{p-1}) = -1$

$p = 0$

$-1 \leq t = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 1$

$-1 + \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 0$

$\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

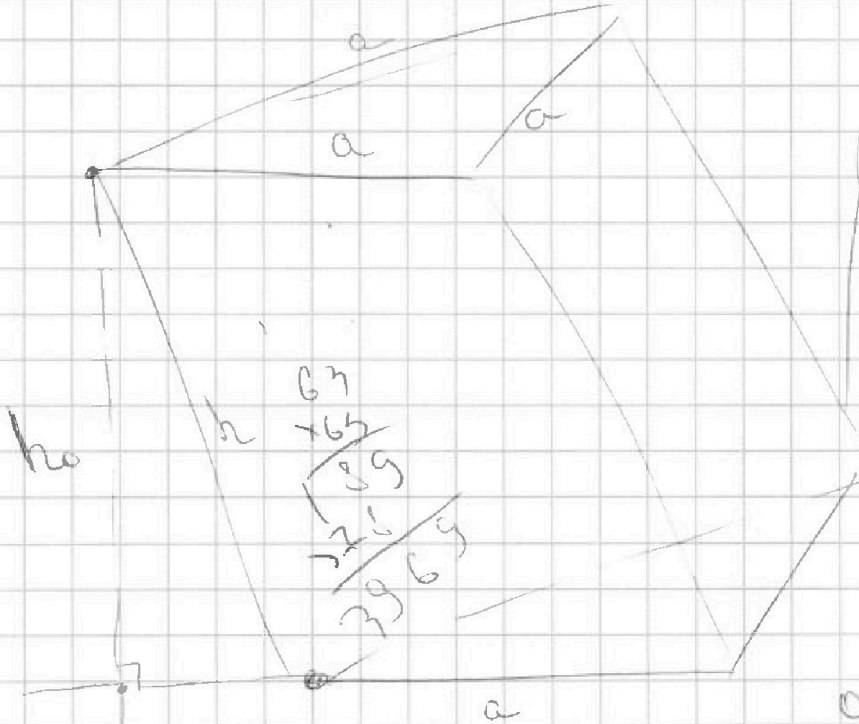
СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x + (6) + (3) - x - 2x + (49) -$$

$$2y - cx - 2x^2 + 2z$$

$$4z - 2x^2 - cx + 2y$$



$$a < b$$

$$b - a = \frac{1}{3}$$

$$(a - c)(b - c) = p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b - c = p^2$$

$$ab - c = 1$$

$$b = p^2 + c$$

$$a = c + 1$$

$$b - a = p^2 - 1 = \frac{1}{3}$$

$$p^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$p = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$p = 3?$$

0 1 1.

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 990 \\ + 4 \\ \hline 3960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 60 \\ \hline 3600 \end{array}$$

$$b = a + c$$

$$a = c + 1$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$c^2 + 1 + 2c + 9 + c = 1000$$

$$c^2 + 3c - 990 = 0$$

$$D = 3969 = 63^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 63}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x + 6 - 3z - x - 2z + 4y + \dots = 4y - 12x - 2z^2$

$400 - 2^2 \geq 0$
 $12 \leq 20$
 $x \geq -6$
 $3 - x - 2z \geq 0$
 $3 + 6$
 $9 - 2z$
 $9 - 2z \geq 0$
 $z \leq 4.5$
 $y - 3x - x^2 + z \geq 0$
 $y + 18 + 4.5$
 $y \geq -22.5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} = \sqrt{a_0}$$

$$b_{12} = 2 - x = b_{1 \cdot 9}''$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$b_{1 \cdot 9}'' =$$

$$b_{1 \cdot 9}'' \simeq$$

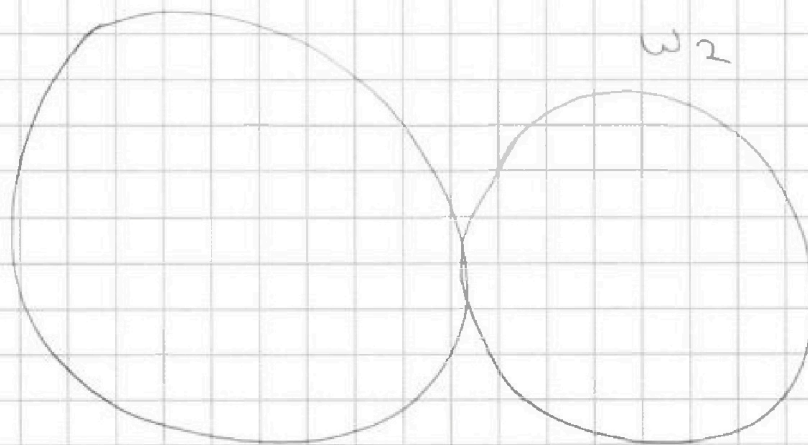
$$b_{10} \cdot b_{18} = (b_{1 \cdot 9}'')^2 = \left| \frac{25x-34}{3x+2} \right| =$$

$$= \left| 8\frac{1}{3} - \frac{\dots}{3x+2} \right|$$

$\frac{25 \cdot 50}{3}$

w_1

w_2





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

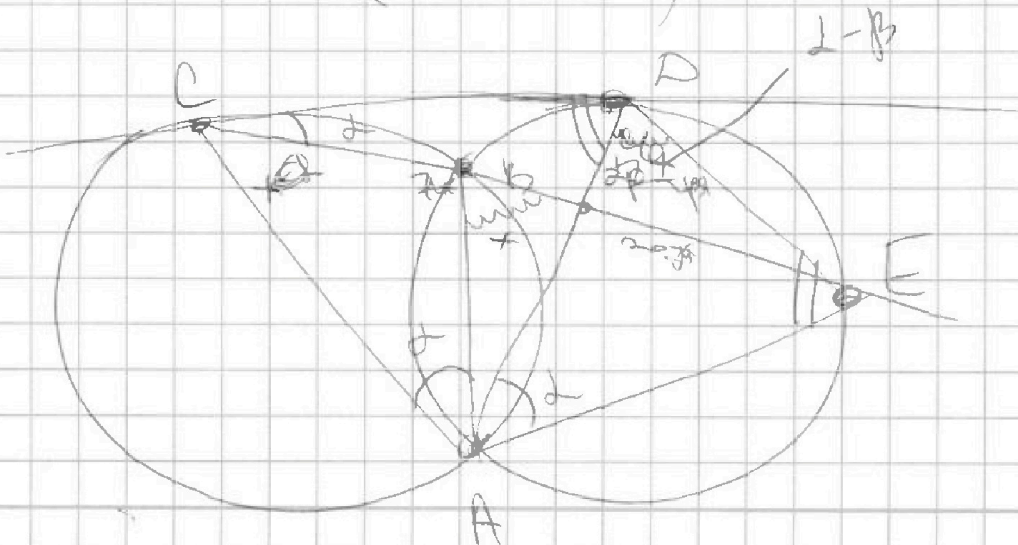
$$\frac{250 \cdot 60 (250 \cdot 60 - 1) (250 \cdot 60 - 2) (250 \cdot 60 - 3)}{4!} \cdot 2 \quad +$$

$$+ \frac{2 \cdot 60 \cdot 250 \cdot (60 \cdot 250 - 1) (60 \cdot 250 - 2)}{3!} \quad +$$

$$+ \frac{250 \cdot 120 (250 \cdot 120 - 1) (250 \cdot 120 - 2) (250 \cdot 120 - 3)}{4!} \quad +$$

$$+ \frac{500 \cdot 60 (500 \cdot 60 - 1) (500 \cdot 60 - 2) (500 \cdot 60 - 3)}{4!} \quad -$$

$$- \frac{(60 \cdot 250 \cdot (60 \cdot 250 - 1))^2}{2}$$



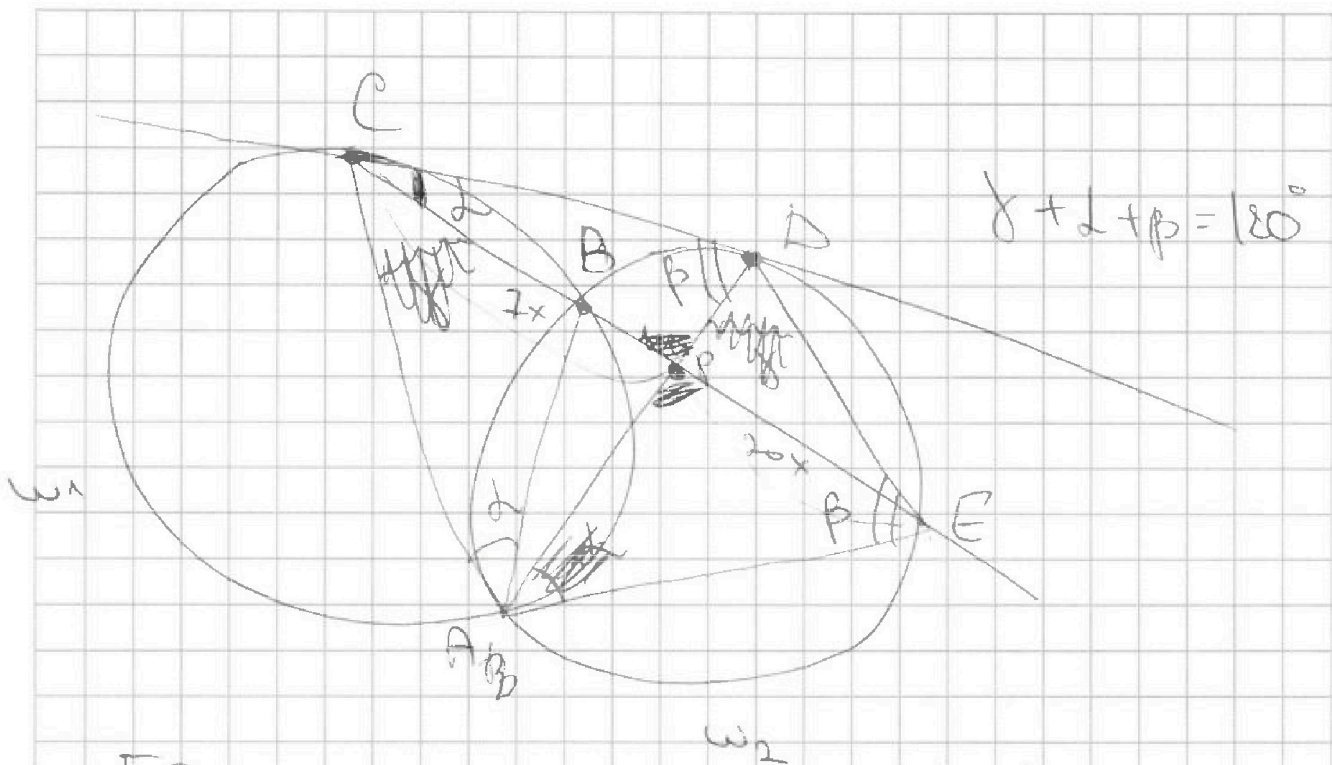


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\gamma + \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\frac{ED}{CD} ?$$

$$\triangle CDP \sim \triangle AED$$

~~ACD \sim \triangle C~~

$$\frac{CD}{AE} = \frac{CP}{AD} = \frac{DP}{ED}$$

$$EDAN \sim \triangle CA$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AD}{CA} = \frac{AE}{AC}$$

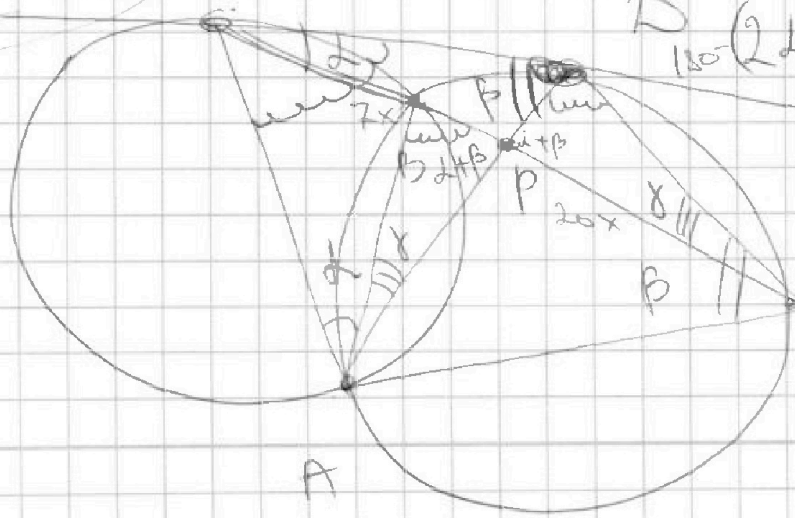
$$\alpha + \beta + \gamma + x = 180$$

$$180 - (2\alpha + \gamma + \beta) =$$

$$= 180 - \alpha - \beta - \gamma - x -$$

$$- 2\alpha - \gamma - \beta =$$

$$= x - \alpha$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

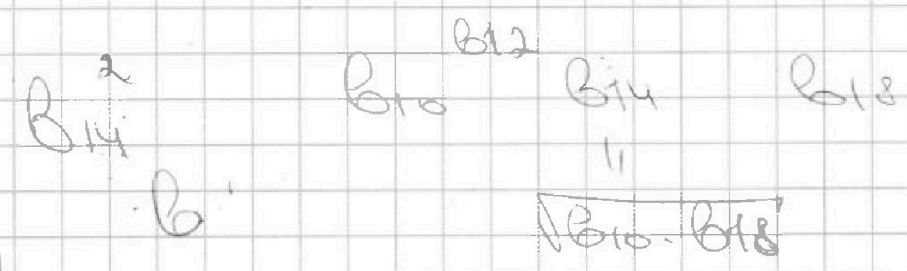
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_{10} \cdot \frac{25x+34}{3x+2} = b_1 \cdot q^9$$

$$b_{12} \cdot \frac{25x+34}{3x+2} = b_1 \cdot q^{11}$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}} = b_1 \cdot q^{17}$$

$$b_{10} \cdot b_{18} = \left| \frac{25x+34}{3x+2} \right| = b_1^2 \cdot q^{26} = b_{14}^2$$



$$a_1 = 2-x$$

a_n - геом. кр.

$$a_2 =$$

$e_{34} \cdot q^2$

$$b_{10} \cdot a_1 = b_{10} \quad a_2 = b_{12}$$

$$a_3 = b_1 \cdot q^3 \quad a_4 = b_1 \cdot q^{15}$$

$$a_5 = b_{18}$$

$$2-x = \sqrt{25x+34}$$

$$27x^2 = 25x + 34$$

$$4+x^2 - 4x - 30 = 0$$

$$x^2 - 29x + 30 = 0$$

$$x = -1 \quad x = -30$$

$$a_2 = \sqrt{a_1 a_3} = \sqrt{(2-x)(25x+34)^2} = \sqrt{25x+34}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

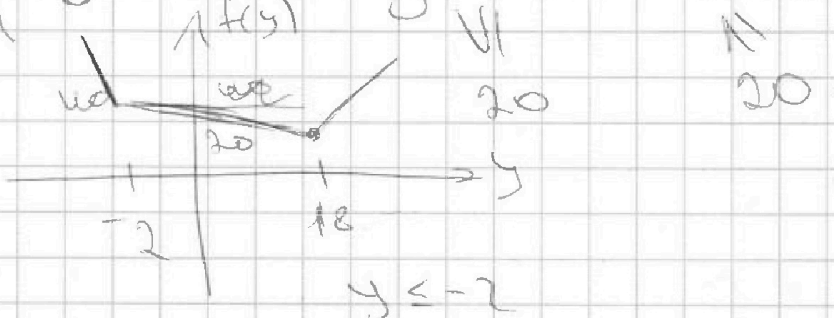
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2}$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$



$$z=0$$

$$y=18$$

$$-y-2-2y+36$$

$$-3y+34$$

$$2 < y < 18$$

$$y+2-2y+36$$

$$-y+38$$

11	4
2	2

$$\sqrt{36+9} \cdot 28 = 4 \cdot 7$$

$$+ \frac{28}{2} = 14$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{-x^2-3x+18}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(3-x)(x+6)} \quad |^2$$

$$\begin{array}{r} +16 \\ +24 \\ -24 \\ +16 \end{array}$$

$$a-b+7 = 2ab$$

$$a^2+b^2=9$$

$$(a+b)^2 = a-b+16$$

$$a^2+b^2-2ab = 49+4ab$$

$$-28ab$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$EDA \sim \triangle CA$
 $\frac{CD}{ED} = \frac{AC}{AD}$

$\triangle CAN \sim \triangle EA$
 $\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{EA} = \frac{AD}{EA}$

$\triangle CDE \sim \triangle CD$
 $\frac{CD}{DE} = \frac{CE}{CD}$

$\frac{ED}{CD} = \frac{CD}{AE}$

$\frac{CD}{AC} = \frac{PE}{AE}$

$\frac{CD}{DE} = \frac{7}{20}$

$\frac{CD}{AE} = \frac{7}{20}$

$\frac{c}{a} = \frac{7}{20}$

$\frac{c^2}{a^2} = \frac{49}{400}$

$c^2 = ab$