



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} (x-3) = \frac{(15x+6)(x-2)}{(x+4)^2} \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} (x-3) = -\frac{(15-x+6)(x-2)}{(x+4)^2} \end{array} \right.$$

1.к.  $x=3$  и  $a_4$

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} \frac{(x+4)^2 - (15x+6)}{(x+4)^2} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} \frac{(x+4)^2 + (15x+6)}{(x+4)^2} = 0 \end{array} \right.$$

2.к.  $a_{10} \neq 0$   $x \neq -4$

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x^2 + 8x + 16 - 15x - 6 = 0 \\ x^2 + 8x + 16 + 15x + 6 = 0 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x^2 + 23x + 22 = 0 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

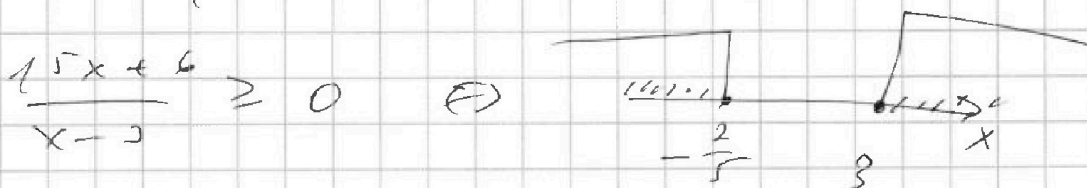
СТРАНИЦА  
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-5)/(x-2) = 0 \\ (x+1)(x+22) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=2 \\ x=-1 \\ x=-22 \end{cases} \quad \text{т.к. } a_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-2)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{15x+6}{(x-2)^3} \geq 0 \Leftrightarrow$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \\ x=-22 \end{cases} \quad \text{т.к. } a_4, a_{10}, a_{12}$$

и имеют крестиком попарность  
между номерами (4 и 12  
10 - 4, 12 - 10 = 2),

то они одного знака

$$\Rightarrow a_{10} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При  $x = \omega$ :

$$a_4 = \sqrt{\frac{21}{8}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$a_{10} = 3$$

$$a_{12} = \sqrt{21 \cdot 8} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

Отсюда видно, что  $q = \sqrt[6]{\sqrt{8}} =$

$$= \sqrt[2]{2^3} = \sqrt{2} \text{ подходит.}$$

При  $x = -1$ :

$$a_4 = \sqrt{\frac{3}{4^2}} = \frac{3}{2\sqrt{2^6}} = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8} \text{ не}$$

$$a_{10} = 3$$

$$a_{12} = 3\sqrt{8} = 3 \cdot \sqrt{4} = 12 = 3 \cdot 2^2$$

Отсюда видно, что

$$q = \sqrt{2} \text{ подходит.}$$

Ответ:  $\{5; -1\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} = 2\sqrt{y-2x-x^2+z} \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \end{cases}$$

замечам, что т.к.  $|y-25| \geq 0$

$$\text{то } 2|y-25| \stackrel{(1)}{\geq} |y-35|$$

$$\Rightarrow |y-20| + 2|y-25| \geq |y-20| + |y-35|$$

$$= |y-20| + |35-y| \stackrel{(3)}{\geq} |y-20+35-y| =$$

$$= |15| = 15 \quad \text{т.к. } |x+y| \geq |x-y|$$

(сумма не меньше суммы модулей ( $|x|+|y| \geq |x+y|$ ))

$$\text{но } \sqrt{225-z^2} \stackrel{(2)}{\leq} \sqrt{225} = 15$$

т.к.  $z^2 \geq 0$  значит,

$$\begin{cases} z=0 \\ y-35=0 \end{cases} \quad \text{т.к. (1) и (2) достигают равенств только при этих условиях.}$$

(не трудно видеть, что (3) тоже



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

составляет равенства)

Теперь получаем.

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) - 6 + 12 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 + (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow ((\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) + 3)((\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) - 2) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 9 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \\ x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 9 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{9} = \sqrt{(x+7)(5-x)} \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} 4 = \sqrt{(x+7)(5-x)} \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{0}{4} = 35 - 2x - x^2 \quad (5) \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0 \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} 16 = 35 - 2x - x^2 \quad (4) \\ \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(4) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 19}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 \cdot 20}}{2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{5}}{2} =$$

$$= -1 \pm 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} > 0 \Leftrightarrow$$

$$x+7 > 5-x \Leftrightarrow x > -1$$

$$\Rightarrow x = -1 + 2\sqrt{5}$$

$$(5) \text{ АНАЛОГ } \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} < 0$$

$$\Leftrightarrow x < -1$$

$$(5) \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{131}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - \frac{131}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 131}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{135}}{2}$$

$$\sqrt{135} > 0 \Rightarrow \text{и } x < -1 : x = \frac{-2 - \sqrt{135}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $\left\{ (-1 + 2\sqrt{5}; 35; 0); \right.$   
 $\left. \left(-\frac{2 - \sqrt{135}}{2}; 35; 0\right) \right\}$

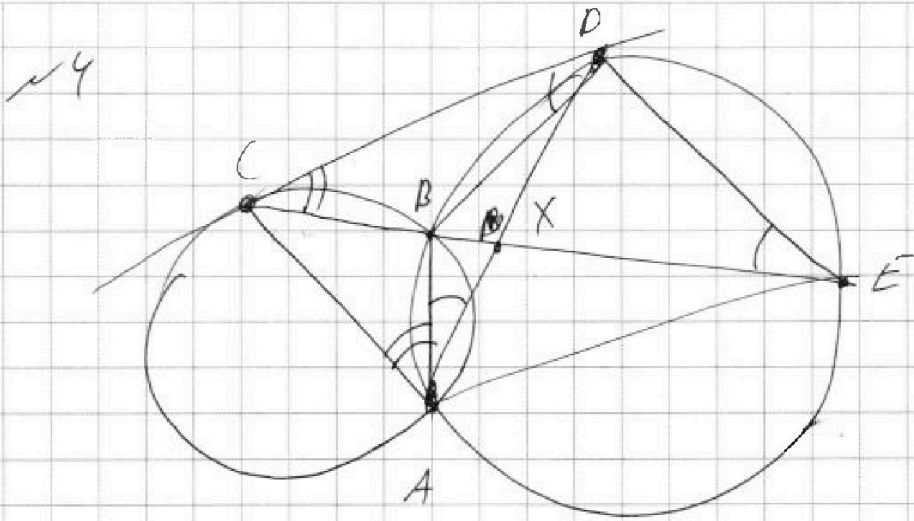


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $X = PA \cap CE$

$$\Rightarrow \frac{CX}{XE} = \frac{9}{25} \text{ по ул.}$$

т.к. CP - кас. к окруж. - четям

$$\Rightarrow \angle DCA = \angle CAB \text{ и}$$

$$\angle CDA = \angle APB$$

$$\Rightarrow \angle DAE = \angle CAD$$

$$\text{по } \angle PDE = \angle DAE \text{ и } \beta$$

$$\Rightarrow AX - \text{бис. } \text{б } ACE$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{9}{25} \Rightarrow R_1 = \frac{AC}{\sin(\angle CDA)}$$

$$R_2 = \frac{DE}{\sin(\angle ABE)}; R_1, R_2 - \text{рас } \omega_1, \omega_2 \text{ по } \text{отб}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle CBA + \angle ADE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{5}$$

$$\text{по } \frac{CD}{DP} = \left( \frac{\sin(\angle CPD)}{\sin(\angle CDP)} \right)^{-1}$$

по ч. 1

$$\frac{CD}{\sin(\angle DCS)} = r_1$$

$$\frac{DP}{\sin(\angle CDP)} = r_2 \quad \text{по т. син.}$$

$$\Rightarrow \frac{CD^2}{DP^2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow \frac{CD}{DP} = \frac{3}{5}$$

по 1)  $\Delta CDB \sim \Delta CEP$

$$\Rightarrow \frac{CD}{DP} = \frac{CP}{EP} = \frac{3}{5}$$

Ответ: 3 : 5



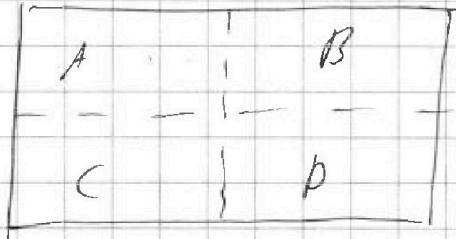
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5



мысленно  
разделим  
квадрат

это средними линиями  
на 4 равные части

A, B, C и D. Тогда

множество (см. рисунок)

гор. сред. лин. делит на 2.

задейств. 4 клетками

в вер. AUB (т.е. верх.  
пол. квадрат)

⇒ таких множеств.

$$C_{\frac{150000}{2}}^4 = C_{15000}^4$$

Аналог множество из

сум. откос верт. линии  
ср. лин.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$C_4^{15000}$  , Анны множества  
счм. откос унтра  
прямоуг = это множества  
счм. озно брем. откос  
гэр. ч верт. ср. лчм.

$$C_4^{15000} = \frac{15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997}{4!}$$

$$+ \frac{15000 \cdot 14999}{4} = C_4^{15000}$$

т.к. они также

однознач. задача  
4-мм клетками в AUB

$$\Rightarrow \text{иск. множеств} \quad C_4^{15000} - C_4^{15000} = C_4^{15000}$$

Ответ:  $C_4^{15000}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

Перепишем Тесты пункт

$$\text{как } (a-c)(b-c) = p^2, \text{ где}$$

$p$  — некоторое простое  
число.

т.к.  $p$  — простое

$$\text{то } \left\{ \begin{array}{l} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{array} \right. \quad \text{но } a > b$$
$$\left\{ \begin{array}{l} b-c=p^2 \\ a-c=1 \end{array} \right.$$
$$\left\{ \begin{array}{l} a-c=p \\ b-c=p \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a-c=p^2 \quad \text{т.к. } p \geq 2 \\ b-a-c=1 \quad (\text{иначе } a-b \leq 0) \end{array} \right.$$

$$\text{т.к. } a > b \quad \text{то } a+b^2 > b+b^2$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b \leq 28 \\ b \geq -28 \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Теперь ясно, что

т.к.

$$a \leq 820$$

$$\text{т.к. } a \leq 820$$

$$\text{то } p^2 = a - c \leq 820 - 29 = 791$$

откуда  $p \in \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; \dots\}$

$$\text{но } p^2 - 1 = a - b \neq 3$$

$$\Rightarrow p = 2 \quad (\text{т.к. } p \neq 1; p \neq 3)$$

$$\Rightarrow p = 2 \quad p = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - c = 9 \\ b - c = 1 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b + 1 = 9 \\ a - b = 8 \\ a + b^2 = 820 \end{cases}$$

$$a = b + 8$$

$$\Rightarrow b + 8 + b^2 = 820$$

$$\Rightarrow b^2 + b - 812 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow b^2 + b - 812 = 0$$

$$\Rightarrow b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 812}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3289}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm 57}{2} \quad \text{или} \quad \begin{cases} b = 28 \\ b = 29 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 28 \quad (\text{т.к. } b \leq 28)$$

$$\Rightarrow a = 36$$

$$c = 27 \quad - \text{усл. усл.}$$

задача.

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \{(36; 28; 27)\}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

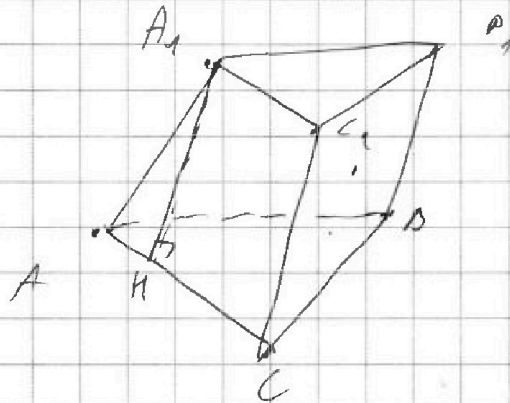
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7

Пусть  $AP \perp A_1P_1$  и с.к.

призма.



$$и \quad S_{AA_1P_1C} = S_{P_1PCC} = 5$$

$$S_{AA_1P_1B} = 4$$

т.к.  $AA_1P_1C$  — нар-гр.

$\Rightarrow$  высота  $CH$  на  $AC$

равна

$$\frac{5}{2}$$

(из формул

площади

через выс.

и стор.)

Аналог.

выс  $CH$  на

$$D(l; CA) = 2 \Rightarrow l \text{ проецируется}$$

на бис.  $CC$  в  $\triangle ABC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Отсюда  $AA_1A_1D_1$  — прямоугольник  
(т.к. это параллелограмм)

и  $AA_1 \perp AD$

и) того, что  $BC \perp AD$   
в  $\triangle ABC$

но  $\angle(A_1A; A_1D_1) = 2$

и  $AA_1$  — орт. площ.  $AA_1D_1$ .

$\Rightarrow AA_1 = A_1D_1 = (r = 2)$

Пусть  $M \in AC$  и  $A_1M \perp AC$

$\Rightarrow$  по т. Пифагора

$$AA_1^2 + AM^2 = A_1M^2$$



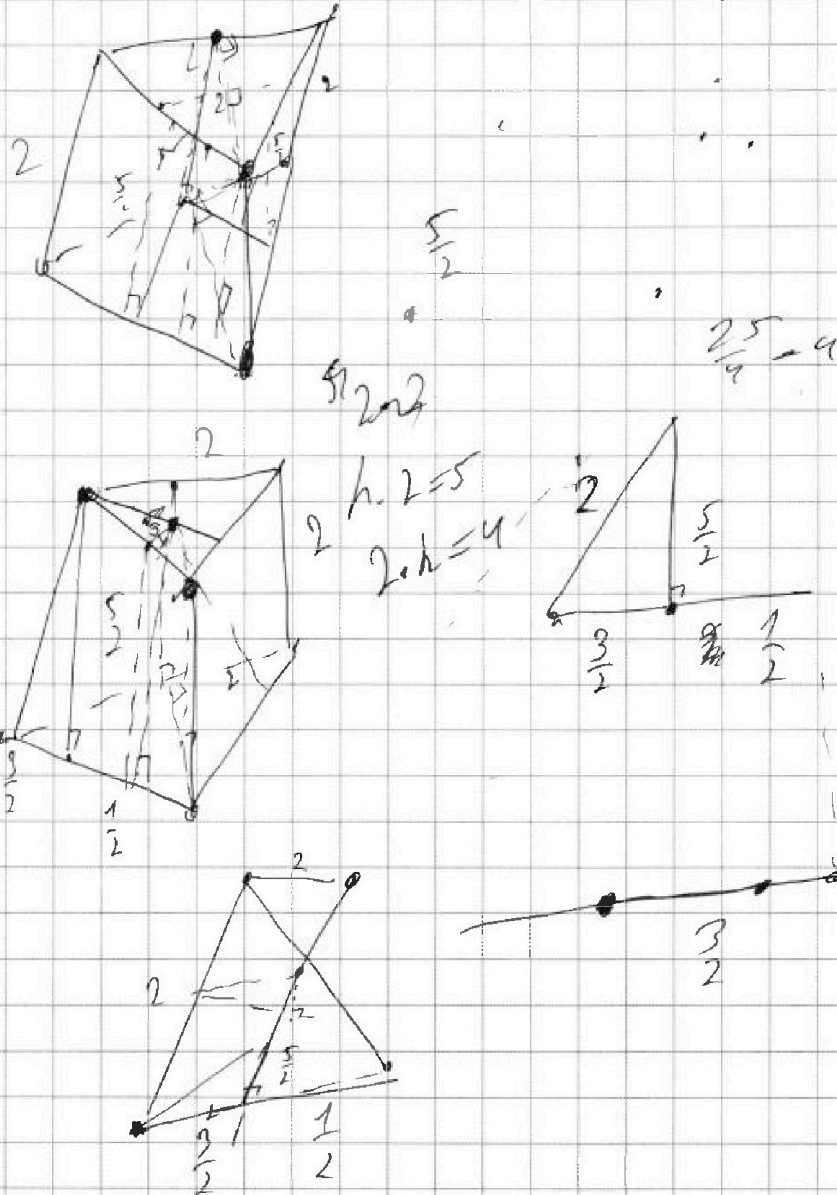


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(3x) + 6\cos(x) = 2\cos(2x) + p$$

3x

$$\cos(x)\cos(2x) - \sin(x)\sin(2x)$$

$$\cos(x)\cos(2x) - 2(1 - \cos^2(x))\cos(x)$$

$$\cos(x)\cos(2x) - 2\cos(x)$$

1.

$$2\cos^2(x) = 1$$

$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

2.

$$\cos(x)\cos(2x) = 1 - \cos(2x)\cos(x)$$

$$\cos(x) - \cos(2x) = \cos(x) + \cos(2x)\cos(x)$$

$$2\cos(x)\cos(2x) = 3\cos(2x) - \cos(x) = p$$

$$2ab - 3a - b$$

$$(2a-b)(a-3)$$

$$(a+b)(a-3)$$

$$a$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

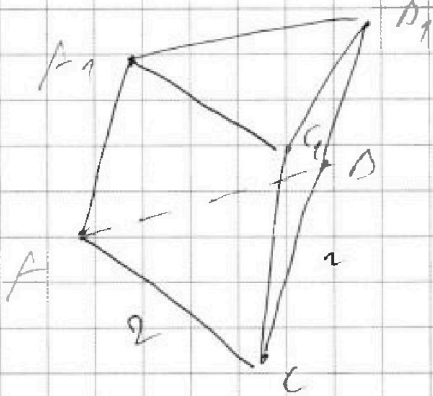
СТРАНИЦА  
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Рассмотреть  $ADCP A_1 P_1 C_1 D_1$  —

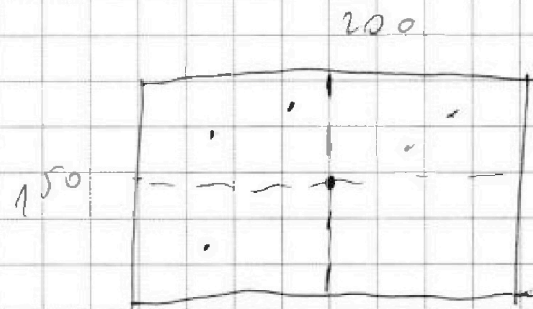
всего эта призма.



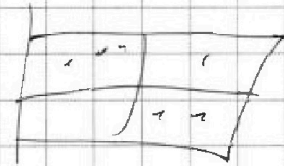
$$S_{A_1 B_1 C_1 D_1} = 5$$

$$S_{P_1 A_1 B_1 C_1} = 5$$

$$S_{A_1 A B D_1} = 2$$



$$200 \cdot 75 = 15000$$



$$2 \cdot C_{1500}^4 = 2 \cdot C_{750}^4$$



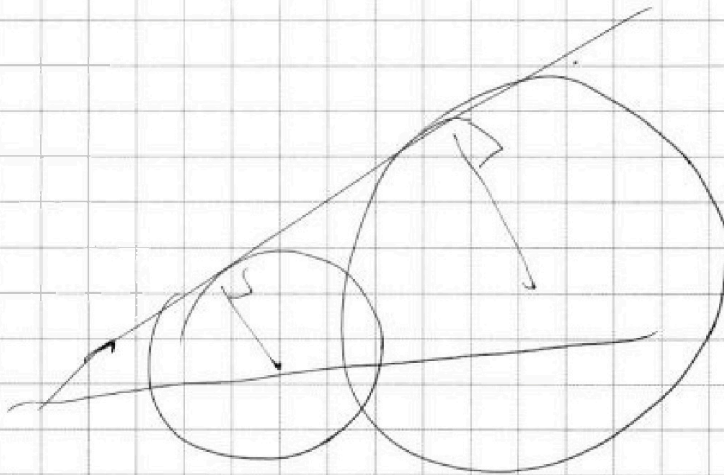


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \cos(2x) &= \cos(2x)\cos(x) - \sin(2x)\sin(x) = \\ &= \cancel{\cos(2x)\cos(x)} (2\cos^2(x) - 1)\cos(x) - \\ &= 2\sin^2(x)\cos(x) = \end{aligned}$$

$$= (2\cos^2(x) - 1)\cos(x) - 2(1 - \cos^2(x))\cos(x)$$

$$= 2\cos^2(x) - \cos(x) - 2\cos(x) + 2\cos^3(x) =$$

$$= 4\cos^3(x) - 3\cos(x) \quad 6\cos^2(x) - 3$$

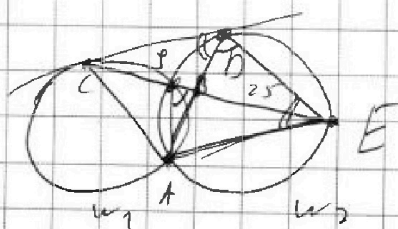
$$4\cos^2(x) + 3\cos(x) = 2\cos(x) + p$$

$$4\cos^2(x) - 6\cos^2(x) + 3\cos(x) + 3 = p$$

$$\cancel{32} - \cancel{24} + 6 + 3$$

$$= \cancel{32} - 24$$

$$\cos(2x) + 6\cos(x) = 6\cos^2(x) - 3 + p$$



$\frac{EP}{CP}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть  $\{a_n\}$  — геом. прогрессия

такая, что  $a_4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ ,

$a_{10} = x+4$ ,  $a_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$  и

ее знаменатель равен  $q$

(т.к.  $a_4$ ,  $a_{10}$  и  $a_{12}$  не могут

быть одновременно равно нулю

нулю (4) раза  $a_n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{15} \\ x \neq 3 \end{cases}$

$a_{10} = 0 \Leftrightarrow x = -4$  и

$a_{12} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{6}{15} \\ x = 3 \end{cases}$

то  $q \neq 0$   $a_n \neq 0$ )

$$\Rightarrow \frac{a_{12}}{a_4} = q^8 = \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \right)^4 = (x-3)^2$$



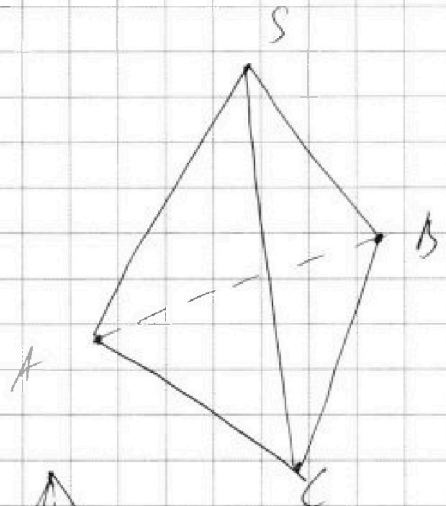
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

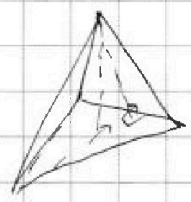
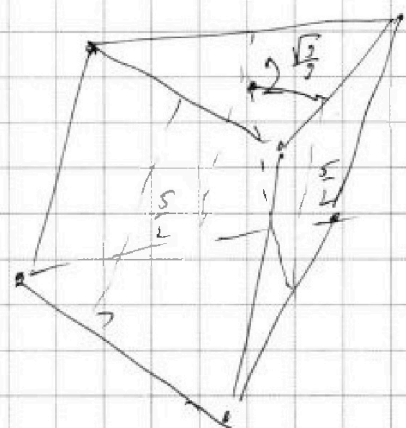
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7



Путь SABC -  
4 см



$$h \cdot 2 = 5$$

$$h = \frac{5}{2}$$

$$\frac{25}{4} + \frac{9}{5}$$

$$\frac{75 + 4}{12} = \sqrt{\frac{79}{12}}$$

$$\sqrt{\frac{79}{3}}$$

$$4 + \frac{1}{5}$$

$$\frac{12 \times 1}{3}$$

$$\frac{4}{27}$$

$$\times 27$$

$$\frac{108}{27}$$

$$\frac{57}{27}$$

$$\frac{729}{27}$$

$$\frac{6}{28}$$

$$\frac{28}{28}$$

$$\frac{724}{28}$$

$$\frac{784}{28}$$

$$\frac{28}{28}$$

$$\frac{28}{28}$$

$$\frac{761}{28}$$

$$\frac{58}{28}$$

$$\frac{741}{28}$$

$$28 \quad 784 + 28$$

$$812$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(3x) = \cos(x) (\cos(2x) - 5\sin^2(x) \sin(x) \cos(x))$$

$$= \cos(x) (\cos(2x) - 2\sin^2(x) \cos(x)) =$$

$$= \cos(x) \cos(2x) - 2(1 - \cos(2x)) \cos(x)$$

$$2 \cos(x) \cos(2x) + 5 \cos(x) - 3 \cos(2x) = p$$

$$2 \cos(x) (2z^2 - 1) + 5z - 3(2z^2 - 1) = p$$

$$4z^2 - 2z + 5z - 6z^2 + 3 = p$$

$$-2z^2 + 3z + 3 = p$$

$$-2z^2 + 3z + 3 = p$$

$$-2z^2 + 3z + 3 = p$$

$$-2z^2 + 3z + 3 = p$$

$$-2z^2 + 3z + 3 = p$$

$$a - c = p^2$$

$$c = b - 1$$

$$a - b + 1 = p^2 \leq$$

$$a \leq p^2 + b - 1 \leq 21 \quad \begin{matrix} 528 + 28 - 1 \\ 556 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} \times 27 \\ 22 \\ + 69 \\ \hline 48 \\ \hline 528 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$23 \geq b \geq -23$$

$$\Leftrightarrow c = b - 1$$

$$a + b - 1 = p^2$$

$$a^2 + b^2 = 320$$

~~$$b + 1$$~~

~~$$a + b^2$$~~     ~~$$a + 25$$~~

$$a = 320 - b^2$$

$$320 - b^2 + b - 1 = p^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}) - 6 + (\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = 0$$

3 - 2

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 3$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -2$$

$$\sin(2x) = 2\sin x$$

$$2 \quad \cancel{3} \quad 3 \cdot 6 \cos^2(x) - 3$$

$$\cos(2x) - 6\cos(x) = 3\cos(2x) + 3$$

$$\cos(2x + x) = \cos(2x)\cos(x) - \sin(2x)\sin(x) =$$

$$\cos(2x) \cos(x) - 2\sin(x)\cos^2(x) =$$

$$= 8\cos(2x)\cos(x) - 2(1 - \cos^2(x))\cos(x) =$$

$$= (2\cos^2(x) - 1)\cos(x) - 2(1 - \cos^2(x))\cos(x) =$$

$$= 2\cos^3(x) - \cos(x) - 2\cos(x) + 2\cos^3(x) =$$

$$= 4\cos^3(x) - 3\cos(x)$$

$$4\cos^3(x) - 8\cos^2(x) - 2\cos(x) + 3 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + x - 12 = 15x^2 - 39x + 18$$

$$x^2 + x - 12 = -15x^2 + 39x + 18$$

$$0 = 14x^2 - 40x - 6$$

$$16x^2 + 38x - 30 = 0$$

$$7x^2 - 20x - 3 = 0$$

$$8x^2 + 19x - 15 = 0$$

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 84}}{14}$$

$$x = \frac{19 \pm \sqrt{361 + 180}}{16}$$

$$x = \frac{20 \pm 22}{14} = \begin{cases} \frac{42}{14} \\ \frac{-2}{14} \end{cases}$$

$$x = \frac{-19 \pm 29}{16} = \begin{cases} \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \\ \frac{-48}{16} = -3 \end{cases}$$

$$a_4 = \sqrt{\frac{38 \cdot 19}{2 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{12}{2}} = \sqrt{\frac{12}{2}} = \sqrt{\frac{6}{1}}$$

$$a_{10} = 1$$

$$a_{12} = \sqrt{38 \cdot 6}$$

$$b^2 + b -$$

22  
12 1 4  
} 4 8 9  
1 9  
x 1 5  
1 7 1  
1 9  
3 6 7  
60.2

24 1  
28 9  
x 2 9  
2 6 1  
+ 5 8  
8 4 1

1  
3 6  
6  
2 1 6  
8 1 2  
1 + 4. 8 1 2  
3 2 0 0  
3 3 2 4 3 2 4 8



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

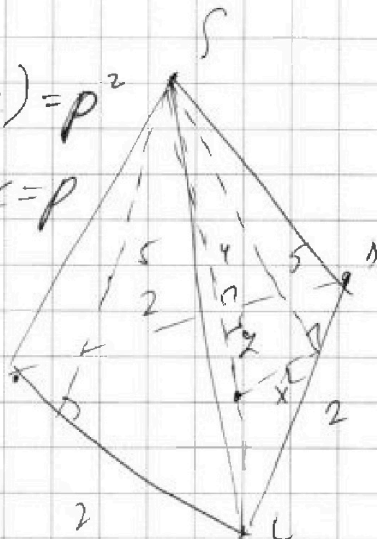
$$b + b \cdot \frac{1}{6} = 200$$

$$(c - 1)(b - 1) = p^2$$

$$a - c = b - c = p$$

$$a - c = p^2$$

$$b - c = 1$$

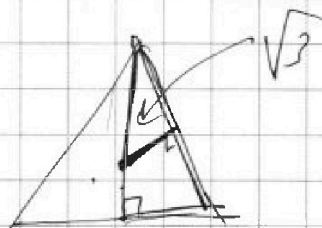


$$y^2 + 2\sqrt{5}y + 15 = 0$$

$$\frac{2 \cdot 5 - \sqrt{20}}{2} = \frac{10 - 2\sqrt{5}}{2} = 5 - \sqrt{5}$$

$$h = \frac{s}{2} + 2 = 5$$

~~0000~~



$$h^2 + x^2 = 25$$

$$h^2 + y^2 = 16$$

$$\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{5} - y}{2}$$

$$2x = \sqrt{5} - y$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - y}{2}$$

$h^2$

$$\left(\frac{\sqrt{5} - y}{2}\right)^2 + y^2 = 9$$

$$\frac{3 - 2\sqrt{5}y + y^2}{2} + y^2 = 9$$

$$-y^2 = 9$$

$$3 - 2\sqrt{5}y + \frac{y^2}{2} = 18$$



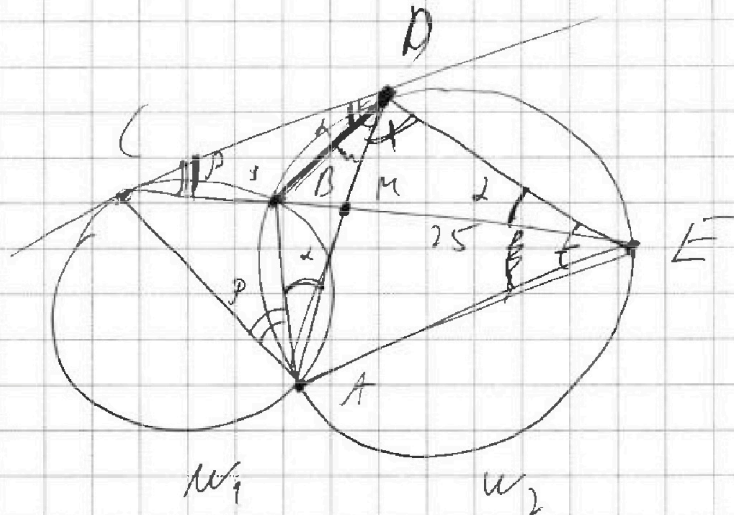


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(M : ME = 9 : 25)$$

$$\frac{DE}{CP} = \frac{BD}{CB}$$

$$\frac{BP}{\sin(\beta)} = \frac{CD}{\sin(\alpha)}$$

$$\frac{BP}{CD} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)}$$

$$\frac{CD}{\sin(\beta)} = R_1$$

$$\frac{BD}{CD} \cdot \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{BD}{\sin(\alpha)} = R_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$0 > \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -2$$

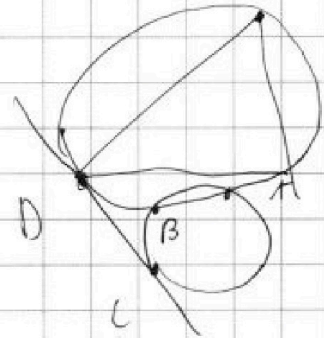
$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 0$$

$$12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 0$$

$$\frac{p}{4} = (x+7)(5-x)$$

$$\frac{p}{4} = 35 - 2x - x^2$$

$$x^2 - 2x - \frac{140 - p}{4} = 0$$

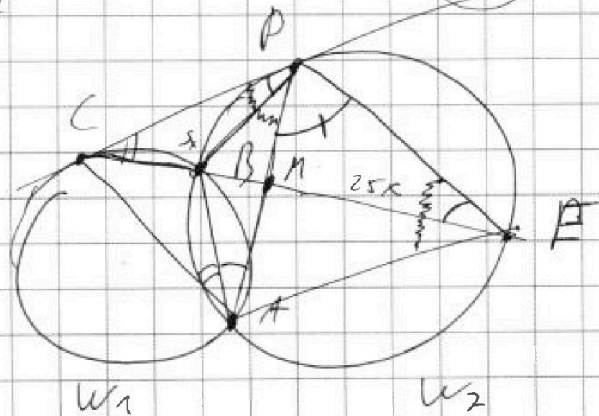


$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 140 - p}}{2}$$

$$\frac{p + \sqrt{140 - p}}{2}$$

$$x+7 = \frac{p}{34}$$

$$\sqrt{34}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -1$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \quad \sqrt{7} \leq x < 3$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{5} = 2 \quad \begin{matrix} 12 \\ \sqrt{2+2\sqrt{5}} \\ 5+1 \end{matrix}$$

$$7+5 - 2\sqrt{35} = 4$$

$$\begin{matrix} 42 \\ 8 \end{matrix} \begin{matrix} \sqrt{12} \\ \sqrt{2} \end{matrix} \begin{matrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{5} \end{matrix} \begin{matrix} \sqrt{5} \\ \sqrt{5} \end{matrix}$$

$$x+7 + 5-x - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4$$

$$12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4$$

-7, 5

$$4 = \sqrt{(x+7)(5-x)}$$

$$\begin{matrix} -\sqrt{12} \\ \sqrt{12} \end{matrix}$$

$$4 \cdot 16 = 35x - 2x - x^2$$

$$x^2 + 2x - 18 = 0$$

$$4 + 4 = 18$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 72}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\frac{25x+6}{(x-3)^2}} = 9$$

$$a_{11} = x+4$$

$$a_{12} = \sqrt{(25x+6)/(x-3)}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{11}} = 9 \sqrt{(x-3)^4} = (x-3)^2$$

$$9^2 = (x-3)^2$$

$$9^2 = \frac{\sqrt{(25x+6)(x-3)}}{x+4}$$

$$(x-3)^2 = \left( \frac{\sqrt{(25x+6)(x-3)}}{x+4} \right)^4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x-3 = \frac{(25x+6)(x-3)}{x+4} \\ x-3 = -\frac{(25x+6)(x-3)}{x+4} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + 4x - 3x - 12 = 25x^2 - 45x + 6x - 18 \\ x^2 + 4x - 3x - 12 = -25x^2 + 45x - 6x + 18 \end{array} \right.$$

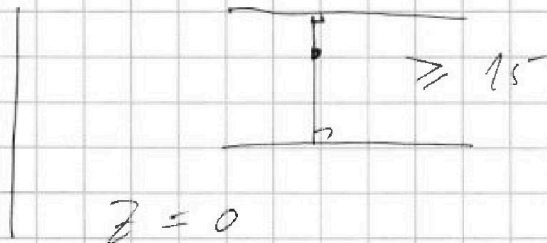


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|y-20| + 2|y-25| \geq$$

$$|y-20| + |y-25| \geq 15$$

$$\sqrt{y+7}$$



$$20.5 \leq y \leq 25$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2}$$

$$-7 \leq x \leq 5$$

$$-(x^2+2x-25)$$

$$(x+7)(x-5)$$

$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{\frac{4x}{(x+7)(5-x)}}$$

$$(a+1)(b+1) \quad a-b+6-2ab$$

$$ab+a+b+1$$



$$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$$

" " " "

a b

$$a^2 + b^2 = 12 - 2ab$$