



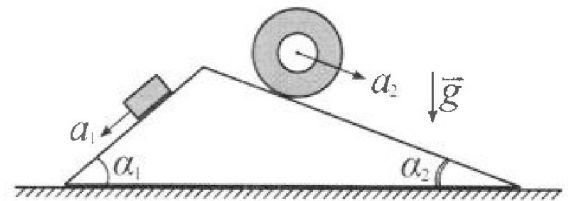
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



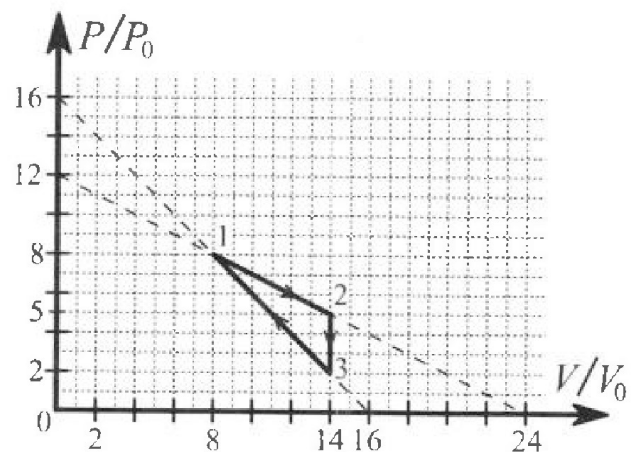
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ вы разить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

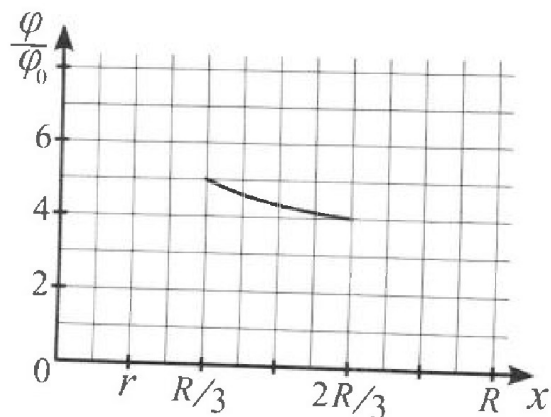
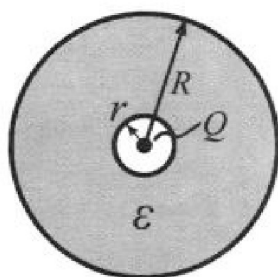


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

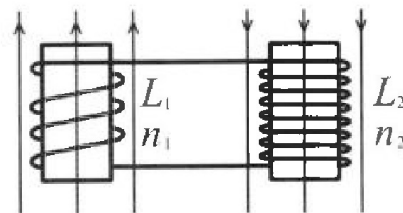
- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

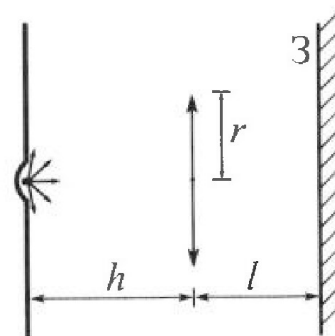
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n_1$ и $n_2 = 4n_1$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.

- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



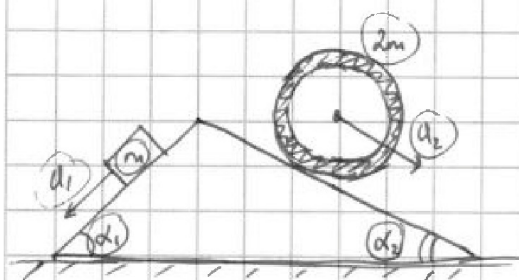
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



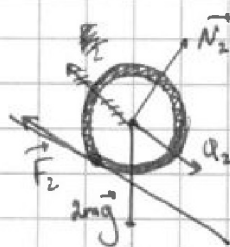
1) на брусок действуют силы mg , N_1 , F_1 . В проекции на "x":

$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \Rightarrow$$

$$F_1 = mg (\sin \alpha_1 - \frac{a_1}{g}) \Rightarrow$$

$$F_1 = \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{13} \right) mg = \boxed{\frac{9}{65} mg}$$

2)



В С.О., связ с ц.м. цилиндра, ускорение его

тоже на периферии такое же a_2 , т.к. он движет-

ся без проскальзывания. При этом момент отн. ц.м. имеет только

$$F_2: \frac{a_2}{R} = \frac{F_2 R}{2mR^2}, \text{ где } R - \text{радиус цилиндра} \Rightarrow F_2 = 2ma_2, \text{ т.е. } \boxed{F_2 = \frac{1}{2} mg}$$

3) Силы реакции N_1 и N_2 равны ~~таже~~ $mg \cos \alpha_1$ и $2mg \cos \alpha_2$ соотв.

По 3-му з. Ньютона такие же силы действуют и на клин, причем их проекц. на горизонтальную ось равны $N_1 \sin \alpha_1$ и $N_2 \sin \alpha_2 \Rightarrow$

$$N_1 \sin \alpha_1 + F_3 = N_2 \sin \alpha_2 \Rightarrow F_3 = mg (2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 - \sin \alpha_1 \cos \alpha_1) \Rightarrow$$

$$\boxed{F_3} = \left(2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} \right) mg = \left(\frac{120}{169} - \frac{12}{25} \right) mg = \frac{972}{4225} mg$$



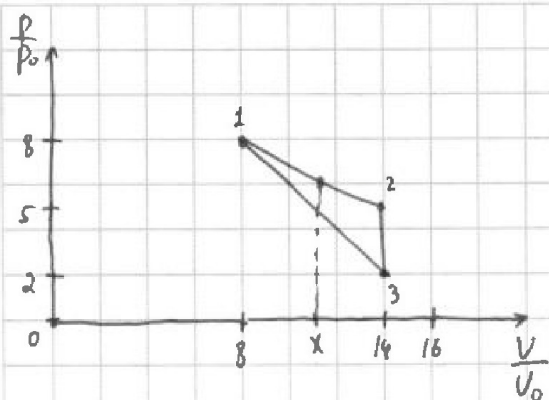
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R_0 T_{12} = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} p_0 V_0 (5 \cdot 14 - 8 \cdot 8) = 6 \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 = 9 p_0 V_0$$

$$A_{12} = S_{12} = \frac{1}{2} \cdot (p_2 - p_3) \cdot (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} p_0 V_0 (5 - 2) (14 - 8) = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot p_0 V_0 = 9 p_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A_{12}} = 1$$

2) Прямая 1-2 проходит по усл. через точки (0; 12) и (24; 0) $\Rightarrow$ задается уравнением $\frac{P}{P_0} = -\frac{1}{2} \frac{V}{V_0} + 12$, причем $8 \leq \frac{V}{V_0} \leq 14$.] $\frac{V}{V_0} = x \Rightarrow$

$$\frac{P}{P_0} = -\frac{x}{2} + 12. \text{ Тогда } T(x) = \frac{p(x) \cdot V(x)}{\nu R} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \left(-\frac{x^2}{2} + 12x \right)$$

У функции $-\frac{x^2}{2} + 12x$ максимум равен $-\frac{D}{4a} = -\frac{12^2}{4 \cdot (-\frac{1}{2})} =$

$$= \frac{144}{2} = 72 \Rightarrow T_{12\max} = 72 \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\text{Для } T_3: T_3 = \frac{p_3 V_3}{\nu R} = \frac{p_0 V_0}{\nu R} \cdot 2 \cdot 14 = 28 \frac{p_0 V_0}{\nu R} \Rightarrow \frac{T_{12\max}}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7}$$

3) Найдём тепло, подв. в 1-2:

$$Q(x) = \Delta U(x) + A_{12}(x) = \frac{3}{2} (p(x) \cdot V(x) - p_1 V_1) + \frac{1}{2} (p_1 + p(x)) (V_2 - V_1) = \frac{p_0 V_0}{2} \left(3 \cdot \left(-\frac{x}{2} + 12 \right) x - 364 + \left(8 + 12 - \frac{x}{2} \right) (x - 8) \right) = \frac{p_0 V_0}{2} \left(-\frac{3}{2} x^2 + 36x - 182 + 20x - 160 - \frac{x^2}{2} + 4x \right) = \frac{p_0 V_0}{2} (-2x^2 + 60x - 342) = p_0 V_0 (-x^2 + 30x - 171)$$

Тепло перестанет подводиться при $\frac{dQ}{dx} = 0$, т.е. $-2x + 30 = 0 \Rightarrow$ при $x = 15$.

А т.к. $8 \leq x \leq 14 \Rightarrow$ все тепло в 1-2 подводилось, а в 2-3 ~~не~~ отводилось. $\Rightarrow$ Аналогично рассмотрим процесс 3-1:

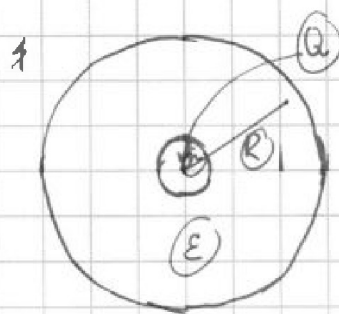


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Диэлектрик меняет поле лишь внутри себя, уменьшая его в ϵ раз, а снаружи поле такое же, как и у обычного заряда $Q \Rightarrow$ потенциал поверхности диэлектрика остается таким

или $\frac{kQ}{R}$ (здесь $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$). Тогда для точек внутри диэлектрика $\varphi(x) = \frac{kQ}{R} + \int_x^R \frac{kQ}{\epsilon x^2} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \left. \frac{-1}{x} \right|_x^R = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{kQ}{\epsilon \cdot x}$. При $x = \frac{5}{6}R$:

$$\varphi = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{6kQ}{5\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} + \frac{6}{5\epsilon} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{5\epsilon} \right)$$

2) Из графика имеем, что $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 5\varphi_0$, $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 4\varphi_0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{3kQ}{\epsilon R} = 5\varphi_0 \\ \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{3kQ}{2\epsilon R} = 4\varphi_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\varphi_0 = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\epsilon} \right) \\ 4\varphi_0 = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\epsilon} \right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{5}{4} = \frac{1 + \frac{2}{\epsilon}}{1 + \frac{1}{2\epsilon}} \Rightarrow 4 \cdot \left(2 + \epsilon \right) = 5 \cdot \left(\epsilon + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow 8 + 4\epsilon = \frac{5}{2} + 5\epsilon$$

$$\boxed{\epsilon = \frac{11}{2} = 5,5}$$



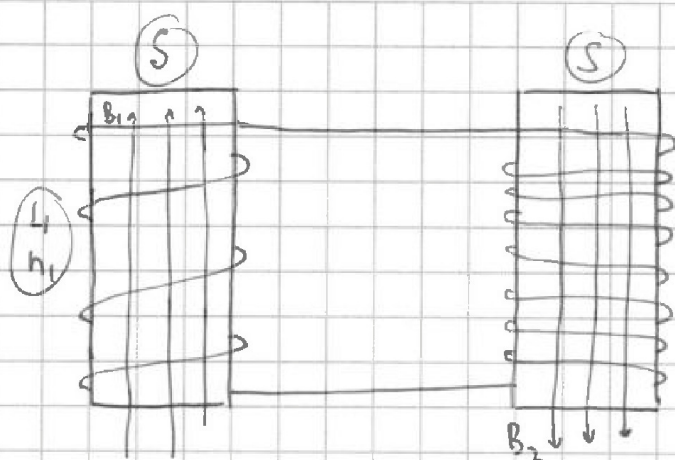
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) у 2-й катушки поле не меняется $\Rightarrow$ не меняется поток

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{20} = 0$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{S \cdot dB}{dt} = dS -$$

$\mathcal{E}$, возникающая в 1 витке 1-й катушки $\Rightarrow$

$$\mathcal{E}_{10} = N_1 \cdot \mathcal{E}_1 = dN_1 S \Rightarrow$$

$$dN_1 S = L_1 \cdot \frac{dI}{dt} + L_2 \cdot \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{dN_1 S}{L_1 + L_2} = \left[\frac{1}{17} \frac{dN S}{L} \right]$$

2) Аналогично п. 1) получим, что $\mathcal{E}_{10} = \frac{dB_1}{dt} N_1 S$, $\mathcal{E}_{20} = \frac{dB_2}{dt} N_2 S$,

здесь $\frac{dB_1}{dt}$ и $\frac{dB_2}{dt}$ - мгновенные скорости изменения полей B_1 и B_2 .

Тогда в любой момент времени верно: $(L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = \frac{dB_1}{dt} N_1 S + \frac{dB_2}{dt} N_2 S$,

здесь знак "+" у $\mathcal{E}_{10}$ и $\mathcal{E}_{20}$ следует из правил Ленца: поле противополож., и их изменения имеют одинаковые знаки. $\Rightarrow$

dt можно сократить, и, проинтегрировав обе части, получить:

$$(L_1 + L_2) \cdot \Delta I = S \cdot (N_1 \cdot \Delta B_1 + N_2 \cdot \Delta B_2) \Rightarrow I = \left[\frac{S \cdot (N_1 \cdot \frac{2B_0}{3} - 4N_2 \cdot \frac{3B_0}{4})}{L_1 + 16L_2} \right] =$$

$$= \frac{B_0 S n}{L} \cdot \left[\frac{2}{3} - 3 \right] = \left[\frac{7}{51} \frac{B_0 S n}{L} \right]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

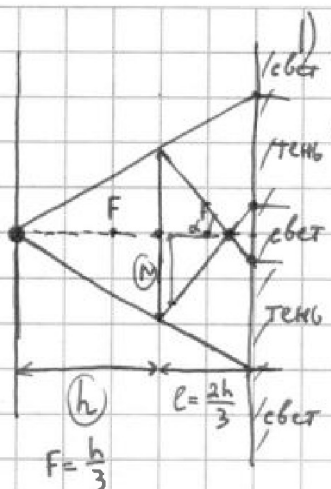
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) По формуле тонкой линзы найдем точку, где будет
тень изобр. лампочки в линзе:



$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{F} - \frac{1}{h} = \frac{3}{h} - \frac{1}{h} = \frac{2}{h} \Rightarrow$$

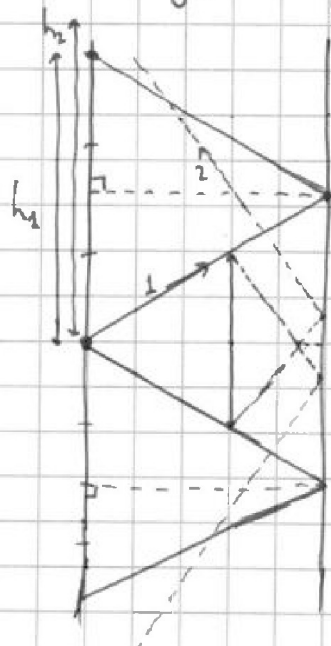
$$b = \frac{h}{2}, \text{ т.е. } b < l \Rightarrow \text{изобр. будет перед зеркалом.}$$

Тогда светлая область внутри тени будет иметь
радиус $(\frac{2h}{3} - \frac{h}{2}) \tan \alpha = \frac{h}{6} \cdot \frac{2r}{h} = \left(\frac{r}{3}\right) \Rightarrow$

Стена = $\pi (R^2 - (\frac{R^2}{9}))$, где из подобия $\frac{R}{r} = \frac{h + \frac{2h}{3}}{h} \Rightarrow R = \frac{5}{3} r \Rightarrow$

Стена = $\pi \cdot \left(\frac{25}{9} r^2 - \frac{1}{9} r^2 \right) = \left[\frac{8}{3} \pi r^2 \right] \Rightarrow \text{Стена} = \frac{8}{3} \pi \cdot 5^2 = \left[\frac{200}{3} \pi \text{ (м}^2\text{)} \right]$

2) От зеркала лучи отразятся и пойдут следующим образом:



Вся стена будет освещена, кроме ~~того~~ ^{места}

между лучами 1 и 2 (на рис. они пересеклись, но это нужно проверить):

$$h_1 = 2 \cdot \frac{5h}{3} \cdot \frac{r}{h} = \frac{10}{3} r.$$

$$h_2 = \frac{r}{3} + \frac{5h}{3} \cdot \frac{r \cdot 6^2}{3 \cdot h} = \frac{11r}{3} > h_1 \Rightarrow \text{рисунок не обманывает,}$$

лучи 1 и 2 действительно пересекутся $\Rightarrow$ темная
часть на стене будет формироваться только такими

лучами:



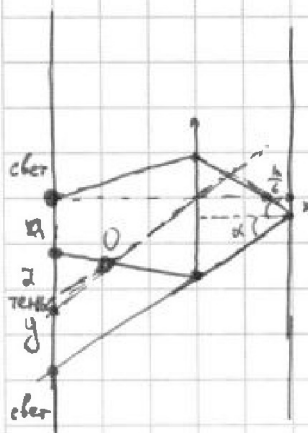
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Луч идет через линзу, проходит через нее, отражается от зеркала и идет через самый край линзы, преломляясь в ней.

расст. между $\Gamma O O$ и местом отражения $X \Rightarrow$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{\frac{h}{6}} = \frac{n-x}{\frac{2h}{3}} \Rightarrow \frac{6x}{h} = \frac{3(n-x)}{2h} \Rightarrow 4x = n-x, \boxed{x = \frac{n}{5}}$$

Тогда $a+y = x + \frac{5h}{3} \cdot \frac{6x}{h} = \frac{r}{5} + \frac{6r}{5} = \frac{11n}{5}$. Осталось найти a .

Заметим, что луч идет в линзу из двойного фокуса. $\Rightarrow$ расст. от изобр. до линзы тоже $\frac{2h}{3}$. Тогда из подобия: $\frac{2}{h - \frac{2h}{3}} = \frac{n}{\frac{2h}{3}} \Rightarrow \boxed{2 = \frac{1}{2}n}$

При этом $a+2 = h \cdot \operatorname{tg} \alpha = h \cdot \frac{6 \cdot \frac{r}{5}}{h} = \frac{6r}{5} \Rightarrow a = \frac{6r}{5} - \frac{r}{2} = \frac{7}{10}n \Rightarrow$

$$S_{\text{тени}} = \pi((a+y)^2 - a^2) = \pi \cdot \left(\frac{121}{25} r^2 - \frac{49}{100} r^2 \right) = \pi \cdot \frac{435}{100} r^2 \Rightarrow$$

$$S_{\text{тени}} = \pi \cdot \frac{435}{100} \cdot 25 = \frac{435}{4} \pi \text{ (см}^2\text{)} = \boxed{108,75\pi \text{ (см}^2\text{)}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

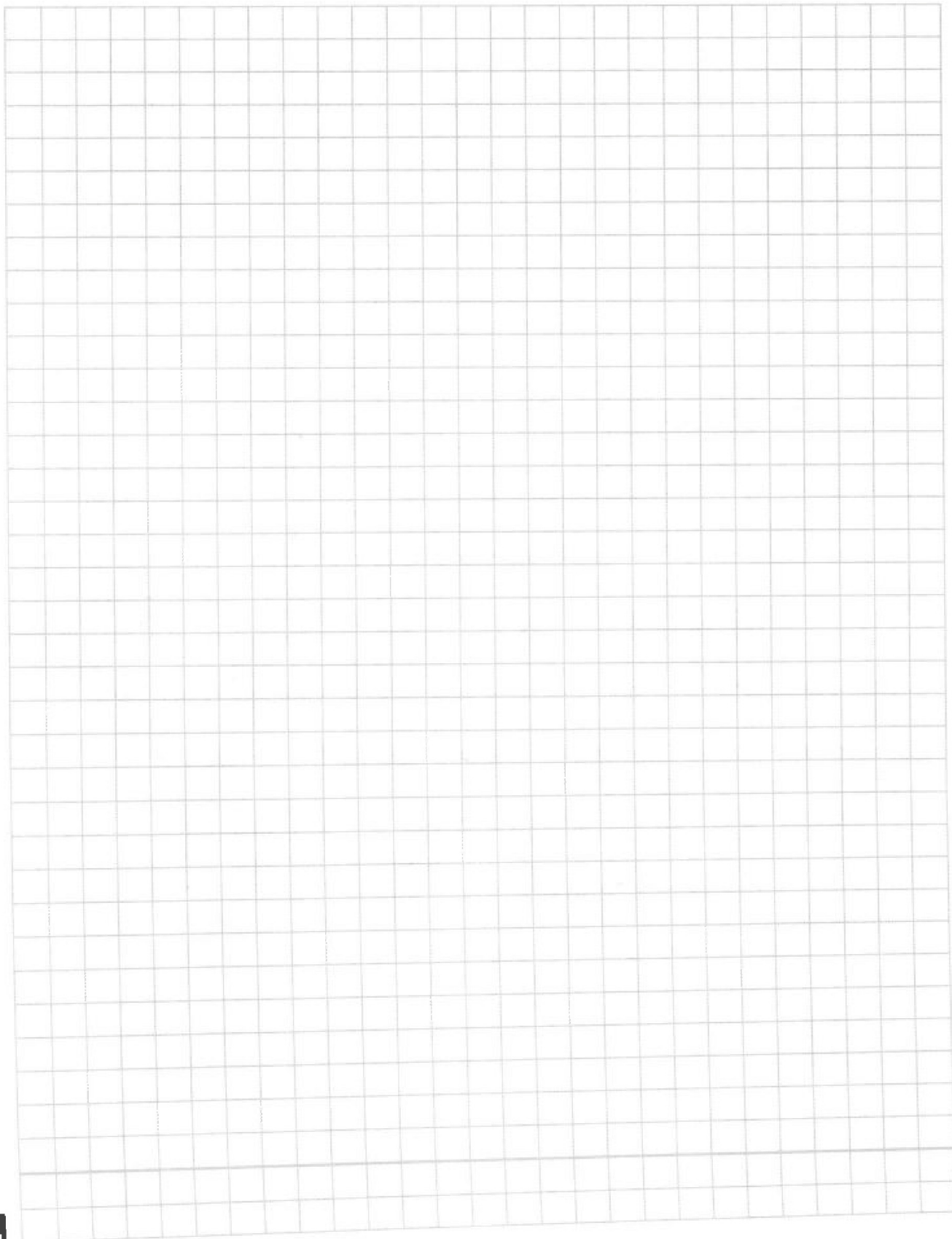
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



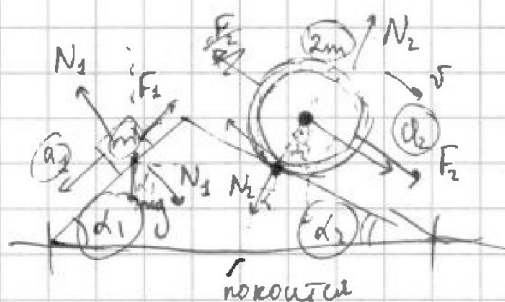
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) F_1 - ? ; 2) F_2 - ? ; 3) F_3 - ?

$$N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$-F_1 + mg \sin \alpha_1 = ma_1 \Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$$

$$2ma_2 = F_2 - mg \sin \alpha_2$$

$$F_2 = 2ma_2$$

$$a_2 = \frac{v_2}{R} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$F_2 + mg \sin \alpha_2 = ma_2 \Rightarrow F_2 = m(g a_2 - g \sin \alpha_2)$$

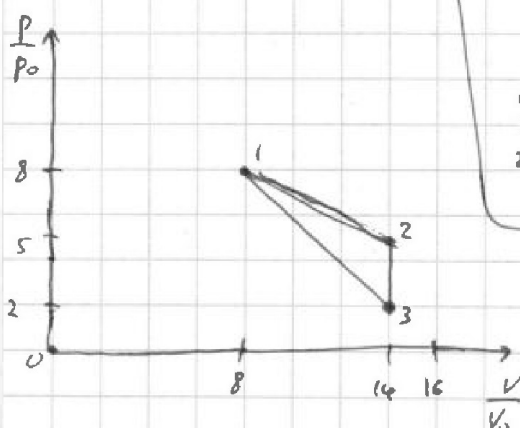


$$F_2 = 2m a_2 = \frac{1}{2} mg$$

$$F_2 + mg \sin \alpha_2 = ma_2$$

$$\begin{cases} N_1 = mg \cos \alpha_1 \\ N_2 = mg \cos \alpha_2 \end{cases}$$

$$N_1 \sin \alpha_1 + F_3 = N_2 \sin \alpha_2$$



$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 12 \\ \hline 1338 \\ 169 \\ \hline 2028 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 25 \\ \hline 2815 \\ 338 \\ \hline 4225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 169 \\ 25 \\ \hline 2815 \\ 338 \\ \hline 4225 \end{array}$$

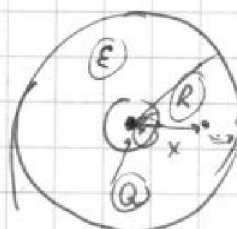
$$a_{12} = \frac{2}{3} R \omega_1^n = \frac{2}{3} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{2}{3} p_0 V_0 (5 \cdot 14 - 8 \cdot 8) = 8 p_0 V_0$$

$$A = S = \frac{1}{2} \cdot (p_2 - p_1) \cdot (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} p_0 V_0 (5 - 2) \cdot (14 - 8) = 9 p_0 V_0 \Rightarrow (1)$$

$$P = 2 p_0 \cdot 14 V_0 =$$

$$-2 \cdot 196 + 40 \cdot 14 - 168 = -392 + 560 - 168 = 0$$

$$-376 + 36 + 420 = -340 + 410 = 70$$



$$E(x) = \frac{kQ}{x^2} \Rightarrow$$

$$E(x) = \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{kQ}{R} + \int_x^R \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \left. -\frac{1}{x} \right|_x^R =$$

$$= \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) = \left[\frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{kQ}{\epsilon x} \right]$$

$$N_{pu} x = \frac{\epsilon}{6} R \quad \varphi = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{6}{5} \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 - \frac{1}{\epsilon} + \frac{6}{5\epsilon} \right) = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{5\epsilon} \right)$$

