



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 9



- [3 балла] Найдите все значения параметра t , при каждом из которых уравнение $x^2 + 2\sqrt{3}tx + 4t^2 - 4 = 0$ имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа a и b таковы, что их сумма равна 40, а значение выражения $a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b$ равно $17p^5$, где p – некоторое простое число. Найдите числа a и b .
- [5 баллов] На стороне BC треугольника ABC отмечены точки M и N так, что $BM = MN = NC$. Прямая, параллельная AN и проходящая через точку M , пересекает продолжение стороны AC за точку A в такой точке D , что $AB = CD$. Найдите AB , если $BC = 12$, $\cos(\angle CDM) = -\frac{1}{4}$.
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят три ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парты рассчитаны на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
 - он сидит на первой парте в ряду,
 - ближайшая парта перед ним пуста,
 - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 8 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон BC (за точку C) и AD (за точку D) вписанного в окружность четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке E . Центр O окружности, вписанной в треугольник ABE , лежит на отрезке CD . Найдите наименьшее возможное значение суммы $ED + DO$, если известно, что $BE = 10$.
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 3, 4, 5 и 7 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x + 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x + y - 2|} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2\sqrt{3} \cdot t \cdot x + 4t^2 - 4 = 0 \quad \text{N1}$$

2 различных корня $\Leftrightarrow D > 0$
а произведение 2-ух корней положительно \Leftrightarrow
когда свободный коэффициент > 0 . Т.к. произведение корней равно свободному коэффициенту по Т. Виета.

$$\Rightarrow D = 4 \cdot 3 \cdot t^2 - 16t^2 + 16 > 0 \Rightarrow 16 > 4t^2 \Rightarrow 4 > t^2$$
$$\text{и } 4t^2 - 4 > 0 \Rightarrow t^2 > 1 \Rightarrow t \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$
$$\Rightarrow t \in (-2; -1) \cup (1; 2)$$

Ответ: $(-2; -1) \cup (1; 2)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\begin{aligned} a+b &\equiv 40 \pmod{2} \\ -b &\equiv b \pmod{2}, \text{ т.к. } 2b \equiv 2 \\ \Rightarrow a-b &\equiv a+b \equiv 0 \pmod{2} \end{aligned}$$

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 14p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 14p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 14p^5$$

$$a-b \equiv 2 \Rightarrow 14p^5 \equiv 2 \Rightarrow p \equiv 2 \Rightarrow p=2$$

значит $(a-b)(a-b+15) = 14 \cdot 32$

$$a-b+15 \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow a-b \equiv 32 \pmod{2} \Rightarrow a-b \geq 32, \text{ т.к. } a-b \neq 0$$

$$a-b \geq 32 \Rightarrow a-b+15 \geq 47$$

$$\Rightarrow (a-b)(a-b+15) \geq 47 \cdot 32 = 14 \cdot 32$$

значит ~~возможно~~ a и b - нет

- противоречие

Ответ: ~~возможно~~
Нет

~~$$a-b+15 \equiv 2 \pmod{2} \Rightarrow a-b \equiv 2$$~~

~~$$a-b \equiv 2 \Rightarrow 14p^5 \equiv 2 \Rightarrow p \equiv 2$$~~

~~$$\Rightarrow (a-b)(a-b+15) = 14 \cdot 32$$~~

~~$$a-b+15 \equiv 1 \pmod{2} \Rightarrow a-b \equiv 32$$~~

~~$$\Rightarrow \text{либо } a-b = \pm 32, \text{ а } a-b+15 = \pm 17$$~~

~~$$\text{либо } a-b = \pm 32 \cdot 17 \text{ а } a-b+15 = \pm 1 - \text{невозможно}$$~~

т.к. числа $a-b$ и $a-b+15$ отличаются на 15

~~$$a-b=32 \text{ и } a-b+15=17 \text{ тогда не подходит, т.к. } a-b+15 > a-b$$~~

~~$$\Rightarrow a-b=-32, \text{ а } a-b+15=-17$$~~

~~$$\Rightarrow b = a+32 \Rightarrow a=4, b=36, \text{ т.к. } a+b=40$$~~

Ответ: $a=4, b=36$

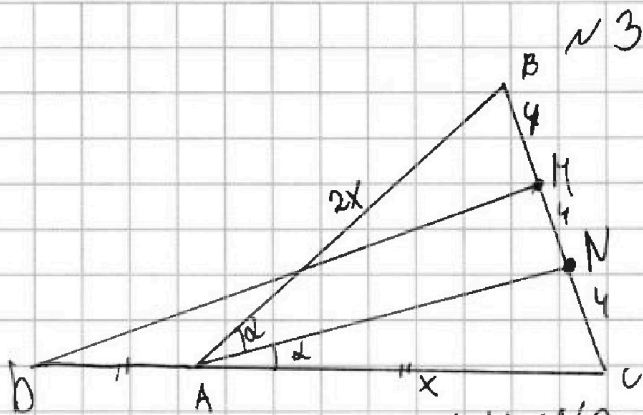


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано $MD \parallel AN$

$$BC = 12$$

$$BM = MN = NC$$

$$\cos(\angle CAN) = -\frac{1}{4}$$

$$AB = CD$$

Найти AB

1) $BM = MN = NC = 4$, т.к. $BC = 12$

2) $MN = NC$, $MD \parallel AN \Rightarrow AD = AC = \frac{1}{2} AB$, т.к. ср. линия и $DC = AB$

\Rightarrow если $AB = 2x \Rightarrow AC = x$

3) Тогда $\frac{BN}{NC} = \frac{2}{1} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AN$ — биссектриса $\angle BAC$

$\Rightarrow \angle BAC = 2\angle CAN \Rightarrow \cos \angle BAC = -\frac{1}{4}$

4) т.к. кос. для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot AB \cdot AC$$

$$144 = 4x^2 + x^2 + \frac{2}{4} \cdot 2x \cdot x = 6x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 24 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

Тогда $AB = 2x = 4\sqrt{6}$

Ответ: $4\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

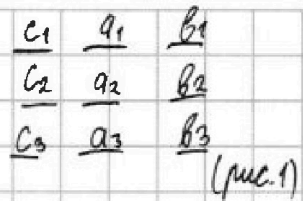
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть пустует парта в ^{№4} ~~1~~ 1 ряду

1 сл.: ~~оба~~ ~~не~~ пустует 1 парта

Тогда кол-во расстановок учеников это $C_8^2 \cdot C_6^3$
 C_8^2 - выбираем 2-ух учеников в 1 ряд
 C_6^3 - во 2 ряд - они после выбора ряда садятся однозначно. по росту
 Т.к. v_2 и v_3 ряды чтобы все видели:



a_3 выше a_2 выше a_1
 и v_3 выше v_2 выше v_1
 и c_3 выше c_2 (рис.1)

2 сл. 2 парты: тогда в 1 ряду оба ребёнка будут всегда видеть т.к. 1-на первой парте, а перед №2 пусто

⇒ варианты рассадить: $8 \cdot 7 \cdot C_6^3$
 аналогично надо выбрать 3 во 2 ряд и они садятся однозначно

3 сл. 3 парты пустует ⇒ $C_8^2 \cdot C_6^3$

Т.к. аналогично 1 сл.: если c_2 выше c_1 (а это должно быть так)

⇒ вариантов: $C_8^2 \cdot C_6^2$

⇒ всего: $2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 + 56 \cdot C_6^3$, аналогично если парта пустует во 2 и 3 рядах ⇒ всего вариантов:

$$3 \cdot (2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 + 56 \cdot C_6^3) = C_6^3 \cdot (56 \cdot 3 + 56 \cdot 3) = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} \cdot (336)$$

$$= 20 \cdot 336 = 6720$$

Ответ: 6720



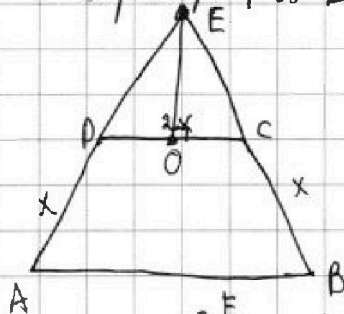
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пример на $ED + DO = 10$

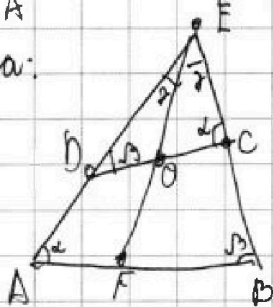


пусть $ABCD$ - п/д трапеция
с основаниями CD , равными удвоенной стороне

$$DEC - \text{п/д} \triangle \Rightarrow DO = OC = x$$

$$\Rightarrow ED + DO = ED + AD = EC + CB = 10$$

Оценка:



1) $\angle CDE = \angle EBA$ (из впис. $ABCD$)

$\angle EAB = \angle ECD$

2) $EC \cdot EB = ED \cdot EA$ (степень т. E относительно окр. $ABCD$)

$$\Rightarrow EC \cdot 10 = ED \cdot EA \Rightarrow \frac{EC}{EB} = \frac{EA}{10}$$

$$\frac{EC}{ED} = \frac{OC}{OD} \text{ (по св. Вейера)} \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{EA}{10}$$

3) из п. 1 и того что EO - диаметр: $\triangle EOC \sim \triangle EFA$ и $\triangle EDO \sim \triangle EFB$

$$\Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{OC}{AF} \quad \frac{EC}{BC} = \frac{AE}{AF} \quad \frac{EC}{BC} = \frac{DE}{DO} \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{DE}{DO}$$

$$\Rightarrow \text{либо } \angle DOE = \angle AFE \Rightarrow ABCD - \text{п/д трап}$$

$$\text{либо } \angle AFE = \angle DOF$$

$$\Rightarrow \angle AFE = \angle DOF$$

Ответ: 10



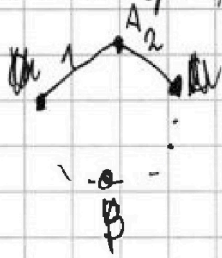
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Переведем наш язык графов: деревца - вершины, дороги - ребра
по условию: граф связный, пусть в нём есть циклы:



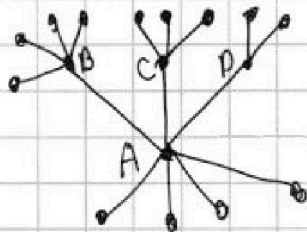
— путь из A в B есть через ребро 1 или через ребро 2 по циклу \Rightarrow
 \Rightarrow есть 2 маршрута - противоречие
 \Rightarrow граф-дерево \Rightarrow в нём $n-1$ ребро, где n - кол-во вершин.

кол-во ребер:
$$\frac{3+4+5+7+n-4}{2} = n-1$$

$$2n-2 = 15+n \Rightarrow n = 17$$

— значит деревьев можно быть только

17 шт.
Пример: на 17 деревьев:



в вершин: 13 с 1 выходящей дорогой и 4 с 4, 3, 5, 7 дорогами
с' o b A

всего 14 деревьев и граф-дерево \Rightarrow условие выполняется
Ответ: 17.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{7}$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-|x+y-2|} = 1$$

$$1 - |x+y-2| \geq 0 \Rightarrow |x+y-2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x+y-2 \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x+y \leq 3$$

и $2x+2y-x^2-y^2 \geq 0 \Rightarrow 2(x+y) \geq x^2+y^2$
 не учитывать собою.
 пусть $x \geq y$

1сл. $y=0: \Rightarrow 2|x+0| \geq x^2$

$$\Rightarrow 2 \geq x \Rightarrow \text{при } x=1 \text{ или } 2;$$

$x=1: \sqrt{2-1} + \sqrt{1-1} = 1 \Rightarrow$ верно $x=1, y=0$
 и $x=0, y=1$ - не подходит

$x=2: \sqrt{4-4} + \sqrt{1-0} = 1 \Rightarrow$ верно $x=2, y=0$
 $x=0, y=2$ - не подходит

2сл.: $y < 0 \Rightarrow 2x - x^2 \geq y^2 - 2y \geq -2y \geq 2$ (т.к. $y < -1$)

$$\Rightarrow 2x - x^2 \geq 2$$

$$x^2 - 2x \leq -2$$

\Rightarrow корни 0 и 2 \Rightarrow при $x \leq 0$ и $x \geq 2$ $x^2 - 2x \geq 0$
 при $x=1$ $x^2 - 2x = -1 > -2$
 $\Rightarrow x$ - не существует.

3сл.: $y > 0$ и $x > 0$

$$\Rightarrow x+y=2 \text{ и } 1 \leq x+y \leq 3$$

и $y \geq 1$ и $x \geq 1 \Rightarrow$ либо $y=x=1$ либо $x=2, y=1$
 1) $y=x=1: \sqrt{2} + \sqrt{1} \neq 1$ - не подходит
 $x=2, y=1: \sqrt{1} + \sqrt{1-1} = 1$

- не подходит \Rightarrow есть ответ: $x=2, y=1$
 $x=1, y=2$

Ответ: $(1;0) (0;1) (2;0) (0;2) (2;1) (1;2)$

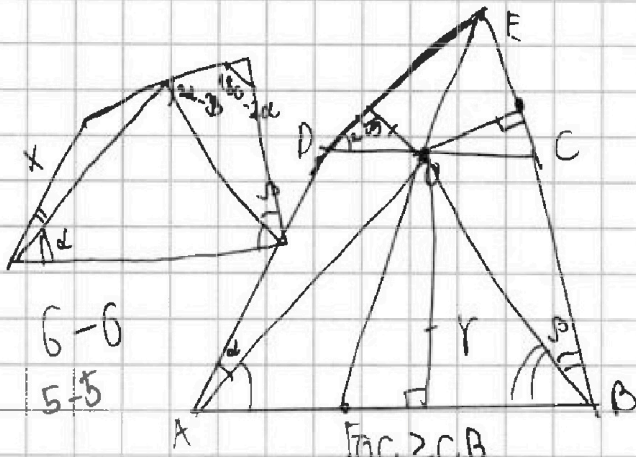


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{EC} = \frac{AD}{AC}$$

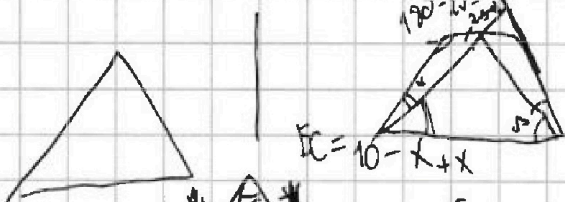
$$\frac{DO}{OC} = \frac{AD}{AC}$$

$$ED + DO = \frac{AD}{AC} (EC + OC)$$

EC

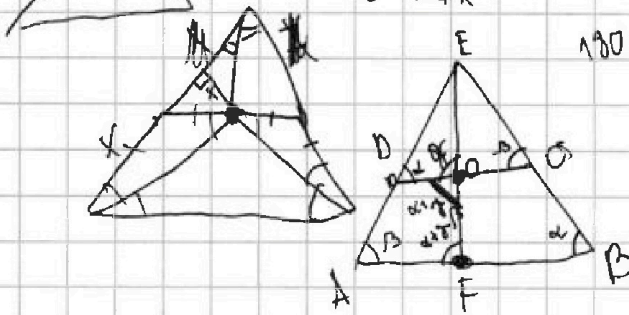
$$DO = \frac{r}{\sin 2\beta}$$

$$\frac{AE}{ED} \cdot EC = \frac{EO}{EF} = k$$



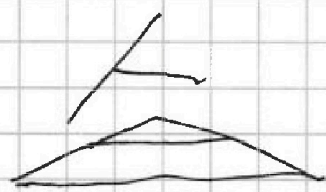
$$180 - \gamma + \beta - \alpha$$

$$ED + DO = k \frac{EB + DF}{k}$$



$$\frac{DO}{EB}$$

$$\frac{EB}{ED} = k$$

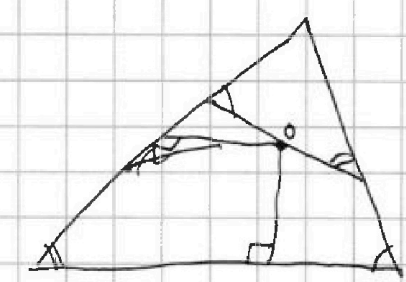


$$\frac{DO}{OC} = \frac{ED}{EC}$$

$$\frac{ED}{DO} = \frac{ED + DO}{EB + DF} = \frac{10}{ED}$$

$$\frac{DO}{FB} = \frac{ED}{10}$$

$$\frac{AF}{GC} = \frac{AE}{EC}$$



$$\frac{OC}{EC} = \frac{FB}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{EC}{OC} = \frac{AE}{AF}$$

$$\frac{EB}{OC} = \frac{DO}{AF}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{ED}{AE}$
 $120 - \alpha + \beta + \gamma = x = 180 + \alpha - \beta + 360 - 2x$
 $OC = OB$ Дано $ABCD$ - впис
 $AD \cap BC = T, E$
 $360 + 2\alpha - 2\beta = \gamma$
 T, O - ц. впис. окр. ABE
 $T, O \in CD$ $2x = 180 + \alpha - \beta$
 $BE = 10$
 $ED + DO = ?$ - найти.

$\frac{OC}{AF} = \frac{EC}{AE}$
 $\frac{DO}{AF} = \frac{DE}{AE}$
 $\frac{OC}{AF} = \frac{EC}{AE}$
 $\frac{DO}{EC} = \frac{DE}{AE} \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{AE}{DE}$
 $\frac{OC}{EC} = \frac{OA}{OE}$
 $\Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{OD}{DE} \Rightarrow \frac{AF}{OD} = \frac{AE}{DE}$, $\angle AEF$ - острый

$\angle EAB = \alpha$ $\angle EBA = \beta$ $\angle AEB = 2\gamma$
 T, O - ц. $\Rightarrow \angle AEF = \angle FEB = \gamma$
 $\triangle AEF \sim \triangle ECO$: $\angle ECO = \angle EAF = \alpha$ (из $ABCD$ - впис.)
 $\triangle EFB \sim \triangle EDO$: $\angle EDO = \angle EBF$ (из $ABCD$ - впис.)

$AD \leq DO$
 $90 - \frac{\alpha + \beta}{2}$
 $180 - \gamma - \frac{\beta}{2} = 180 + \gamma + \alpha = \alpha - \frac{\beta}{2}$
 $\frac{\beta}{2} \geq \alpha - \frac{\beta}{2} \Rightarrow \beta \geq \alpha$
 $\frac{BE}{OE} = \frac{AE}{EC}$
 $\alpha - \frac{\beta}{2} \geq \frac{\beta}{2}$
 $AD \geq DO \Rightarrow ED + DO \leq AE$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b=40$$

N 2

$$a^2 - 2ab + b^2 + 15a - 15b = 17p^5$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 17p^5$$

$$(a-b)(a-b+15) = 17p^5$$

1сл.: $p \neq 3, 5$;

\Rightarrow не подходит.

$$a-b : p \text{ и } a-b+15 : p$$

т.к. $\Rightarrow 15 : p$, но $p \neq 3, 5$.

\Rightarrow либо $a-b : p^5$

либо $a-b+15 : p^5$

1) Если $a-b : p^5$, то $a-b \geq p^5 \geq 32$

$$a-b+15 \leq 17$$

$$\text{но } a-b+15 > a-b \Rightarrow a-b : p^5$$

2) Если $a-b+15 : p^5$, то $a-b \leq 17$

$$\Rightarrow a-b+15 \leq 32, \text{ но } a-b+15 \geq p^5 \geq 32$$

\Rightarrow единственный

$$\text{вариант: } a-b=17$$

$$a-b+15=32 \text{ и } p=2$$

$$a-b+15=17 = a+b-2b = 40-2b$$

\Rightarrow

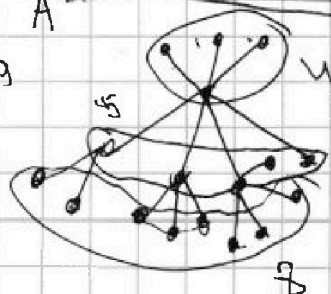
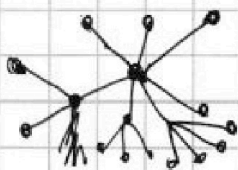
$$19+k \geq 2k+6$$

$$k \leq 13$$

$$\frac{3+4+5+7+k}{2} \geq k+3$$

$$2k+6 \leq k+19$$

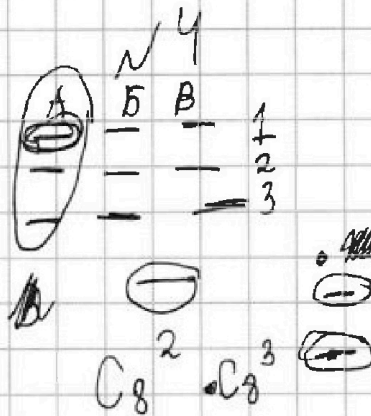
$$k \leq 13$$



$$\frac{3+4+5+7+k}{2} = k+3$$

$$19+k=2k+6$$

$$k=13$$



$$8 \cdot 8 \cdot C_8^3$$

$$C_8^2 \cdot C_8^3$$

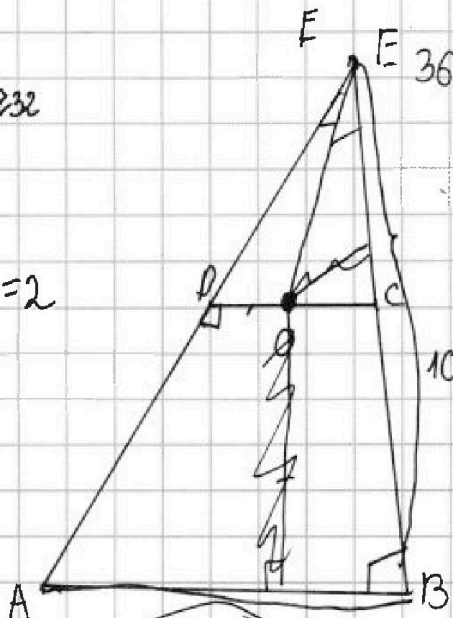
$$C_8^3 (28+28+64)$$

$$120 \cdot C_8^3$$

$$ED \cdot AE$$

$n-1$

$$5+4+3+5$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^2 - 4 \geq 0$$

$$t^2 \geq 1$$

$$t \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$$

$$4 \cdot 3 \cdot t^2 - 16t^2 + 16 > 0$$

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} + \sqrt{-1x+4-2y} = 1$$

$$x+y > 0$$

$$0 = |x+y-2| \leq 1$$

$$1 \leq x+y \leq 3$$

$$a+b = 40$$

$$ED = \frac{AD \cdot A}{AC} \cdot EC$$

$$a-b = 40-2b$$

$$a = 40-b$$

$$(a-b)^2 + 15(a-b) = 14p^5$$

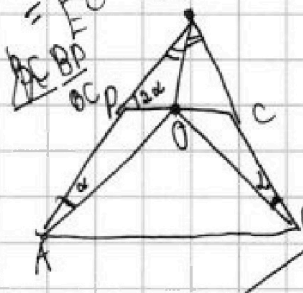
$$a-b = 1 \Rightarrow a-b+15 = 14p^5$$

$$ED \cdot EC = (a-b)(a-b+15)$$

$$ED = \frac{AD}{AC} \cdot EC = \frac{BD}{BC} \cdot EC$$

$$a-b = 1 \Rightarrow a-b+15 = 14p^5$$

мод:

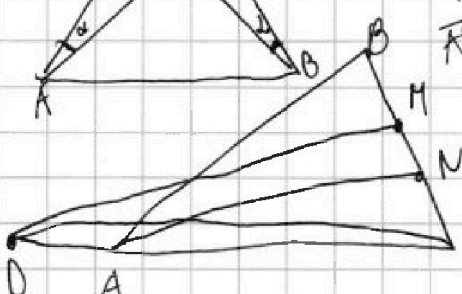


$$(40-2b)(55-2b) = 14p^5$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{BD}{BC}$$

$$a+b = 0$$

$$(a-b): 32$$



$$AC \cdot BD = AD \cdot BC$$

$$-b = b$$

$$144 = x^2 + 4x^2 + 2 \cdot 2x^2$$

$$a+b = a-b = 0$$

$$\cos CAB = -\frac{1}{4}$$

$$x^2 = 24 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{37}}{2}}{2}$$

$$EC = 10 \cdot ED \cdot AE$$

$$\frac{ED}{EC} = \frac{AD}{AC}$$

$$AC = 10 \cdot AD \cdot AE$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$$

AB-?

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \alpha = -\frac{1}{4}$$

$$\sin \alpha \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{1}{4}$$

$$\sin^2 \alpha - \sin^4 \alpha = \frac{1}{16}$$

$$\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha + \frac{1}{16} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x+2y-x^2-y^2} = 1 - \sqrt{1 - |x+y-2|} \quad |x+y| \in [3, 5]$$

$$2x+2y-x^2-y^2 = 1 + 1 - (x+y-2) - 2\sqrt{1 - |x+y-2|}$$

$$x+y = 0,5 - 1,5$$

$$0,5 \quad 1,5$$

$$x \geq y$$

$$y+3 \geq x \geq y+4$$

$$\sqrt{2-1} \quad \sqrt{x^2+y^2+1} \geq 2(x+y)$$

$$x^2+y^2 \geq x+y$$

$$y=0 \quad y=0$$

$$x=1 \quad x=2$$

$$2(x+y) \geq x^2+y^2$$

$$y \leq 0$$

$$x=1/2$$

$$2y \geq 1+y^2 \quad y^2$$

$$y \leq 0$$

$$2x > x$$

$$x > 0$$

$$2x > x$$

$$x=1$$

$$y^2 - 2y \geq 2$$

$$1 \geq y^2 - 2y$$