



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

### 9 КЛАСС. Вариант 10



- [3 балла] Найдите все значения параметра  $t$ , при каждом из которых уравнение  $x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0$  имеет два различных действительных корня, а их произведение положительно.
- [4 балла] Натуральные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = 12$ , а значение выражения  $a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b$  равно  $19p^4$ , где  $p$  – некоторое простое число. Найдите числа  $a$  и  $b$ .
- [5 баллов] На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = MN = NC$ . Прямая, параллельная  $AN$  и проходящая через точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в такой точке  $D$ , что  $AB = CD$ . Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$ ,  $\cos(2\angle CEM) = -\frac{3}{4}$ .
- [5 баллов] В классе для занятий иностранным языком стоят четыре ряда парт, в каждом из которых по три парты, расположенных друг за другом. Парта рассчитана на одного человека. Школьник хорошо видит доску в любом из следующих случаев (и только в них):
  - он сидит на первой парте в ряду,
  - ближайшая парта перед ним пуста,
  - за ближайшей партой перед ним сидит ученик меньшего роста.

Сколькими способами можно рассадить в классе 11 учеников группы так, чтобы всем было хорошо видно доску, если известно, что все школьники разного роста? Ответ дайте в виде числа или выражения, содержащего не более двух слагаемых (в слагаемые могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- [5 баллов] Продолжение сторон  $BC$  (за точку  $C$ ) и  $AD$  (за точку  $D$ ) вписанного в окружность четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Центр  $O$  окружности, вписанной в треугольник  $ABE$ , лежит на отрезке  $CD$ . Найдите наибольшее возможное значение суммы  $ED + DO$ , если известно, что  $BE = 12$ .
- [4 балла] На острове расположено несколько деревень. Между некоторыми деревнями проложены дороги. Известно, что из любой деревни в любую другую можно добраться, причём по единственному маршруту. Также известно, что есть четыре деревни, из которых выходят 5, 6, 7 и 9 дорог соответственно, а из остальных деревень выходит ровно по одной дороге. Сколько деревень может быть на острове?
- [5 баллов] Найдите все пары целых чисел  $(x; y)$ , удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{2x - 2y - x^2 - y^2} + \sqrt{1 - |x - y - 1|} = 2.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$x^2 + 4\sqrt{2}tx + 9t^2 - 9 = 0 \quad - \text{имеем 2 корня } x_1 \text{ и } x_2$$

$x_1, x_2 > 0$

По м. ур-е имеем 2 разл. дискр. корня, но дискр. - может быть 0.

$$32t^2 - 36t^2 + 36 = 36 - 4t^2 > 0$$

По м. Валера  $x_1, x_2 = \frac{3t^2 - 9}{1} = 9t^2 - 9 > 0$  (по усл.)

Значит, 1)  $(6 - 2t)(6 + 2t) > 0$  и

2)  $(3t - 3)(3t + 3) > 0$

1) Если  $6 - 2t > 0$  и след.  $6 + 2t > 0$ , то:

$$6 > 2t$$

$$t < 3$$

$$-3 < t < 3$$

$$2t > -6$$

$$t > -3$$

2) Если  $6 - 2t < 0$  и след.  $6 + 2t < 0$

$$6 < 2t$$

$$t > 3$$

$$2t < -6$$

$$t < -3$$

Криволинейные  $\Rightarrow$  такое быть не может.

3) Если  $3t - 3 > 0$  и  $3t + 3 > 0$ , то

$$3t > 3$$

$$t > 1$$

$$3t > -3$$

$$t > -1$$

т.е.  $t > 1$

4) Если  $3t - 3 < 0$  и  $3t + 3 < 0$

$$3t < 3$$

$$t < 1$$

$$3t < -3$$

$$t < -1$$

т.е.  $t < -1$

Коллекция, то  $-3 < t < 3$  и либо  $t > 1$  либо  $t < -1$

I)  $-3 < t < -1$  } - б.м.х. усл. ур-е

II)  $1 < t < 3$  } - усл. выполнено

$$t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

$$t \in (-3; -1) \cup (1; 3)$$

Ответ:  $(-3; -1) \cup (1; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$a, b \in \mathbb{N}$$

$$a - b = 12$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = 19p^4, \text{ где } p - \text{простое число}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 + 3a + 3b = (a+b)^2 + 3(a+b) =$$

$$= (a+b)(a+b+3)$$

числа  $a+b$  и  $a+b+3$  могут иметь мно-  
-ко кратный общий простой делитель - 3,  
т.к. они разной четности, а разность  
между ними меньше любого простого  
числа кроме 2 или 3. Крайне одно из  
них кратно 19, т.к. общий делитель у этих  
чисел только 3

1) Если  $p=3$  т.к.  
 $a+b = \frac{19}{3}$

1) Если  $p=3$  и  $a+b$  и  $a+b+3 \vdots 3$ :

т.к. только одно из этих чисел имеет  
в разложении на простые множители  
19, но другой является  $n$ -ой степенью  
числа  $p$  (из сравн. возмощен на простом!  
разложение при  $19p^4$  совпадает с произв.  
разложения  $a+b$  и  $a+b+3$ ) придем  
 $n > 0$ , т.к.  $a \geq 1$ ,  $b \geq 1$  и  $a+b \geq 2$ .

Возможны варианты:

~~$a+b=19$ ,  $a+b+3=$~~

Варианты разложения этих двух чисел  
на прост. множ.:

1)  $a+b=19$ ;  $a+b+3=3^4 \Rightarrow 3^4=19+3$ , т.к.  $81=22$  - против.

2)  $a+b=19 \cdot 3$ ;  $a+b+3=3^3 \Rightarrow 3^3=19 \cdot 3+3$ , т.к.  $27=60$  - против.

3)  $a+b=19 \cdot 3^2$ ;  $a+b+3=3^2 \Rightarrow 3^2=19 \cdot 3^2+3$  - против.

4)  $a+b=19 \cdot 3^3$ ;  $a+b+3=3 \Rightarrow 3 > 19 \cdot 3^3$  - против.

Значит  $p \neq 3$ , но  $a+b$  и  $a+b+3$  всё  
равно имеют делит одно число восточнее при  
дел. на 3.

2)  $p \neq 3$ :

либо  $a+b=19$ ,  $a+b+3=p^4$  или либо  $a+b=p^4$ ,  $a+b+3=19$

1)  $19+3=p^4 \Rightarrow p^4=22$  и  $p \notin \mathbb{N}$

2)  $p^4+3=19 \Rightarrow p^4=16 \Rightarrow p=2$ , тогда  $\begin{cases} a+b=16 \\ a-b=12 \end{cases}$  (но не вкл.)





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a+b=16 \\ a-b=12 \end{cases} \quad \begin{cases} a=14 \\ b=16-a \end{cases} \quad \begin{cases} a=14 \\ b=2 \end{cases} \\ & 2a=28 \quad b=16-14 \\ & a=14 \quad b=2 \end{aligned}$$

Ответ:  $a=14$ ;  $b=2$



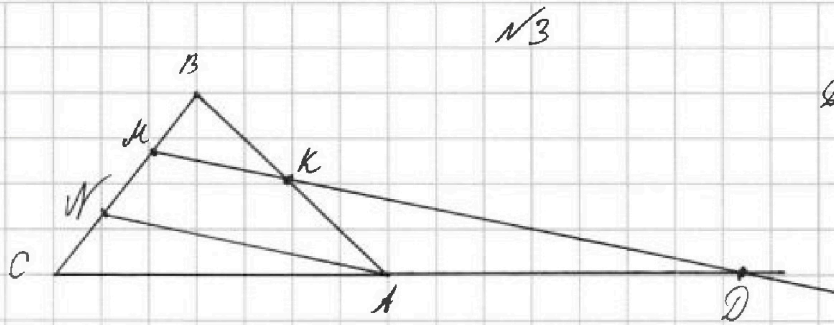


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$   
 $BM = MN = NC$   
 $MD \parallel AN$   
 $AB = CD$   
 $BC = 6$   
 $\cos(2\angle CAN) = -\frac{3}{4}$   
 Найти:  $AB$

Решение:

П.ч.  $AN \parallel MD$  и  $AD$  — секущая, то  $\angle MDA = \angle NAC$

Из подобия треугольн.  $ACN$  и  $DCM$  (по углам  $\angle C$  и  $\angle CAN$  и  $\angle CDM$ ) следует, что  $AC = AD = \frac{1}{2} AB$   
 (П.ч.  $CN = MN$ )

Из подобия  $\triangle BKM$  и  $\triangle BNA$  ( $\angle B$  общ. и  $\angle BKM = \angle BAN$  — соотв. при  $AN \parallel MD$ ) следует, что  $BK = KA = \frac{1}{2} AB$  и

$\angle BKM = \angle BAN$

П.ч.  $\angle BKM$  и  $\angle AKD$  — ~~напрямую~~ <sup>верт.</sup> смежные, то  $\angle BKM = \angle AKD = \angle DKC$  (последнее рав. из подобия треугольн.  $ADK$  —  $AD = \frac{1}{2} AB = AK$ )  $\Rightarrow$

$\Leftrightarrow \angle BAN = \angle BKM = \angle AKD = \angle KAC \Rightarrow AN$  — биссектриса треугольн.  $ABC$ .

По т. косинусов  $CN^2 = AN^2 + AC^2 - 2AN \cdot AC \cdot \cos(\angle CAN)$   
 $\frac{CN^2}{4MN^2} = \frac{AN^2}{4MN^2} + \frac{AC^2}{4MN^2} - 2 \cdot \frac{AN}{2MN} \cdot \frac{AC}{2MN} \cdot \cos(\angle CAN)$

П.ч.  $AN$  — биссектриса  $\triangle ABC$ , то  $\angle BAC = 2\angle CAN$   
 тогда, по т. косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + \frac{AB^2}{4} - 2 \cdot AB \cdot \frac{AB}{2} \cdot \cos(2\angle CAN)$$

$$BC^2 = \frac{5}{4} AB^2 - AB^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$BC^2 = \frac{5}{4} AB^2 + \frac{3}{4} AB^2$$

$$2AB^2 = BC^2$$

$$AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Ответ:  $AB = 3\sqrt{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего парт  $4 \cdot 3 = 12$ , т.е. 1 останется пустой.  
 \* Если пустой будет 1-я парты, то на след. за ней 1 парту можно посадить ученика 11 сп., но на каждый из этих способов на 3-ю парту можно посадить всё меньшее кол-во учеников (если мы считаем, что ученики растут в порядке увеличения роста)  $\Rightarrow$  На этот ряд можно посадить  $1 + 10 + 9 + \dots + 1 = \frac{1+10}{2} \cdot 10 = 55$  сп.

На след. ряд за 1-ю парту придётся посадить самого низкого из ост. учеников, а на след. 2 парты учеников можно посадить  $7+6+1+1 = \frac{7+1}{2} \cdot 2 = 28$  сп. (самый высокий ученик, на 2-ю парту - 8 способов, и на 3-ю 7, 6, 5..., 1 в зав. от ученика за 2-й парты) и вообще, в целом, если на ряд останется  $n$  учеников, то за 1-ю парту придётся посадить самого низкого, а за след. 2 -  $\frac{n-2+1}{2} \cdot (n-2) = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$  способами.

Значит, в данном случае на 3-й ряд останется 8 учеников -  $\frac{(6-1)(6-2)}{2} = 10$  сп., на 4-й - 3 ученика  $\Rightarrow$  1 способ.

Итого, если пустой будет 1-я парты, то способов  $55 \cdot 28 \cdot 10$  способами.

Этот множитель будет всегда при абсолютн. н.ч. какой бы 10 парты ни была пустой парты, на какие-то 3 ряда останется 8 учеников, которые можно посадить 28 \cdot 10 способами.

2) Если пустая парты - 2-я, но на ряду с ней за 1-ю парту ученика можно посадить 11 сп., на 3-ю - 10-ю сп. (1 сидит за 1-й парты)  $\Rightarrow$  на этот ряд  $11 \cdot 10 = 110$  сп., на ост. 3 ряда ситуация абсолютн. такая же  $\Rightarrow$  всего способов  $110 \cdot 28 \cdot 10$

3) Если пустая парты - 3-я, но ситуация абсолютн. аналогично 1-й (и т.д., что мы не считаем, то для 4-х рядов сист. из 2-х парт)  $\Rightarrow$  способов  $55 \cdot 28 \cdot 10$

Значит всего способов  $(55 \cdot 28 \cdot 10 \cdot 2 + 110 \cdot 28 \cdot 10) \cdot 4! = 270 \cdot 280 \cdot 4! = 270 \cdot 280 \cdot 24 = 1478400$ , где  $4!$  - это факториал, т.е. в каждой из 4-х парт можно посадить  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$  способами.

Ответ: 1478400





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Кол-во способов попасть из дерева с 1 дорожкой к любой другой, зависит только от количества тех четырех деревьев, у которых дорог больше 1-й, т.е. из них самой попасть можно только в ту дорожку и в каждую такую дорожку ведет всего одна дорога от какой-либо из тех четырех. Среди этих четырех деревьев, в которых дорог больше 1 другую попасть можно было только одним путём и можно соединить дорожки след. образом:



Здесь принципиальная разница в том, из каких деревьев по какой дороге выйдете

Есть ещё вариант, когда  $\nabla$ , но он не отталкивается от второго, т.е. вправо из 2-х ~~деревьев~~ деревьев выйдут по 1-й дороге, а из 2-х — по 2. Меньше дорог по прямой и меньше: ~~туда~~ иначе увеличится количество элементов связности (3 ~~деревья~~ дерева след, 1 деревню или деревню след, по 2, но корни разделимы). При большом кол-ве дорог увеличатся возможные маршруты из одной деревни в другую.

Всего в зоне было  $5+6+7+9=27$  дорог

Мы переплатили на след. 4-х деревьях с

большим 1 лишней дорогой  $2+2+2=6$  км

$3 \cdot 2 = 6$  дорог (каждая дорога считается

как 2, т.е. след. деревню)  $\Rightarrow$  ещё  $27 - 6 = 21$  до-

рожал можно присоед. 2 деревню (по 1-й на дороге)  $\Rightarrow$  всего деревьев  $4 + 21 = 25$

Ответ: 25 деревьев.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x, y \in \mathbb{Z}$ , корни уравнения:

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} + \sqrt{1-x-y-11} = 2$$

м.к. ~~1-11~~  $1-x-y-11 \geq 0$  (имеем только целые корни), то  $1 \geq |x-y-11|$ , но  
 1) Если м.к. меньше - не берем, иначе  $x$  и  $y$  целые (и верны соотв. полн.), то  $|x-y-11|$  равно 0 или 1. Если

1) Если  $|x-y-11|=1$ , то уравнение имеет вид

$$\sqrt{2x-2y-x^2-y^2} = 2, \text{ при } x-y-1=1 \text{ или } x-y-1=-1$$

1.1) если  $x-y-1=1$  и  $x=y+2$ , то

$$\sqrt{2(y+2)-2y-(y+2)^2-y^2} = 2$$

$$2y+4-2y-y^2-4y-4-y^2 = 4$$

$$-2y^2-4y = 4$$

$$2y^2+4y+4=0$$

$D = 16 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = -16 < 0 \Rightarrow$  корней нет и этот случай не подходит

1.2) если  $x-y-1=-1 \Rightarrow x=y$ , то

$$\sqrt{2x-2x-x^2-x^2} = 2$$

$\sqrt{-2x^2} = 2$ , м.к.  $x^2 \geq 0$ , то  $-2x^2 \leq 0$   
 $\Rightarrow$  корней нет (если  $x^2 > 0$ , то под корнем квадратный не число, если  $x^2 = 0$ , то  $0 = 2$  противоречие) и этот случай тоже не подх.

2) Если  $|x-y-11|=0 \Rightarrow x-y-11=0 \Rightarrow x=y+11$ , тогда:

$$\sqrt{2(y+11)-2y-(y+11)^2-y^2} + \sqrt{1-0} = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2y+2-2y-y^2-2y-1-y^2} = 2-1$$

$$\text{А } \sqrt{-2y^2-2y+1} = 1$$

$$-2y^2-2y+1=1$$

$$-2y^2-2y=0$$

$$y^2+y=0$$

$$y(y+1)=0$$

$$y=0 \text{ или } y+1=0$$

$$y=-1$$

Если  $y=0$ , то  $x=0+1=1$ , проверяем:

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 1^2 - 0^2} + \sqrt{1 - 1 - 0 - 1} &= \sqrt{2-1} + \sqrt{1} = \\ &= \sqrt{1} + \sqrt{1} = 2 - \text{подходит.} \end{aligned}$$

Если  $y=-1$ ,  $x=-1+1=0$ , то:

$$\begin{aligned} \sqrt{2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) - 0^2 - (-1)^2} + \sqrt{1 - 1 - (-1) - 1} &= \sqrt{2-1} + \sqrt{1} = \\ &= 2 - \text{подходит.} \end{aligned}$$

Значит, решения это ~~я~~  $(0; -1)$  и  $(1; 0)$

Ответ:  $(0; -1)$  и  $(1; 0)$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

Всего парт  $4 \cdot 3 = 12$ , т.е. 1 парты должна быть  
- с пустой.

Самый лучший ученик в классе может сидеть либо  
за 1-й партой, либо за 2-й, но тогда ~~за~~  
перед ним была пустая парты. ~~Тогда~~  
Самое лучшее можно расположить 2 способами  
(2-4-но 2-вместо ряда) в одном ряду.

Если следующий сидит не на последней парты,  
то за ним обязательно сидит пустая  
парты.

1) Если самый лучший за 1-й парты, то ~~на~~ парты  
парты может быть задана 10 способами.

В другом ряду за 1-й парты будет сидеть  
самый лучший из ост. За ним (за 2-й парты)  
может быть сидеть ученика 8 ст.

1.1) Если это будет ~~в~~ след. по высоте за ~~в~~  
ученика 1-й парты, то на 3-ю можно поса-  
-дить ученика 7-ю способами.

1.2) Если это нет, то след. по высоте можно  
посадить за 1-ю парты еще одного  
руда.

ост. 3 1 ост 3

$$C_{11}^4 \cdot 4! + C_{11}^3 \cdot 4! = (C_{11}^4 + C_{11}^3) \cdot 4!$$

$$00 \ 101 \ 101 \ 10 \quad - \quad 11 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$616 \cdot 24 =$$

$$= \frac{616 \cdot 100 - 616}{4}$$

$$= 15400 - 616 =$$

$$= 15784 - 288$$

$$= 14784$$

$$10 + 7 + 21 + 4 + 6 + 7 =$$

$$10 \cdot 28 \cdot 10 \cdot 1 = 2800$$

$$2800 + 4$$

$$2800 \cdot 4!$$

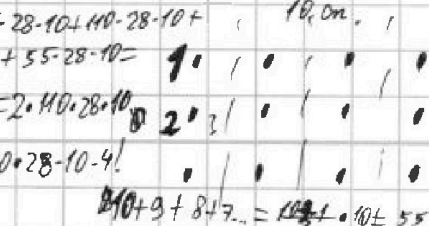
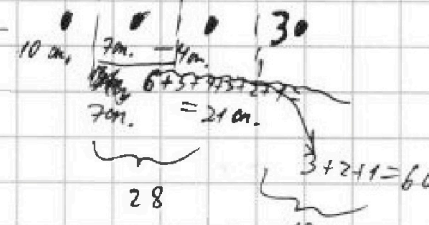
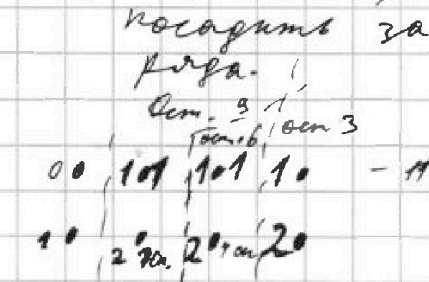
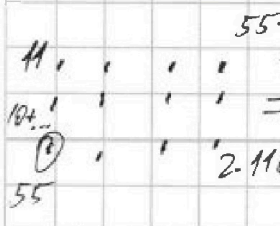
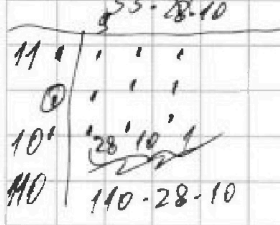
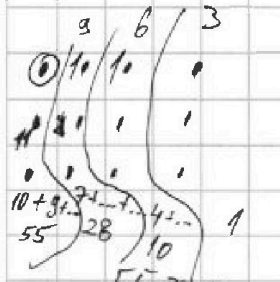
$$220 \cdot 280 \cdot 24 =$$

$$= (22 \cdot 28 \cdot 24) \cdot 100 =$$

$$= (680 + 56) \cdot 24 \cdot 100 =$$

$$= \left( \frac{336 \cdot 100}{4} - 336 \right) \cdot 100 =$$

$$= (8400 - 336) \cdot 100 = 806400$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

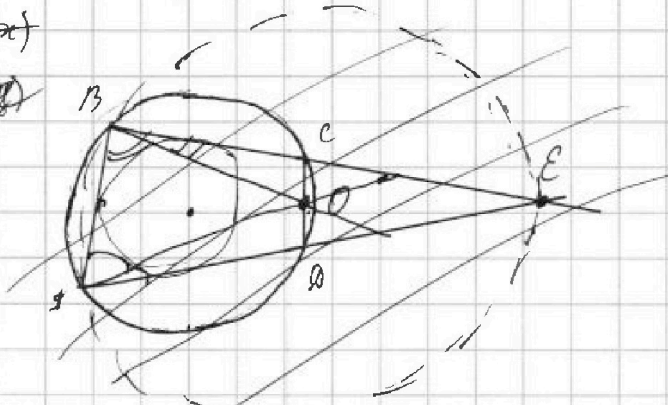
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2x - 2y - x^2 - y^2 = x(1-x) - y(1+y) + x - y$$

$$\begin{aligned} & \cancel{2x} \\ & = 2(1-y) \end{aligned}$$



Дано: ABCD - ромб, диагональ AC

E - т. перес. AD и BC

O - ц. окруж. ромба

O ∈ CD

BE = 12

Найти: площадь змк.

ED + DO

$$x - y - 1 = 0$$

$$x = y + 1$$

$$1 \geq |x - y - 1|$$

$$|x - y - 1| = 0$$

$$|x - y - 1| = 1$$

$$x - y - 1 = 1$$

$$x - y - 1 = -1$$

$$x = y + 2$$

$$x = y$$

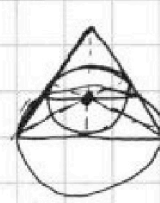
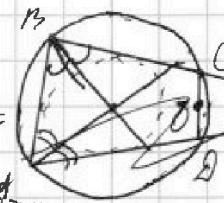
$$x - y = n$$

$$x = n + y$$

$$xy = y(n + y)$$

$$180 - \alpha = \beta$$

$$180 - 2\alpha = 2\beta$$



Решение:

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$\begin{aligned} 2(x - y) - (x - y)^2 - 2xy &= \\ &= (x - y)(2 - x + y) - 2xy \end{aligned}$$

$$n(2 - n) - 2xy$$

$$(y + 1)^2 = y^2 + 2y + 1$$

$$x = y + 1$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 2y \leq 0$$

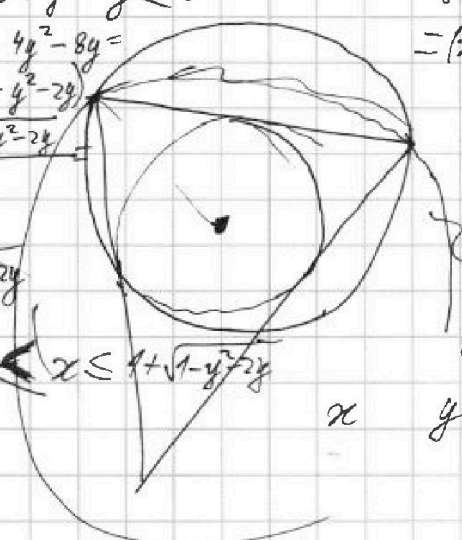
$$D = 4 - 4y^2 - 8y =$$

$$= 4(1 - y^2 - 2y)$$

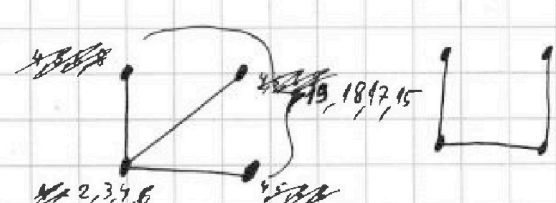
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{1 - y^2 - 2y}}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{1 - y^2 - 2y}$$

$$1 - \sqrt{1 - y^2 - 2y} \leq x \leq 1 + \sqrt{1 - y^2 - 2y}$$



$$\sqrt{n(2-n) - 2xy} +$$



$$5 + 6 + 7 + 9 - 6 = 21$$

$$21 + 4$$

$$25$$

$$\ominus x^3 - x^2(y+4) + 4x(y^2+1) - 4y^2 - 4y - y^2 = 21 + 4$$

$$= x^3 - x^2(y+4) + 4x(y^2+1) - (2-x+y)(2x-2y-x^2-y^2) =$$

$$-y(y^2+4y+4) = x^3 - x^2(y+4) + 4x - 4y - 2x^2 - 2y^2 - 2x^2 + 2xy + x^2 + xy^2 + 2xy - 2y^2 + 4x(y^2+1) - y(y+2)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \sin^2 \frac{A}{2} - 4 \sin^2 B + \sin^2 B = 0$$

$$4 \sin^2 \frac{A}{2} = 4 \sin^2 B$$

$$\sin^2 \frac{A}{2} = \sin^2 B$$

$$\sin \frac{A}{2} = \sin B$$

$$\frac{A}{2} = B$$

$$A = 2B$$

$$a = 16 - 4b \sin^2 B = 16 \cos^2 B$$

$$\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{4 \pm 4 \cos B}{4} = 1 \pm \cos B$$

$$\sin \frac{B}{2} = \frac{\sqrt{\cos B + 1}}{2}$$

$$\sin(B) = 2 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}$$

$$\sin^2 B = 4 \sin^2 \frac{B}{2} (1 - \sin^2 \frac{B}{2})$$

$$\frac{(l-b) \sin A}{\sin B} + (l-b) \frac{\sin A \cos B + \sin B \cos A}{\sin B} = l$$

$$BE = l$$

$$BC = b$$

$$CE = l - b$$

$$ED = \frac{EO}{\sin(\frac{B}{2})} = \frac{BE}{\sin(180 - (\frac{A}{2} + 180 - A))} = \frac{BE}{\sin(\frac{A}{2})}$$

$$CO = \frac{CE \sin(\frac{B}{2})}{\sin(\frac{A}{2} - \frac{B}{2})}$$

$$DE = \frac{CE}{\sin A} = \frac{l-b}{\sin B} = \frac{ED}{\sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})}$$

$$DE = (l-b) \frac{\sin A}{\sin B}$$

$$ED = (l-b) \frac{\sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})}{\sin(B)}$$

$$DO = ED - CO = (l-b) \frac{\sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})}{\sin B} - l \frac{\sin(\frac{B}{2})}{\sin(\frac{A}{2} - \frac{B}{2})}$$

$$DE + DO = (l-b) \frac{\sin A}{\sin B} + (l-b) \frac{\sin(\frac{A}{2} + \frac{B}{2})}{\sin B} - l \frac{\sin(\frac{B}{2})}{\sin(\frac{A}{2} - \frac{B}{2})} = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

