



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02



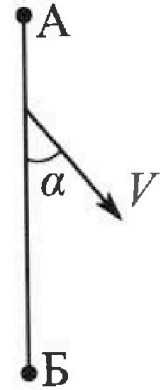
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ в безветренную погоду составляет $T_0=200$ с. Расстояние AB равно $S=2$ км.

1. Найдите скорость U аппарата в спокойном воздухе.

Допусти м, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью $V = 15$ м/с под углом α к прямой AB (см. рис.), $\sin \alpha = 0,8$.

2. Найдите продолжительность T_1 полета по маршруту $A \rightarrow B$ в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна U .
3. При каком значении угла α продолжительность полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$ минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность T_{MIN} полета по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow A$.



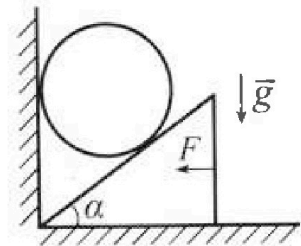
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через $t_1 = 0,5$ с и $t_2 = 1,5$ с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол $2\beta = 90^\circ$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1. Найдите продолжительность T полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность L полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус R кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом α при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны $m=0,4$ кг. Трения нет. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Систему удерживают в покое горизонтальной силой $F = \sqrt{3}mg$.

1. Найдите угол α , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.



Силу F снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на H шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно $h=0,15$ м.

2. Найдите перемещение H шара до соударения.
3. Найдите силу N_1 , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла α сила N_1 максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину N_{MAX} этой силы.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 09-02

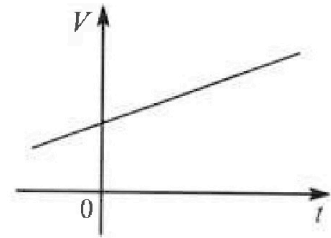


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками $t_0 = 0^\circ\text{C}$ и $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ равно $L=100$ мм. В термометре находится $m=0,04$ г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема V спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ объем спирта в $\beta = 1,12$ раза больше объема спирта при $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Плотность спирта при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ считайте равной $\rho = 0,8$ г/см³. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытными данным, запишите формулу зависимости объема $V(t)$ спирта от температуры t , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины: $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$.



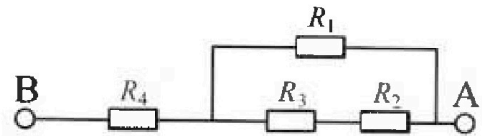
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна $t_1 = 50^\circ\text{C}$.

2. Найдите убыль $|\Delta V|$ объема спирта при уменьшении температуры воды от $t_1 = 50^\circ\text{C}$ до $t_2 = 40^\circ\text{C}$. В ответе приведите формулу и число в мм³.
3. Найдите площадь S поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм².

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$, здесь $r = 5$ Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭКВ}}$ цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока $I = 4$ А.



2. Найдите мощность P , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность P_{MIN} .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

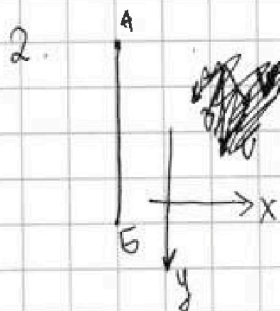
СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача n1 Дано: $T_0 = 200 \text{ с}$ $S = 2 \text{ км}$ $V = 15 \text{ м/с}$

$\sin \alpha = 0,8$ Найти: 1. U 2. T_1 3. α , если $T_{A \rightarrow B} \rightarrow \min$ 4. T_{\min}

Реш: 1. $S = U \cdot T_0$ (т.к. равномерное прямолинейное глм.)
 $U = \frac{S}{T_0} = \frac{2000 \text{ м}}{200 \text{ с}} = 20 \text{ м/с}$



V_1 - скорость самолета относ. земли.

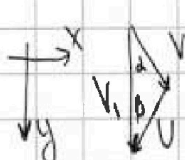
Т.к. БПЛА летит ровно по прямой AB, то тогда $V_{1x} = 0$, β - угол скорости \vec{U} к

прямой AB;
 $V_{1x} = 0 = V \sin \alpha - U \sin \beta$

$$\sin \beta = \frac{V}{U} \sin \alpha = \frac{15 \text{ м/с}}{20 \text{ м/с}} \cdot 0,8 = 0,6$$

можем найти, т.к. $\sin \beta \leq 1$. Т.е. скорости самолета и скорости БПЛА достаточно для компенсации угла α и др. времени. Т.е. $T_1 = \infty$;

3. ~~(V_1 и β произм. по те, что и в п. 2.)~~ γ - угол между \vec{U} и AB при полете обратно



$$V \sin \alpha = U \sin \beta \quad (V_{1x} = 0)$$

$$T_{A \rightarrow B} = \frac{S}{V_1} = \frac{S}{V \cos \alpha + U \cos \beta}$$

V_2 - скорость при полете $B \rightarrow A$



$$V \sin \alpha = U \sin \gamma \quad (V_{2x} = 0)$$

$$T_{B \rightarrow A} = \frac{S}{V_2} = \frac{S}{U \cos \gamma + V \cos \alpha}$$

\rightarrow обратно $B \rightarrow A$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. ~~пройдена~~ $T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \gamma - V \cos \delta}$

т.к. $\sin \gamma = \frac{V \sin \alpha}{U} = \sin \beta$, и они оба $\in [0; 90^\circ]$, то $\gamma = \beta$

~~$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha} = S \frac{2U \cos \beta}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha}$~~

~~$\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2} = \frac{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}{U^2}$~~

~~$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = S \frac{2U \cos \beta}{U^2 - 2V^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - 2V^2 \cos^2 \alpha} S =$~~

~~$\Rightarrow \cos \beta = 0,8 = \sqrt{1 - 0,6^2}$~~

~~$\Rightarrow T_1 = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} = \frac{2000}{20 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 0,6} =$~~

~~$= \frac{2000}{25} = 80 \text{ c}$~~

3. $T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = \frac{S}{U \cos \beta + V \cos \alpha} + \frac{S}{U \cos \beta - V \cos \alpha}$

($\cos \beta$ и $\sin \alpha$ и $\sin \beta$, т.к. $V \sin \alpha$ и $\sin \beta$ и $\sin \alpha$ и $\sin \beta$ одинаковы.)

т.е. $U \sin \beta_1 = U \sin \beta_2$, т.е. $\beta_1 = \beta_2$ ($\beta_1, \beta_2 < 90^\circ$)

$T_{A \rightarrow B \rightarrow A} = S \left(\frac{2U \cos \beta}{U^2 \cos^2 \beta - V^2 \cos^2 \alpha} \right); \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - \frac{V^2 \sin^2 \alpha}{U^2} =$

$S \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha - V^2 \cos^2 \alpha} = S \frac{2 \sqrt{U^2 - V^2 \sin^2 \alpha}}{U^2 - V^2}$ т.е. $\text{гда min } T_{A \rightarrow B \rightarrow A} \sin^2 \alpha = 1$
 $\alpha = 90^\circ$

4. $T_{A \rightarrow B \rightarrow A \text{ min}} = \frac{2S}{\sqrt{U^2 - V^2}} = \frac{4000}{\sqrt{175}} = \frac{1600}{\sqrt{7}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$

Ответ: 1. 20 м/с 2. 80 с 3.

1. $U = 20 \text{ м/с}$ 2. $T_1 = 80 \text{ c}$ 3. $\alpha = 90^\circ$ 4. $T_{\text{min}} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

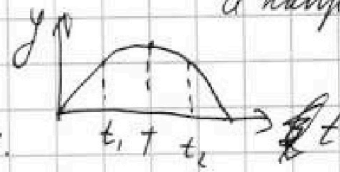
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2 Дано: $t_1 = 0,5c$ $t_2 = 1,5c$ $|V_{t_1}| = |V_{t_2}|$ $\alpha = 90^\circ$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$ Найти: 1. T 2. α 3. R

Реш: $t_1 < T < t_2$ (т.к. ~~мысли~~ α между скор. падении и напр. - вниз)

\vec{V}_0 - нач. скорость.

α - угол между \vec{V}_0 и горизонтом.



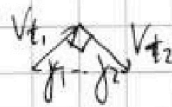
1. $\int g T = V_0 \sin \alpha$ - верн. в верн = 0

$$V_0 \sin \alpha - g t_1 = -(V_0 \sin \alpha - g t_2)$$

$$\begin{cases} T = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} \\ 2 V_0 \sin \alpha = g (t_1 + t_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{t_1 + t_2}{2} = 1c \\ V_0 \sin \alpha = \frac{g}{2} (t_1 + t_2) \end{cases}$$

2. $(\vec{V}_{t_1}, \vec{V}_{t_2}) = 90^\circ$

$$\vec{V}_{t_1, \text{верн.}} = -\vec{V}_{t_2, \text{верн.}}$$



α_1 - угол между \vec{V}_{t_1} и верн. α_2 - угол между \vec{V}_{t_2} и верн.

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{V_{t_1, \text{верн.}}}{V_{t_1, \text{верн.}} \cos \alpha_1} = \frac{V_{t_2, \text{верн.}}}{V_{t_2, \text{верн.}} \cos \alpha_2} = \text{tg } \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ \text{ т.е. } V_{t_1, \text{верн.}} = V_{t_2, \text{верн.}}$$

$$= V_{t_1, \text{верн.}} = V_{t_2, \text{верн.}} \text{ (по модулю)}$$

$$\begin{cases} V_0 \sin \alpha - g t_1 = V_0 \cos \alpha \\ -V_0 \sin \alpha + g t_2 = V_0 \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} V_0 (\sin \alpha - \cos \alpha) = g t_1 \\ V_0 (\sin \alpha + \cos \alpha) = -g t_2 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2:1 \\ \text{---} \\ \text{---} \end{matrix} \quad \begin{cases} V_0 = \sqrt{10g} \\ \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = -\frac{t_2}{t_1} = -3 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 3 \cos \alpha - 3 \sin \alpha \quad 2 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$5 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$V_0 \sin \alpha = \frac{g(t_1 + t_2)}{2} \quad (\text{из н. 1.}) \quad V_0 = \frac{10 \cdot 2}{2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}} = 5\sqrt{5} \text{ м/с}$$

$$\begin{aligned} L &= V_0 \cos \alpha \cdot T = V_0 \cos \alpha \cdot \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2V_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \\ &= \frac{2 \cdot 5^3 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}}{10} = 5^2 \cdot \frac{2}{5} = 10 \text{ м} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad V_{\text{верт}} &= V_0 \cos \alpha = V_0 \cos \alpha \quad a_{\text{верт}} = g \\ g &= \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{R} \quad R = \frac{V_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{5^3 \cdot \frac{4}{5}}{10} = 10 \text{ м} \end{aligned}$$

Ответ: 1. $T = 1 \text{ с}$ 2. $L = 10 \text{ м}$ 3. $R = 10 \text{ м}$



1 2 3 4 5 6 7

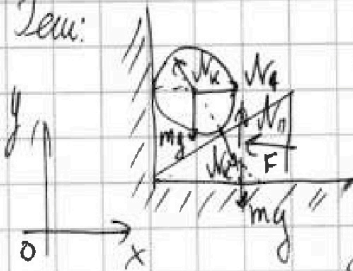
СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3 Дано: $m = 0,4 \text{ кг}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $F = mg\sqrt{3}$
 $h = 0,15 \text{ м}$

Найти: 1. α 2. H 3. N_1 4. N_2
5. N_{MAX}

Реш:



N_k — сила, с кот. муш действует на шар.

$$O_x \text{ муш: } 0 = -N_k \sin \alpha + N_1$$

$$O_y \text{ муш: } 0 = N_k \cos \alpha - mg$$

$$O_x \text{ муш: } 0 = N_k \sin \alpha - F$$

Система: 2×2

$$1. \begin{cases} N_k \sin \alpha = F = mg\sqrt{3} \\ N_k \cos \alpha = mg \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{1} \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sqrt{3} \cos \alpha \\ 4 \cos^2 \alpha = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{array}{c} \sqrt{3} \\ \triangle \\ 1 \end{array} \quad \alpha = 60^\circ$$

2. $O_x \text{ муш: } m a_k = N_k \sin \alpha$ a_k — ускор. муш

~~$N_k(t) = \text{const}$, так как шар касается муш~~

~~$a_k = \frac{N_k \sin \alpha}{m} = \text{const}$ так как α — от времени, шар муш касается муш α , т.к. $N_k = \text{const}$~~

~~$a_{\text{ш}}(\text{гор. муш}) = a_k \sin \alpha = \frac{N_k \sin \alpha}{m} \sin \alpha$~~

~~$N_k = \frac{m g}{\cos \alpha}$ (н.д.) = ~~$\frac{m g}{\cos 60^\circ}$~~~~

~~$a_k = \frac{g \sin \alpha}{\cos \alpha} = g \tan \alpha$ ~~$a_k = g \tan^2 \alpha$~~~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

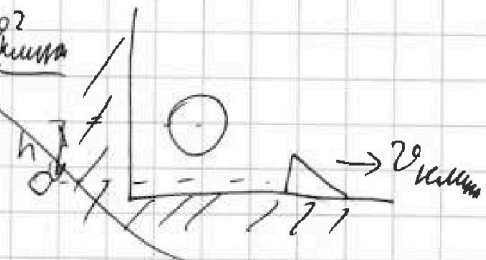
СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Вн~~ $t_{\text{наг}} (\text{время наг. шара}) = \sqrt{\frac{2H}{a_{\text{ш}}}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \text{tg} \alpha$
 $v_{\text{шарика}} (\text{скорость шарика в момент соуд. шара и земли}) =$
 $= a_{\text{ш}} \cdot t_{\text{наг}} = g \text{tg} \alpha \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \text{tg} \alpha = \sqrt{2Hg} \cdot \text{tg}^2 \alpha$

Теперь запишем закон сохранения энергии. Точка $H_{\text{ш}} = 0 \rightarrow$
 \rightarrow радиус шара от верш. под. т.ц.

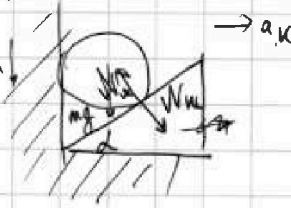
$E_{\text{начальн}} = mgh = mgh + \frac{mv_{\text{шарика}}^2}{2}$
 $mgh = mgh + \frac{m \cdot 2Hg \cdot \text{tg}^2 \alpha}{2}$
 $H = h + H \text{tg}^2 \alpha \quad H = \frac{h}{1 - \text{tg}^2 \alpha} =$
 $= 0,15 \text{ м}$



Оускоря $ma_{\text{ш}} (\text{усл. шара}) = mg -$

2. $a_{\text{ш}}, a_{\text{ш}} -$ ускор шара и шара соотв.

$N_{\text{ш}} -$ сила, с кот. шар давл. на ш.



$$\begin{cases} ma_{\text{ш}} = N \sin \alpha & \text{Оу шарика} \\ ma_{\text{ш}} = -N \cos \alpha + mg & \text{Оу шара} \\ \frac{a_{\text{ш}}}{a_{\text{ш}}} a_{\text{ш}} = a_{\text{ш}} \text{tg} \alpha \rightarrow \text{усл. неопред.} \end{cases}$$

$N_{\text{ш}} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\sin \alpha} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\sin \alpha \cdot \text{tg} \alpha} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\cos \alpha} \quad \text{Тем же } \textcircled{2}$

$ma_{\text{ш}} = mg - \frac{ma_{\text{ш}}}{\text{tg}^2 \alpha}$
 $a_{\text{ш}} = a_{\text{ш}} \text{tg} \alpha$

$ma_{\text{ш}} (1 + \text{tg}^2 \alpha) = mg \text{tg}^2 \alpha$

$a_{\text{ш}} = \frac{g \text{tg}^2 \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha} = \frac{3g}{4}$

$a_{\text{ш}} = \frac{\sqrt{3}g}{4} = \frac{g \text{tg} \alpha}{1 + \text{tg}^2 \alpha}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Запишем закон сохранения энергии $y=0$ на высоте от земли
нов-ти, равной радиусу шара

$$E_{\text{пот}} = mgh + W_{\text{шара}} =$$

$$W_{\text{шара}} = E_{\text{пот}}$$



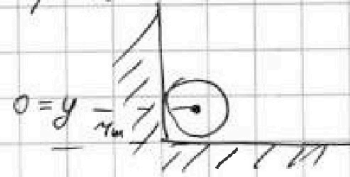
$$T_{\text{шара}} = \sqrt{\frac{2H}{a_{\text{ш}}}} = \sqrt{\frac{RH'}{3g}}$$

и вычисляем (с ком. от высоты отменили, отменили от шара)

$$= a_{\text{ш}} T_{\text{шара}} = \frac{\sqrt{3}}{4} g \cdot \sqrt{\frac{RH'}{3g}} = \sqrt{\frac{Hg}{2}}$$

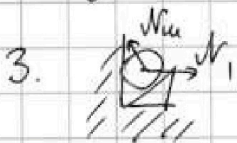
Запишем ЗСЭ, где $y=0$ в точке шара.

$$E_{\text{шар}} = mgh + W_{\text{ш}} + W_{\text{к}} + E_{\text{шар}}^{\text{ш}} + E_{\text{шар}}^{\text{к}} =$$



$$= E_{\text{шар}} = mgh + W_{\text{к}} + 0 + \frac{mv_{\text{шар}}^2}{2}$$

$$mgh = mgh + \frac{mgh}{4} \quad H = \frac{4}{3}h = 0,2 \text{ м}$$



$$N_1 = N_{\text{ш}} \sin \alpha \quad (a_{\text{ш}} \text{ по } y = 0)$$

$$N_{\text{ш}} = \frac{ma_{\text{ш}}}{\sin \alpha}$$

$$N_1 = ma_{\text{ш}} = 0,4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} g =$$

$$= \sqrt{3} N$$

$$4. \quad a_{\text{ш}} = \frac{g + g \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$N_1 = \frac{mg + g \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$$

$$tg \alpha \in [0; \pi + \infty]$$

$$\frac{tg \alpha}{1 + tg^2 \alpha} \rightarrow \max$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{tg \alpha}{1 + tg^2 \alpha} \right) =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{tg \alpha}{1 + tg^2 \alpha} \quad tg \alpha = x$$

$$\left(\frac{x}{1+x^2} \right)' = \frac{x \cdot (1+x^2)'_x - (1+x^2) x'_x}{(1+x^2)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 1 - x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4}$$

$$\left(\frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4} \right)' = \frac{2x \cdot (1+2x^2+x^4) - (4x + 4x^3)(x^2 - 1)}{(1+2x^2+x^4)^2} =$$

$$= \frac{2x^5 - 2x^5 + 4x^3 + 6x}{(1+x^2)^4} \Rightarrow \text{максимум } \frac{x}{1+x^2}$$

нужно $\frac{x^2 - 1}{1+2x^2+x^4}$ убавлен на $\pm \infty \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow tg \alpha = \pm 1 \text{ т.к. } \alpha < 90^\circ$$

$$tg \alpha = 1 \quad \alpha = 45^\circ \quad \text{ответ } \alpha = 45^\circ$$

$$5. \quad W_1 = \frac{mg \cdot 1}{2} = \frac{0,4 \cdot 10}{2} = 20 \text{ Н}$$

Ответ: 1. $\alpha = 60^\circ$ 2. $H = 0,2 \text{ м}$ 3. $\sqrt{3} \text{ Н}$ 4. $\alpha = 45^\circ$

5. 20 Н

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №4 Дано: $t_{0 \rightarrow 100} = 100 \text{ мин}$ $m = 0,04 \text{ г}$
 $t_1 = 50^\circ \text{C}$ $t_{100} = 100^\circ \text{C}$ $\beta = 1,12$ $t_0 = 0^\circ \text{C}$ $\rho = 0,82 \text{ г/см}^3$
 $t_2 = 40^\circ \text{C}$ Найти: 1. $V(t)$ 2. $|\Delta V|$ 3. S

Реш: 1. $V(t) = at + c$ (a, c - некие коэфф.)

$$V(100^\circ \text{C}) = \rho a t_{100} + c = \beta \rho V(0^\circ \text{C}) = \beta \rho V(t_0) = \beta \rho (t_0 a + c)$$

$$t_{100} a + c = \beta (t_0 a + c)$$

$$a(t_{100} - t_0 \beta) = c(\beta - 1)$$

$$c = a \frac{t_{100} - t_0 \beta}{\beta - 1}$$

$$a t_{100} + a \frac{t_{100} - t_0 \beta}{\beta - 1} = \beta \frac{m}{\rho}$$

$$a \left(\frac{\beta(t_{100} - t_0)}{\beta - 1} \right) = \beta \frac{m}{\rho} \quad a = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$c = \frac{m(t_{100} - t_0 \beta)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

$$V(t) = \frac{m(\beta - 1)}{\rho(t_{100} - t_0)} t + \frac{m(t_{100} - t_0 \beta)}{\rho(t_{100} - t_0)}$$

2. $|\Delta V| = |V(50^\circ \text{C}) - V(40^\circ \text{C})| = |a(t_{50} - t_{40})| =$

$$= a \cdot 10^\circ \text{C} = \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8 \cdot 100} \cdot 10 = \frac{0,12 \cdot 0,04}{8} \text{ см}^3 =$$

$$= 0,06 \cdot 0,01 \text{ см}^3 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

3. ~~$|\Delta V_{0-100}| = |V(100^\circ \text{C}) - V(0^\circ \text{C})| = a \cdot 100^\circ \text{C} = \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8} =$~~

~~$= 6 \text{ мм}^3 \quad S = \frac{\Delta V_{0-100}}{l} = 0,06 \text{ мм}^2$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. \quad S = \frac{\Delta V_{0^{\circ}-100^{\circ}}}{l} = \frac{V(100^{\circ}\text{C}) - V(0^{\circ}\text{C})}{l} = \frac{\alpha (100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C})}{l} =$$

$$= \frac{100^{\circ}\text{C} - \alpha}{l} = \frac{100}{100} \cdot \frac{0,12 \cdot 0,04}{0,8 \cdot 0,0008 \text{ м}^3/\text{мм}^3} = 6 \text{ мм}^2$$

Ответы: 1. $V(t) = \frac{m}{\rho} \left(\frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} t + \frac{t_{100} - t_0 \beta}{t_{100} - t_0} \right)$

2. ~~0,6 мм³~~ 3. ~~6 мм²~~

$$S = \frac{|\Delta V_{t_0-t_0}|}{l} = \frac{6 \text{ мм}^3}{100 \text{ мм}} = 0,06 \text{ мм}^2$$

$\frac{10}{10} \text{ т.к. } \Delta t = 10^{\circ}\text{C} = \frac{\Delta t_{100-0}}{10}$

Ответы: 1. $V(t) = \frac{m}{\rho} \left(\frac{\beta - 1}{t_{100} - t_0} t + \frac{t_{100} - t_0 \beta}{t_{100} - t_0} \right)$

1. $\frac{m}{\rho (t_{100} - t_0)} \left((\beta - 1) t + (t_{100} - t_0 \beta) \right) = V(t)$

2. 0,6 мм³ 3. 0,06 мм²



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

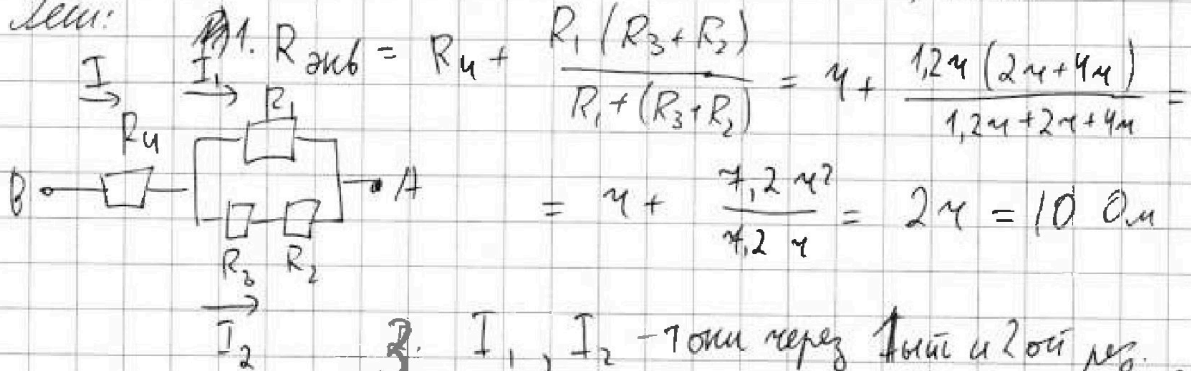
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №5 Дано: $R_1 = 1,2 \text{ M}$ $R_2 = 2 \text{ M}$ $R_3 = 4 \text{ M}$ $R_4 = 4 \text{ M}$ $\gamma = 5 \text{ Ом}$
 $I = 4 \text{ A}$ Найти: 1. $R_{\text{экв}}$ 2. P 3. ? P_{min} , P_{min}

Реш:



2. $P = I R_{\text{экв}}^2 = I^2 R_{\text{экв}} = 4^2 \cdot 10 = 160 \text{ Ватт}$

$I_1 + I_2 = I_2 \left(\frac{R_1 + R_3 + R_2}{R_1} \right) = I \quad I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_3 + R_2} = \frac{I}{6}$

$I_1 = \frac{5I}{6}$

$P_1 = \frac{5I}{6} R_1^2 = \frac{5}{6} I^2 R_1^2 = \frac{5}{6} I^2 (1,2 \text{ M})^2 = \frac{5}{6} I^2 \cdot 1,44 \text{ M}^2 = 1,2 I^2 \text{ M}^2$

$P_2 = \frac{I}{6} R_2^2 = \frac{2I^2}{3} \quad P_3 = \frac{I}{6} R_3^2 = \frac{8}{3} I^2$

$P_4 = I^2 R_4 = I^2 \quad P_2 < P_4 < P_1 < P_3$

Т.е. $P_2 = P_{\text{min}} = \frac{2I^2}{3} = \frac{200}{3} \text{ Ватт} \approx 66,7 \text{ Ватт}$

Ответ: 1. $10 \text{ Ом} = R_{\text{экв}}$ 2. $P = 160 \text{ Ватт}$

3. на 2ом резисторе $P = \frac{200}{3} \text{ Ватт}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1 - 2,25 \cos^2 \alpha > 0$$

$$1 - 4,5 \cos^2 \alpha > 0$$

$$x^2 - 2y^2$$

$$x^2 - y^2 - y^2$$

$$\frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = -\frac{t_1}{t_2} = -\frac{1}{3}$$

$$3 \sin \alpha - 3 \cos \alpha = -\sin \alpha + \cos \alpha$$

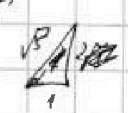
$$2 \sin \alpha = \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$$



$$\frac{x^2}{x} = \frac{2x \cdot x - x^2}{x^2} = 1$$

$$-2x^2 + 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0$$

$$\frac{6}{1+x} + \frac{5}{1-x} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{10}$$

$$\frac{5}{6}$$

