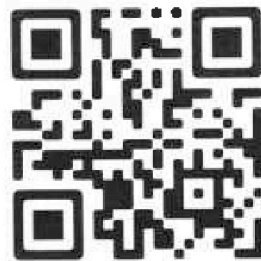




# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-02

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

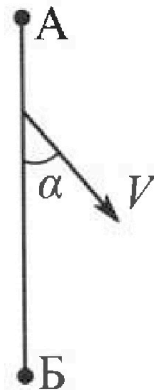


1. Беспилотные летательные аппараты применяют для доставки полезных грузов. Аппарат всегда летит по прямой. Продолжительность полета аппарата по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  в безветренную погоду составляет  $T_0=200$  с. Расстояние  $AB$  равно  $S=2$  км.

1. Найдите скорость  $U$  аппарата в спокойном воздухе.

Допусти м, что в течение всего времени полета ветер дует с постоянной скоростью  $V = 15$  м/с под углом  $\alpha$  к прямой  $AB$  (см. рис.),  $\sin \alpha = 0,8$ .

2. Найдите продолжительность  $T_1$  полета по маршруту  $A \rightarrow B$  в этом случае. Скорость аппарата относительно воздуха постоянна и равна  $U$ .
3. При каком значении угла  $\alpha$  продолжительность полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$  минимальная?
4. Найдите минимальную продолжительность  $T_{MIN}$  полета по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow A$ .



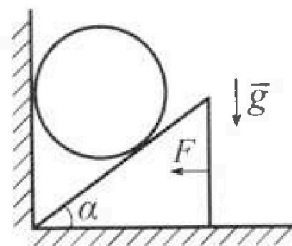
2. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Модуль скорости мяча через  $t_1 = 0,5$  с и  $t_2 = 1,5$  с после старта одинаков. За этот промежуток времени вектор скорости мяча повернулся на угол  $2\beta = 90^\circ$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1. Найдите продолжительность  $T$  полета от старта до подъема на максимальную высоту.
2. Найдите дальность  $L$  полета от старта до падения на площадку.
3. Найдите радиус  $R$  кривизны траектории в малой окрестности высшей точки.

3. Клин с углом  $\alpha$  при вершине находится на горизонтальной поверхности (см. рис). На наклонной плоскости клина покоится однородный шар, касающийся вертикальной стенки. Массы шара и клина одинаковы и равны  $m=0,4$  кг. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

Систему удерживают в покое горизонтальной силой  $F = \sqrt{3}mg$ .

1. Найдите угол  $\alpha$ , который наклонная плоскость клина образует с горизонтальной поверхностью.



Силу  $F$  снимают, шар и клин приходят в поступательное прямолинейное движение с нулевой начальной скоростью. После перемещения по вертикали на  $H$  шар абсолютно упруго сталкивается с горизонтальной поверхностью. Перемещение шара после соударения до первой остановки равно  $h=0,15$  м.

2. Найдите перемещение  $H$  шара до соударения.
3. Найдите силу  $N_1$ , с которой вертикальная стенка действует на шар в процессе разгона клина.
4. При каком значении угла  $\alpha$  сила  $N_1$  максимальная по величине?
5. Найдите максимальную величину  $N_{MAX}$  этой силы.



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 09-02

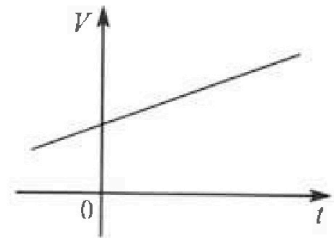


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Для контроля температуры воды в лечебной ванне используют спиртовой термометр. На шкале такого термометра расстояние между отметками  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  и  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  равно  $L=100$  мм. В термометре находится  $m=0,04$  г спирта.

Экспериментально установлено, что с ростом температуры объем спирта увеличивается по линейному закону. График зависимости объема  $V$  спирта от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия, представлен на рисунке к задаче. При температуре  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$  объем спирта в  $\beta = 1,12$  раза больше объема спирта при  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ . Плотность спирта при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  считайте равной  $\rho = 0,8$  г/см<sup>3</sup>. Тепловое расширение стекла пренебрежимо мало.

1. Следуя представленным опытным данным, запишите формулу зависимости объема  $V(t)$  спирта от температуры  $t$ , измеренной в градусах Цельсия. Формула должна содержать величины:  $m, \rho, \beta, t_0, t_{100}, t$ .



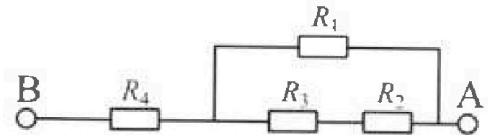
Температура воды, поступающей в ванну от природного геотермального источника, равна  $t_1 = 50^\circ\text{C}$ .

2. Найдите убыль  $|ΔV|$  объема спирта при уменьшении температуры воды от  $t_1 = 50^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ . В ответе приведите формулу и число в мм<sup>3</sup>.
3. Найдите площадь  $S$  поперечного сечения капилляра термометра. Ответ представьте в мм<sup>2</sup>.

5. В цепи, схема которой представлена на рисунке к задаче, сопротивления резисторов  $R_1 = 1,2r, R_2 = 2r, R_3 = 4r, R_4 = r$ , здесь  $r = 5$  Ом.

1. Найдите эквивалентное сопротивление  $R_{\text{ЭКВ}}$  цепи.

Контакты А и В подключают к источнику постоянного тока  $I = 4$  А.



2. Найдите мощность  $P$ , которая рассеивается на всей цепи.
3. На каком резисторе рассеивается наименьшая мощность? Найдите эту наименьшую мощность  $P_{\text{MIN}}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

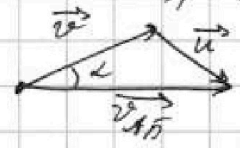
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)  $S = 2 \text{ км}$   
 $T_0 = 200 \text{ с}$   
 м.ч. порога безветренная, но в обоих напр. между окрестн равен  $u$ .  
 От А к Б аппарат идет ~~по течению~~ обратно.  
 $v_n = \frac{S}{u}$  (1), обратно  $T_0 - \tau = \frac{S}{u}$  (2)  
 (1) + (2):  
 $T_0 = \frac{2S}{u} \Rightarrow u = \frac{2S}{T_0}$   
 $u = \frac{2 \cdot 2 \text{ км}}{200 \text{ с}} = 0,02 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2)  $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  - сур. ветра  
 $u$  - собств. сур. лет. аппар.  
 $v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  - сур. ветра  
 $u$  - собств. сур. лет. аппар.  
 $\alpha = 0,8$

Скорость летательного аппарата от А к Б:

$\vec{v}_{AB} = \vec{v} + \vec{u}$  где  $\vec{v}_{AB}$  - вектор сур. от А к Б,  $\vec{u}$  направлен как на картинке (рис. 2),  $\vec{v}$  должен быть направлен строго от А к Б



по м. косинусов:

$$u^2 = v^2 + v_{AB}^2 - 2v_{AB}v \cos \alpha$$

$$v_{AB}^2 - 2v_{AB}v \cos \alpha + v^2 - u^2 = 0$$

$$v_{AB} = \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4v^2 \cos^2 \alpha - 4v^2 + 4u^2}}{2}$$

$$= \frac{2v \cos \alpha \pm \sqrt{4u^2 - 4v^2 \sin^2 \alpha}}{2}$$

$$v_{AB} = \frac{2 \cdot 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0,8 \pm \sqrt{4 \cdot (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 - 4 \cdot (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 \cdot 0,8^2}}{2}$$

$$= \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm \sqrt{90 - 24 \cdot (15 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 \cdot 0,8^2}}{2}$$

$$= \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm \sqrt{16 + 64 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}}{2} = \frac{18 \frac{\text{м}}{\text{с}} \pm 32 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Реш.  $v_{AB}$  - модуль скорости, то  $v_{AB} \geq 0 \Rightarrow$  время убавит.

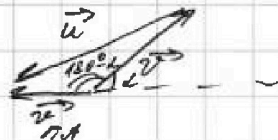
$$\frac{(18-32)}{2} \frac{u}{c} \text{ не подходит и } v_{AB} = \frac{18+32}{2} \frac{u}{c} = 25 \frac{u}{c}$$

т.е.  $AB = S = 2 \text{ км}$ , то  $T_1 = \frac{S}{v_{AB}} \Rightarrow T_1 = \frac{2 \text{ км}}{25 \frac{u}{c}} =$   
 $= \frac{2000}{25} \text{ с} = 80 \text{ с}$

В общем виде  $v_{AB} = \frac{2v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{(2u-2v\sin\alpha)(2u+2v\sin\alpha)}}{2} =$

$$= v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + \sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)}$$

Аналогично  $\vec{v}_{BA} = \vec{v} + \vec{u}$ , где  $\vec{v}_{BA}$  - абс. скор. лет. аппарата в напр. от B к A,  $\vec{u}$  направлено как на картинке рисунке в п.2.  
 По т. косинусов:



$$u^2 = v_{BA}^2 + v^2 - 2v_{BA}v\cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= v_{BA}^2 + v^2 + 2v_{BA}v\cos\alpha$$

$$v_{BA}^2 + 2v_{BA}v\cos\alpha + v^2 - u^2 = 0$$

$$v_{BA} = \frac{-2v\cos\alpha \pm \sqrt{4v^2\cos^2\alpha - 4v^2 + 4u^2}}{2}$$

Корень с "-" перед корнем из дискриминанта не подходит, т.к.  $v_{BA} \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{BA} = \frac{-2v\sqrt{1-\sin^2\alpha} + 2\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)}}{2}$$

$$= \sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

Время полета от B к A в этом случае:

$$T_2 = \frac{S}{v_{BA}} = \frac{S}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$$

Суммарное время полета  $A \rightarrow B \rightarrow A$ :

$$T = T_1 + T_2 = S \left( \frac{1}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} + v\sqrt{1-\sin^2\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{(u-v\sin\alpha)(u+v\sin\alpha)} - v\sqrt{1-\sin^2\alpha}} \right) =$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$= S \frac{2 \sqrt{(u - v \sin \alpha)(u + v \sin \alpha)}}{(u - v \sin \alpha)(u + v \sin \alpha) - v^2(1 - \sin^2 \alpha)} = S \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha - v^2 + v^2 \sin^2 \alpha}$$

$$= S \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2}$$

предупреждение, что чем больше  $\sin \alpha$  и  $u \Rightarrow \sin^2 \alpha$ , тем больше  $v^2 \sin^2 \alpha$ , тем меньше  $\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \alpha}$ , тем меньше  $T \Rightarrow$  при  $\sin \alpha \rightarrow \max$ , т.е.  $\sin \alpha = 1$   $T = T_{\min}$ :

$$T_{\max} = S \frac{2 \sqrt{u^2 - v^2}}{u^2 - v^2} = S \frac{2}{\sqrt{u^2 - v^2}}, \quad \sin \alpha = 1 \Rightarrow \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$T_{\min} = \frac{2 \cdot 2 \mu}{\sqrt{(20 \frac{\mu}{c})^2 - (15 \frac{\mu}{c})^2}} = \frac{2 \cdot 2 \mu}{\sqrt{5 \cdot 35} \frac{\mu}{c}} = \frac{4000}{5\sqrt{7}} \text{ c} =$$

$$= \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$$

- Ответ: 1)  $u = 20 \frac{\mu}{c}$   
 2)  $T_1 = 80 \text{ c}$   
 3)  $\alpha = 90^\circ$   
 4)  $T_{\min} = \frac{800}{\sqrt{7}} \text{ c}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

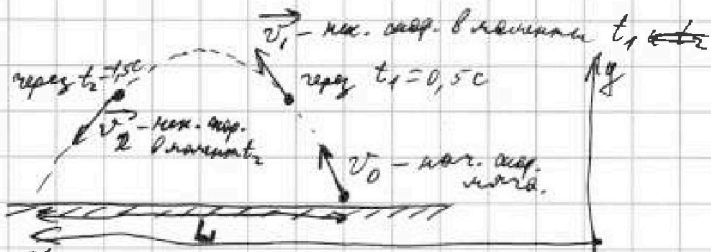
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N2

$$\vec{g} = g \hat{y}$$



$$v_1 = v_2$$

Угол между  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  —

$$2\beta = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = 45^\circ$$

На выс.  $g(t_2 - t_1)$  берем. сюда мяч летит  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow \vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{g}(t_2 - t_1)$



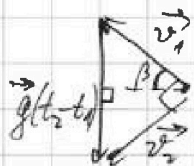
П.к.  $v_1 = v_2$ , то по т. Пифагора:

$$g^2(t_2 - t_1)^2 = v_1^2 + v_1^2$$

$$2v_1^2 = g^2(t_2 - t_1)^2$$

$$v_1 = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}}$$

П.к.  $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g}t_1$



П.к. этот треугольн. равноб. ( $v_1 = v_2$ ), то высота  $g(t_2 - t_1)$   $2\beta$  является гипотенуз. и образует угол  $\beta$  с  $\vec{v}_1$ .

В проекции на ось  $Ox$ :  $v_{1x} = v_1 \cos \beta$

$$v_{1y} = v_1 \sin \beta$$

П.к. на выс. не дейст. равноств. сила,  $\Rightarrow$

$$v_{0x} = v_{1x} = v_1 \cos \beta, \quad \text{и } a$$

$$v_{0y} = v_{1y} + g t_1 = v_1 \sin \beta + g t_1$$

$$v_{0x} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$$

$$v_{0y} = \frac{g(t_2 - t_1)}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + g t_1 = \frac{g t_2 - g t_1 + 2 g t_1}{2}$$

$$= \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$$

В верхней т.  $\vec{v}_{1y} = v_{0y}$ , т.к. отсюда берем. сист. урав., т.к. у нас еще есть параметр  $v_{0y}$  или еще параметр отсюда.

Значит,  $v_{1y} = v_{0y} - gT = 0$

$$gT = \frac{g(t_1 + t_2)}{2}$$

$$T = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T = \frac{0,5c + 1,5c}{2} = 1c$$

Высота пара над горизонтальной изменяется по зак.

$$H = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} \text{ в зав. от времени } t.$$

$$\text{пара над уром, } H=0 \Rightarrow v_{0y}t = \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{g(t_1+t_2)}{2} = \frac{gt}{2}$$

$t = t_1 + t_2$ , значит время всего пара

$$t = t_1 + t_2 = 2c.$$

Закон перемещения пара по горизонтали от времени  $t$ :

$$l = v_{0x}t, \text{ значит в момент } t = t:$$

$$L = \frac{g(t_2 - t_1)}{2} \cdot (t_1 + t_2) = \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2}$$

$$L = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot ((1,5c)^2 - (0,5c)^2)}{2} = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot 1c^2 \cdot 2c}{2} = 10 \text{ м}$$

Радиус кривизны в какой-либо точке траектории связан с ускорением к центру:

$$a = \frac{v^2}{R}, \text{ радиус в момент шара}$$

$$a = g, \quad v = v_{0x} = \frac{g(t_2 - t_1)}{2}$$

$$R = \frac{g^2(t_2 - t_1)^2}{4g} = \frac{g(t_2 - t_1)^2}{4}$$

$$R = \frac{10 \frac{m}{c^2} \cdot (1,5c - 0,5c)^2}{4} = 2,5 \text{ м}$$

- Ответ: 1)  $T = 1c$   
2)  $L = 10 \text{ м}$   
3)  $R = 2,5 \text{ м}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

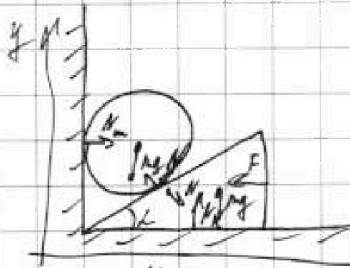


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3



На шар действуют силы реакции ст. стены  $N_n$ , клина  $N$  и сила м.м.  $mg$

На клин действуют силы реакции  $N_k$  клина и пов.  $N$  шара, и сила м.м.  $mg$  и сила  $F$ .

Усл. равновесия шара по оси  $Oy$  и клина по оси  $Ox$ :

~~$$N_n = N \sin \alpha \quad mg = N \cos \alpha \quad (1)$$~~

~~$$F = N \quad F = N \sin \alpha \quad (2)$$~~

~~$$(2) : (1) :$$~~

~~$$\frac{F}{mg} = \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$~~

Усл. равновесия шара по оси  $Ox$ :  
после снятия силы  $F$ .

~~$$N_n = N \sin \alpha \quad (3)$$~~

~~$$(3) : (1) :$$~~

~~$$\frac{N_n}{F} = 1 \Rightarrow N_n = F = \sqrt{3} mg$$~~

Сила  $F$  не действует на шар, поэтому шар только находится в равновесии, но не шар, который прижимается. Оставайтесь в покое по оси  $Ox \Rightarrow N_1 = N_n = \sqrt{3} mg$

~~$$N_1 = \sqrt{3} \cdot 0,9 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 4\sqrt{3} \text{ Н}$$~~

Усл. равн. на шар по  $Ox$  после снятия  $F$ :  $N_k = N \sin \alpha$   
и, и. после сдв. шар направляется

на  $h$ , но

$$h = v_{0x} t_n - \frac{g t_n^2}{2}$$

$$v_{0x} - g t_n = 0, \text{ где } t_n \text{ — время разрыва на } h, \text{ и}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t_n = \frac{v_m}{g}$$

$$h = \frac{v_m^2}{g} - \frac{v_m^2}{2g} = \frac{v_m^2}{2g}$$

$$v_m = \sqrt{2gh}$$

3-и сохр. ЭН. в системе клин + шар (во все время силы перп. перемещ.  $\Rightarrow$  их работа 0) между начальное полож. и моментом содр. и шар, ~~функции и радиусы шара и клина~~

(5)  $mgH = \frac{mv_m^2}{2} + \frac{mv_k^2}{2}$ , где  $v_k$  - ~~продольная~~ ~~клин~~ ~~шар~~.

$$mgH = mgh + \frac{mv_k^2}{2}$$

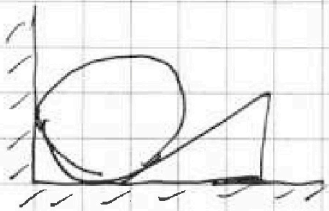
$$2gH = 2gh + v_k^2$$

3-ий изм. мех. ЭН. на клин и шар в том же направлении:

$$mgH - Nl \cos \alpha = \frac{mv_k^2}{2} \quad (3)$$

$$N \sin \alpha l = \frac{mv_k^2}{2} \quad (4), \text{ где } l - \text{перемещ. клина}$$

$$(3) + (4) = (5);$$



пока касая шар и клин

$$mgH - Nl \cos \alpha + N \sin \alpha l = mgH$$

$$l \sin \alpha = l \cos \alpha$$

$$l = l \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$v_k^2 = \frac{2N \sin \alpha l}{m} = \frac{2N \sin \alpha l \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{m} = \frac{2Nl \cos \alpha}{m}$$

$$2gH = 2gh + \frac{2Nl \cos \alpha}{m}$$

$$2mgH = mgH = mgh + Nl \cos \alpha$$

$$= \sqrt{2 \cdot \frac{H}{\tan \alpha} \cdot \frac{N \cos \alpha}{m}} = \sqrt{\frac{2HN \cos \alpha}{m}}$$

Сила реакции на шар  $N_1 = N_2 = \sqrt{3}mg = 2\sqrt{3}H$

Амплитуда  $\alpha = 60^\circ; 2) \quad 3) N_1 = 4\sqrt{3}H$





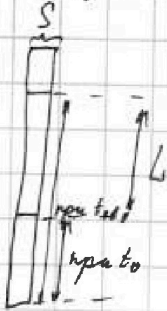
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4  
 $t_0 = 0^\circ\text{C}$ ,  $t_{100} = 100^\circ\text{C}$ ,  $l = 100 \text{ мм}$ ,  $m = 0,042$ ,  $\beta = 1,12$ ,  $\rho = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$   
 $V(t)$  — линейная зав.



при  $t_0$  объем стержня  $V_0 = \frac{m}{\rho}$   
при  $t_{100}$  объем стержня  $V_{100} = \beta V_0 = \frac{\beta m}{\rho}$   
л.к. зав. линейная, пусть чис. coeff. —  $k$ , свободный coeff. —  $b$ , тогда:

$$\begin{cases} V_0 = kt_0 + b \\ V_{100} = kt_{100} + b \end{cases}; \quad \begin{cases} k = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} \\ b = V_0 - kt_0 \end{cases}; \quad \begin{cases} k = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} \\ b = \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)} \end{cases}$$

$$V_0 - V_{100} = k(t_0 - t_{100}) \quad b = \frac{m}{\rho} - \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t_0 = \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$k = \frac{V_{100} - V_0}{t_{100} - t_0} = \frac{\frac{\beta m}{\rho} - \frac{m}{\rho}}{t_{100} - t_0} = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

подставляем  $V = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$

или. при  $t_1$  и  $t_2$ :

$$V_1 = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t_1 + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$V_2 = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t_2 + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{m(\beta-1)(t_1 - t_2)}{\rho(t_{100}-t_0)}$$

$$\Delta V = \frac{0,042 \cdot 0,12 \cdot 10^\circ\text{C}}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 100^\circ\text{C}} = \frac{1,2}{2000} \text{ см}^3 = 0,0006 \text{ см}^3 = 0,6 \text{ мм}^3$$

Разность объемов при  $t_0$  и  $t_{100}$ :

$$lS = \frac{m(\beta-1)(t_{100}-t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)} = \frac{m(\beta-1)}{\rho}$$

$$S = \frac{m(\beta-1)}{\rho l} \Rightarrow S = \frac{0,042 \cdot 0,12}{0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 100 \text{ см}} = \frac{0,12}{200} \text{ см}^2 = \frac{12}{200} \text{ мм}^2 = 0,06 \text{ мм}^2$$

Ответ: 1)  $V = \frac{m(\beta-1)}{\rho(t_{100}-t_0)} t + \frac{m(\beta t_0)}{\rho(t_{100}-t_0)}$ ; 2)  $\Delta V = 0,6 \text{ мм}^3$ ; 3)  $S = 0,06 \text{ мм}^2$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

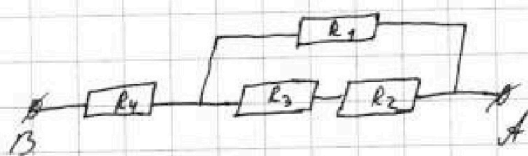
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5



$$R_1 = 1,2 \Omega$$

$$R_2 = 2 \Omega$$

$$R_3 = 4 \Omega$$

$$R_4 = 2 \Omega$$

$$I = 4 \text{ A}$$

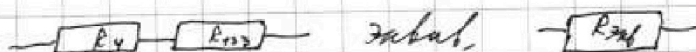
$$I = 4 \text{ A}$$



$$R_{23} = R_2 + R_3 = 2 \Omega + 4 \Omega = 6 \Omega$$



$$R_{123} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{1,2 \Omega \cdot 6 \Omega}{1,2 \Omega + 6 \Omega} = \frac{7,2}{7,2} \Omega = 1 \Omega$$



$$R_{4123} = R_4 + R_{123} = 2 \Omega + 1 \Omega = 3 \Omega$$

$$R_{\text{эв.}} = 2 \cdot 5 \Omega = 10 \Omega$$

По 3-ей формуле-Менгера:  $P = UI$ , н.д.  
но 3-ю формулу  $U = IR$ , но  $P = I^2 R_{\text{эв.}}$

$$P = (4 \text{ A})^2 \cdot 10 \Omega = 16 \cdot 10 \text{ Вт} = 160 \text{ Вт}$$

Напряжение в цепи  $U = IR_{\text{эв.}}$   
 $U = 4 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 40 \text{ В}$

Через мерим ток  $I$  по 2-й сопр. записав.

$I_1$  - ток через верхнюю ветвь,  $I_2$  - через нижнюю.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{U'}{R_1}}{\frac{U'}{R_2 + R_3}} = \frac{R_2 + R_3}{R_1} = \frac{6 \Omega}{1,2 \Omega} = 5, \text{ где } U' - \text{напр. на этой сопр.}$$

$$I_1 = 5I_2 \Rightarrow I = 6I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I}{6} \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} \text{ A}, I_1 = \frac{10}{3} \text{ A}$$

на 1-й резисторе:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{100}{9} \cdot 1,2 \text{ Вт} = \frac{200}{3} \text{ Вт}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На 2-м и 3-м резисторах:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{4}{9} \cdot 2.5 \text{ Вт} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$$

$$P_3 = I_2^2 R_3 = \frac{4}{9} \cdot 4.5 \text{ Вт} = \frac{800}{9} \text{ Вт}$$

На 4-м резисторе (max  $I = 4 \text{ А}$ ):

$$P_4 = I^2 R_4 = 16 \cdot 5 \text{ Вт} = 80 \text{ Вт}$$

$$P_1 = \frac{600}{9} \text{ Вт}; P_2 = \frac{40}{9} \text{ Вт}; P_3 = \frac{800}{9} \text{ Вт}; P_4 = \frac{720}{9} \text{ Вт} \Rightarrow$$

$\Rightarrow P_2 < P_1 < P_4 < P_3 \Rightarrow$  наименьшая мощность рассеивается на 2-м резисторе  
и  $P_{\min} = P_2 = \frac{40}{9} \text{ Вт}$

Ответ: 1)  $R_{\text{экв}} = 10 \text{ Ом}$

2)  $P = 160 \text{ Вт}$

3) на 2-м резисторе,  $P_{\min} = \frac{40}{9} \text{ Вт}$



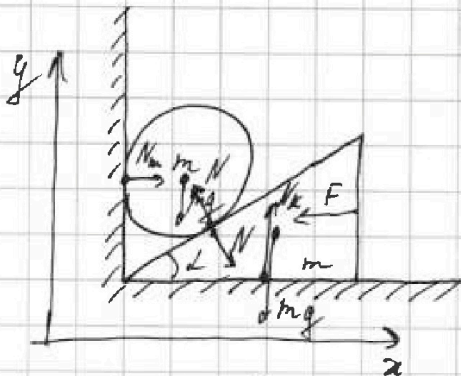
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3



$$\vec{g} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$F = \sqrt{3} mg$$

$$m = 0,4 \text{ кг}$$

$$mg \sin \alpha = \frac{mv^2}{r}$$

$$mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{r} + \frac{mv^2}{r}$$

~~mg \sin \alpha = \frac{mv^2}{r}~~

На шар действуют сила тяжести  $mg$  (верт.),  
сила реакции со стороны стенки  $N_1$  (горизонт.),  
сила перп. реакции со стороны клина  $N$  (под углом  
 $90^\circ - \alpha$  к верт.)

На клин действ. сила перп. реакц. со стороны  
стенки  $N_2$  (верт.), сила тяжести  $mg$  (верт.)  
& сила  $F$  (гориз.) и сила перп. реакц. со  
стор. шара  $N$  (под углом  $-(90^\circ - \alpha)$  к верт.)

Условие равновесия шара по оси  $Oy$ :

$$mg = N \cos \alpha \quad (1)$$

Условие равновесия ~~шара~~ клина по оси  $Ox$ :

$$F = N \sin \alpha \quad (2)$$

$$(2) : (1) :$$

$$\frac{F}{mg} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3} mg}{mg} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

~~Когда увеличивается сила  $F$ , шар начинает  
сдвигаться~~

Условие равновесия шара по горизонтальной  
- оси (после снятия силы  $F$ , шар не движ. по верт.):

$$N_1 = N \sin \alpha$$

т.к. шар прижимается только по вертикали,  
а клин — по горизонтали, по  
решению системы сил реакция равна 0, тогда,  $F = 0$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

сохр. мех. энергии (о на высоте центра шара, или на высоте ц.м. шара, когда он касается нижней поверхности):

$$mgH = \frac{mv_m^2}{2} + \frac{mv_k^2}{2}, \text{ где } v_m - \text{ скорость шара при}$$

соуд. с ниж. пов.,  $v_k$  - скорость шара в тот же момент.

~~$$2gH = v_m^2 + v_k^2$$~~

Пример, т.к. после соуд. шар поднимается

на  $h = 0,15 \text{ м}$ , то

$$h = v_m t_k - \frac{gt_k^2}{2}$$

$v_k = v_m - gt_k = 0$ , где  $t_k$  - время подъема на  $h$ ,  $v_k$  - скор. на выс.  $h$ ,

$$v_k = 0:$$

$$v_m = gt_k$$

$$t_k = \frac{v_m}{g}$$

$$h = \frac{v_m^2}{g} - g \cdot \frac{v_m^2}{g^2} = \frac{v_m^2}{g} - \frac{v_m^2}{2g} = \frac{v_m^2}{2g}$$

$$v_m = \sqrt{2gh} \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2gH = 2gh + v_k^2$$

3-я изр. мех. энергии шара ~~и шара~~ ~~с углом  $\alpha$  к горизонту, с силой  $N$~~  ~~с углом  $\alpha$  к горизонту~~

~~$$1) mgH = 0 = Nl \cos \alpha$$~~

~~$$mg = N \cos \alpha \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos \alpha} \Rightarrow N_1 = N \sin \alpha = mg \tan \alpha$$~~

~~$$N_1 = mg \cdot \sqrt{3} \Rightarrow N_1 = \sqrt{3} \cdot 0,9 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 4\sqrt{3} \text{ Н}$$~~

3-я изр. мех. ~~и шара~~:

~~$$\frac{mv_k^2}{2} = N \sin \alpha l, \text{ где } l - \text{ перемещ.}$$~~

~~т.к. сила не постоянна, но путь  $l$  равен  $l = \frac{at_k^2}{2}$ , где  $a = \frac{N \sin \alpha}{m}$~~

~~$t_k$  - время движения шара.~~

~~$$t_k = \frac{(mg - N \cos \alpha) t_k^2}{m} - \text{ перемещ. шара}$$~~

~~$$t_k = \sqrt{\frac{2Hm}{mg - N \cos \alpha}}$$~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$l = \frac{N \sin \alpha}{m} \cdot \frac{2Hm}{mg - N \cos \alpha} = \frac{2Nl \sin \alpha}{mg - N \cos \alpha}$$

$$\frac{mv_u^2}{2} = \frac{2Nl \sin^2 \alpha}{mg - N \cos \alpha}$$

$$v_u^2 = \frac{4Nl \sin^2 \alpha}{m \left( \frac{mg}{\cos \alpha} - N \right)}$$

$$v_u^2 = \frac{4 \frac{m^2 g^2}{\cos^2 \alpha} l \sin^2 \alpha}{m^2 g - m \frac{mg}{\cos \alpha}}$$

и.о.  $N = \frac{mg}{\cos \alpha}$

~~Шар имеет ускорение  $a_n = \frac{mg - N}{m}$~~

~~$\frac{mv_u^2}{2} - mgl = -Nl \cos \alpha$~~

~~Значит  $mg$   $\cos \alpha$ . Шар имеет ускорение~~

~~$a = \frac{mg - N \cos \alpha}{m}$ , и.о.  $g$   $\cos \alpha$   $\Rightarrow$   $mg \cos \alpha = N \cos \alpha$~~

~~$H = \frac{at^2}{2}$ ,  $v_u = at$~~

~~$v_u = \sqrt{2gh} = \frac{mg - N \cos \alpha}{m} t$~~

~~$t = \frac{\sqrt{2gh} m}{mg - N \cos \alpha}$~~

~~$H = \frac{a \cdot \frac{v_u^2}{a^2}}{2} = \frac{v_u^2}{2a}$~~

~~$= \frac{\sqrt{2gh} m}{2mg - 2N \cos \alpha} \Rightarrow 2mgl - 2Nl \cos \alpha = mgh$~~

~~$2Nl \cos \alpha = mgh + 2mgl \Rightarrow N = \frac{mg(H-h)}{H \cos \alpha}$~~

~~$\frac{m \cdot 2gh}{2} - mgl = -Nl \cos \alpha$~~

~~$+N = \frac{mgh}{H \cos \alpha} - \frac{mg}{\cos \alpha}$~~

~~$N = \frac{mg(H-h)}{H \cos \alpha}$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к. сила  $N$  не  $mg$ , то  $h$  должна быть равна  $h_0$   
с ускорением  $a = \frac{N \sin \alpha}{m}$ , при этом

$$v_k = at_2 = \frac{N \sin \alpha}{m} \cdot \frac{\sqrt{2gh \cdot m}}{mg - N \cos \alpha} = \frac{N \sin \alpha \sqrt{2gh}}{mg - N \cos \alpha}$$

$$2gh = 2gh + \frac{2gh N^2 \sin^2 \alpha}{(mg - N \cos \alpha)^2}$$

$$2gh(mg - N \cos \alpha)^2 = 2gh(mg - N \cos \alpha)^2 + 2gh N^2 \sin^2 \alpha$$

$$2gh \cdot m^2 g^2 - 4gh mg N \cos \alpha + N^2 \cos^2 \alpha = 2gh m^2 g^2 -$$

$$- 4gh mg N \cos \alpha + N^2 \cos^2 \alpha + 2gh N^2 \sin^2 \alpha$$

$$2gh N^2 \sin^2 \alpha + 4g^2 m \cos \alpha N (H-h) + 2g^2 m^2 (h-H) = 0$$

$$D = 16m^2 g^4 \cos^2 \alpha (H-h)^2 + 16m^2 g^4 (H-h) h \sin^2 \alpha =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha - h \cos^2 \alpha + h \sin^2 \alpha) =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha) =$$

$$= 16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha (H-h) + h(1 - \cos^2 \alpha))$$

$$N = \frac{-4g^2 m \cos \alpha (H-h) + \sqrt{16m^2 g^4 (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}}{2gh \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{-Hmg^2 \cos \alpha (H-h) + 4mg^2 \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}}{2gh \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{mg \sqrt{H-h} (\cos \alpha (H-h) + \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)})}{h \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{mg \sqrt{H-h}}{H \cos \alpha} = \frac{mg (\cos \alpha (H-h) + \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)})}{h \sin^2 \alpha}$$

$$h(H-h) \sin^2 \alpha = H(H-h) \cos^2 \alpha + H \cos^2 \alpha \sqrt{(H-h)(H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha)}$$

$$H^2 \cos^2 \alpha (H-h) (H \cos^2 \alpha + h - 2h \cos^2 \alpha) = (H-h)^2 (h \sin^2 \alpha - H \cos^2 \alpha)^2$$

Ответ:  $\alpha = 60^\circ$