



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$, двенадцатый член равен $2-x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$.

$-2 \quad -19$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

$z=0, y=18, x = \frac{-12 \pm \sqrt{84}}{2}$
 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p . $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C . $\sqrt{\frac{20}{7}}$

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты). $3 \binom{4}{3000} - \binom{2}{15000}$

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что: $u \times v \in \mathbb{Z}$

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

Ручка



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть b — десятый член прогрессии разности $a, 124, \dots, ab^2$, тогда 14 -ый будет равен ab^8 .

$$\frac{ab^8}{a} = b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(25x+34)(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}; \quad b^2 = \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}}$$

$$ab^2 = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}} = 2-x,$$

$$\sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{(3x+2)^3}} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ \sqrt{25x+34} = 2-x \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3x+2 < 0 \\ \sqrt{-25x-34} = 2-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ 25x+34 \geq 0; 2-x \geq 0 \\ 25x+34 = 4+x^2-4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x \geq -\frac{34}{25}, 2 \geq x \\ x^2 - 29x - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ 2 \geq x > -\frac{2}{3} \\ x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ -25x-34 \geq 0; 2-x \geq 0 \\ -25x-34 = 4+x^2-4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ -\frac{34}{25} \geq x \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{34}{25} \geq x \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$\cancel{x = 30} \quad \emptyset$$

$$x = -2 \quad \text{или} \quad x = -19.$$

Так как десятый член $-\sqrt{(25x+34)/(3x+2)} > 0$, то и двенадцатый член $2-x > 0$, поэтому $x \geq 30$ не подходит.

Проверка: $x = -2$, тогда $b^2 = \frac{1}{2}$, $a = \sqrt{(34-50)/(2-6)} = 8$,

$$ab^2 = 2+2 = 4 = a \cdot \frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4;$$

$$ab^8 = \sqrt{\frac{34-50}{2-6}} = \frac{1}{2}, \quad ab^8 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2}.$$

$x = -19$, тогда b

⊕ Ответ: -2 и -19



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

Рассмотрим второе уравнение (УР-ие):

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}, \text{ т.к. } z \geq 0, \text{ то } 400-z^2 \leq 400, \text{ а } \sqrt{400-z^2} \leq 20, \text{ решим уравнение } |y+2| + 2|y-18| \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ y+2+2y-36 \leq 20 \\ -2 < y < 18 \\ y+2-2y+36 \leq 20 \\ -2 \geq y \\ -y-2-2y+36 \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ 3y \leq 54 \\ -2 < y < 18 \\ -y \leq -18 \\ -2 \geq y \\ -3y \leq -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ y \leq 18 \\ -2 < y < 18 \\ y \geq 18 \\ -2 \geq y \\ y \geq \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \underline{y=18}$$

Подставим $y=18$ во второе УР-ие:

$$|18+2| + 2|18-18| = 20 = \sqrt{400-z^2}; 400 = 400-z^2; \text{ откуда } z=0.$$

Подставим $y=18, z=0$ в первое УР-ие:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}, \text{ возведем в квадраты, } x+6+3-x+49+14(\sqrt{x+6}+\sqrt{3-x})-2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$58 + 28\sqrt{18-3x-x^2} - 98 - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$24\sqrt{18-3x-x^2} - 40 = 4(18-3x-x^2) \quad | :2$$

$$\cancel{12\sqrt{18-3x-x^2} - 20 = 2(18-3x-x^2)} \quad | :2$$

$$2(18-3x-x^2) - 13\sqrt{18-3x-x^2} + 20 = 0$$

$$(2\sqrt{18-3x-x^2} - 13)(\sqrt{18-3x-x^2} - 10) = 0$$

$$\sqrt{18-3x-x^2} = \frac{13}{2} \quad \text{или} \quad \sqrt{18-3x-x^2} = 10$$

$$4 \cdot 18 - 12x - 4x^2 = 25$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 898$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8}$$

$$18 - 3x - x^2 = 16$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Заметим, что условия $x+6 \geq 0$ и $3-x \geq 0$ сократилось так как $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$ больше нуля только если $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$

Ответ: $z=0, y=18; \begin{cases} x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Применим формулы $\sqrt[3]{3}$.
 $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$
 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

к равенству:

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x + 3p\cos x + 12\cos x + 4 = 0 \quad | :4$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (1\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

~~По формуле на $\cos^3 x$, $\cos x \neq 0$ так как $(0+1)^3 = (1-p) \cdot 0$
 что неверно: $\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3 = 1-p$~~

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x; \quad 1 = \cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1)$$

из равенства видно, что $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$, ~~$\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$, $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$~~

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}. \quad \text{Т.к. } -1 \leq \cos x \leq 1 \neq 0$$

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} - 1 > 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \leq 1 \leq \sqrt[3]{1-p} - 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 < 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \geq 1 \geq \sqrt[3]{1-p} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ 0 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 \leq 1-p \\ 0 \geq 1-p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$; $x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right)$

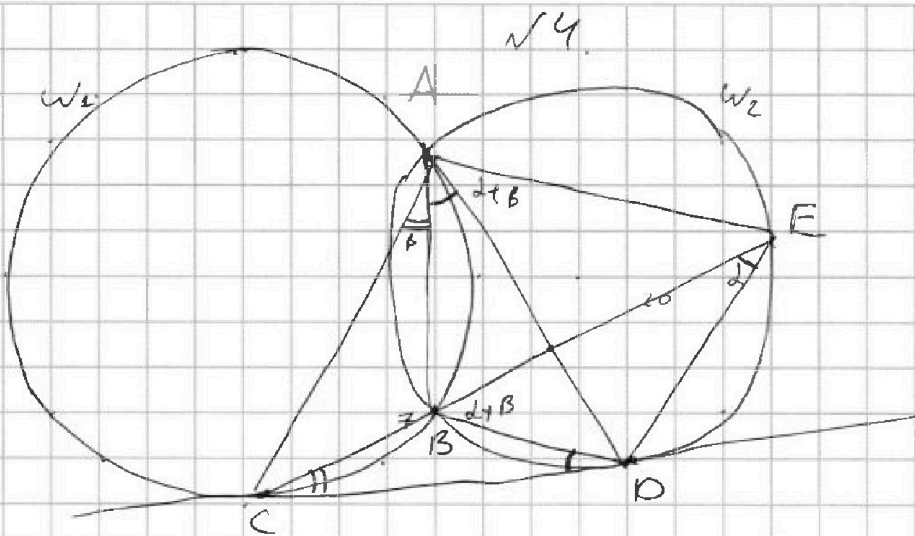
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть $\angle BED = \alpha$, $\angle BAC = \beta$, тогда по (B-By касательной для ω_1 : $\angle BCP = \angle BAC = \beta$, для ω_2 : $\angle BDC = \angle BED = \alpha$. Тогда $\angle EAD = \angle EBD$ (как ~~вписанные~~ вписанные) $= \alpha + \beta$ (как внешний угол $\triangle BCD$).

Получаем, что $\angle CAD = \angle EAD$, значит AD — биссектриса $\angle CAE$, тогда по свойству биссектрисы для $\triangle ACE$:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}, \quad AB = \frac{20}{7} AC \quad (1)$$

$\triangle AED$ подобен $\triangle ADC$ по двум углам, т.к. $\angle CAD = \angle EAD$ (уже доказано) и $\angle AED = \angle AEB + \alpha = \angle ADB + \alpha = \angle ADC$ ($\angle AEB$ и $\angle ADB$ равны как вписанные).

Значит $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$, $AD^2 = AE \cdot AC = \frac{7}{20} AC^2$, $AD = AC \sqrt{\frac{7}{20}}$ (2)

$$\text{и } \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AC \sqrt{\frac{7}{20}}}{AC} = \sqrt{\frac{7}{20}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{7}{20}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Будем считать с помощью формулы включений — исключений. (n — кол-во клеток на доске).

Симметрия относительно центра Как считать способы Сколько способов

относительно центра



$n/2$ клеток

кол-во способов ~~расположиться~~ закрасить 4 клетки на левой половине доски, так как остальные 4 закрасим отразив от центра.

$$C_4^{n/2}$$

относительно вертикальной средней линии



Это также кол-во способов закрасить 4 клетки на ~~левой~~ левой половине доски. Замечай, что так как 500 и 120 — четные, никакие клетки не будут лежать на "средних линиях" или центре прямоугольника

$$C_4^{n/2}$$

относительно горизонтальной "средней линии"



$n/2$ клеток

Аналогично предыдущему случаю, но клетки красим в верхней половине

$$C_4^{n/2}$$

* Если пронумеровать ~~столбцы~~ столбцы прямоугольника слева направо, ~~то~~ с 1 до 500, то столбцы с номерами 1-250 — левая половина, 251-500 — правая. Если пронумеровать ~~строчки~~ строчки сверху вниз с 1 до 120, то строчки 1-60 — верхняя половина, 61-120 — нижняя.

центральная и относительно вертикальной линии



$n/4$

Закрасим две клетки, которые никуда не попадают одновременно и в левую и в верхней половине, с помощью центральной отражения относительно средней линии закрасим еще 2 клетки в верхней половине, с

$$C_2^{n/4}$$

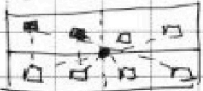




На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

<p>центральная и относительно горизонтальной средней линии</p> 	<p>С помощью центральной симметрии еще 4 в ячейке.</p> <p>Аналогично, но симметрия по горизонтали, а потом по центру</p>	<p>$C_{1/2}^2$</p>
<p>относительно двух средних линий</p> 	<p>Аналогично, но симметрия вначале по одной средней линии, потом по другой</p>	<p>$C_{1/4}^2$</p>
<p>Все три симметрии</p> 	<p>Заметим, что если клетку комбинация любых двух симметрий эквивалентна третьей, а значит предыдущие 3 случая эквивалентны этому</p>	<p>$3 \cdot C_{1/2}^2$</p>

$$3 \cdot C_{1/2}^2 - \frac{3}{2} C_{1/4}^2 = 3 \binom{4}{30000} - \binom{2}{15000}$$

Ответ: $3 \binom{4}{30000} - \binom{2}{15000}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Рассмотрим остатки по модулю 3 у чисел a, b ;
Будем проверять два условия: $b-a \equiv 1 \pmod 3$ и $a^2+b^2 \equiv 1 \pmod 3$.

Таблица остатков по модулю 3.

a	b	b-a	a ² +b ²
0	0	0	0
0	1	1	1
0	2	2	2
1	0	2	1
1	1	0	2
1	2	1	0
2	0	1	1
2	1	2	2
2	2	0	0

Подходящие по 4 условиям a, b .

если $a \equiv 0, b \equiv 1: (a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если $a \equiv 1, b \equiv 0: (a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если $a \equiv 2, b \equiv 0: (a-c)(b-c) \equiv -2c+c^2$

~~если $c \equiv 2$~~

С другой стороны $(a-c)(b-c) = p^2$ из условия,

Пусть $p \neq 3$: тогда $p^2 \equiv 1 \pmod 3$ (т.к. $1^2 \equiv 1$ и $2^2 \equiv 1$),

значит $-c+c^2 \equiv 1$ или $-2c+c^2 \equiv 1$

таблица остатков по модулю 3

c | -c+c²

0	0
1	0
2	2

значит

таблица остатков по модулю 3

c | -2c+c²

0	0
1	2
2	0

Видно, что при $p \neq 3$ нет подходящих (a, b, c) .

$p=3$, тогда $(a-c)(b-c) = 9$, т.к. a, b, c - целые, то

$$(a-c)(b-c) = 9 \Rightarrow \begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \\ a-c=3 \\ b-c=3 \\ a-c=1 \\ b-c=9 \end{cases} \quad (*) \Rightarrow \begin{cases} b-c=9 \\ a-c=1 \\ b-c=-1 \\ a-c=-9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

(*) - учитывать, что из условия $a \leq b$, а значит $a-c \leq b-c$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c=b-9 & (1) \\ c=a-1 & \text{или} \\ c=b+1 & (2) \\ c=a+9 & (2) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \begin{cases} c = b - 9 \\ c = a - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ a - 5 = b - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ b = a + 4 \end{cases}$$

Подставляем $(b = a + 4)$ в $a^2 + b = 1000$: $a^2 + a - 992 = 0$,

$$\text{но тогда } a = \frac{-1 \pm \sqrt{4 \cdot 993}}{2} = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{993} - \text{не целое число}$$

Этот случай не подходит.

$$(2): \begin{cases} c = b + 1 \\ c = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b + 4 = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b = a + 5 \end{cases}$$

Аналогично подставив для $b = a + 5$ в условие $a^2 + b = 1000$, получим, что ~~этот случай~~

$$a = \frac{-1 \pm \sqrt{4003}}{2} - \text{случай не подходит}$$

Значит, таких (a, b, c) нет.

Ответ: таких троек нет

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_0 b^{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}$ $a_0 b^{10} = \sqrt{25x+34}$ $a_0 b^{10} = \sqrt{25x+34} \cdot \sqrt{(3x+2)^{-1}}$

$a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$ $a_0 b^{10} = \sqrt{25x+34} \cdot \sqrt{(3x+2)^{-1}}$

$b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$ $b^4 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$ $b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

$a_0 b^{12} = \sqrt{(2-x)^2}$ $a_0 b^{12} = \sqrt{(25+34)(3x+2)}$

$a_0 b^{12} = \frac{a_0}{(3x+2)^3} =$

$a_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}$, $a_0 b^2 = 2-x$ $a_{10} b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}$

$b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}$, $b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$

$a_{10} b^2 = \sqrt{|25x+34|} = 2-x$

$25x+34 = 4 + x^2 - 4x$, $x^2 - 29x - 30 = 0$ $(x+1)(x-30) = 0$

$-25x - 34 = 4 + x^2 - 4x$, $x^2 + 21x + 38 = 0$ $(x+2)(x+19) = 0$

$25x+34=0$, $x = -\frac{34}{25}$

$3x+2=0$, $x = -\frac{2}{3}$

$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p-4) \cos x + 10 = 0$

$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \cos^2 x \cdot \cos x - \sin^2 x \cdot \cos x -$
 $-(\sin x \cdot \cos x) \cdot 2 \sin x = \cos^3 x - \sin^2 x \cdot \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x =$
 $= \cos x (\cos^3 x - 3 \sin^2 x) = \cos x (\cos^3 x - 3 + 3 \cos^2 x) =$
 $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ $= \cos x (4 \cos^2 x - 3)$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$

$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$

$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 4x \cos x + 4 = 0$

$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$

$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$ $(x+1)^3 = (2-p)y^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper. The page contains several diagrams of geometric shapes (rectangles, triangles, trapezoids) and extensive algebraic calculations. The work is organized into sections, with some parts labeled with 'p=3' and 'p=2'. There are also some numerical calculations and a large diagram of a complex polygon with internal lines.

Key elements of the work include:

- Diagrams of rectangles and trapezoids with dimensions and labels.
- Algebraic equations and systems of equations, such as $a - c | (b - c) = 9$ and $(2b + 3) = 2 + 9 + 2$.
- Calculus or algebraic manipulations involving square roots, e.g., $\sqrt{4h \cdot 28h} = 2\sqrt{112h^2} = 2 \cdot 4\sqrt{7h^2} = 8\sqrt{7}h$.
- Diagrams of triangles with side lengths and angles.
- A large diagram of a complex polygon with internal lines and labels.