



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x+34)(3x+2)}$ , двенадцатый член равен  $2-x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

$z=0, y=18, x = \frac{-12 \pm \sqrt{84}}{2}$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .  $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .  $\sqrt{\frac{20}{7}}$

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).  $3 \binom{4}{3000} - \binom{2}{1500}$

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:  $u \times v \in \mathbb{Z}$

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.

Ручка



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть  $b$  — десятый член прогрессии разности  $a, 124, \dots, ab^2$ , тогда  $14$ -ый будет равен  $ab^8$ .

$$\frac{ab^8}{a} = b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{(25x+34)(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}; \quad b^2 = \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}}$$

$$ab^2 = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{(3x+2)^2}} = 2-x,$$

$$\sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{(3x+2)^3}} = 2-x \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 3x+2 > 0 \\ \sqrt{25x+34} = 2-x \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3x+2 < 0 \\ \sqrt{-25x-34} = 2-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ 25x+34 \geq 0; 2-x \geq 0 \\ 25x+34 = 4+x^2-4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x \geq -\frac{34}{25}, 2 \geq x \\ x^2 - 29x - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -\frac{2}{3} \\ x \geq -\frac{34}{25}, 2 \geq x \\ x^2 - 29x - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \end{cases}$$

$$\cancel{x=30} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} 3x+2 < 0 \\ \sqrt{-25x-34} = 2-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ -25x-34 \geq 0, 2-x \geq 0 \\ -25x-34 = 4+x^2-4x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ -\frac{34}{25} \geq x \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{34}{25} \geq x \\ x = -2 \\ x = -19 \end{cases}$$

$$x = -2 \quad \text{или} \quad x = -19.$$

Так как десятый член  $-\sqrt{(25x+34)/(3x+2)} > 0$ , то и двенадцатый член  $2-x > 0$ , поэтому  $x \geq 30$  не подходит.

Проверка:  $x = -2$ , тогда  $b^2 = \frac{1}{2}$ ,  $a = \sqrt{(34-50)/(2-6)} = 8$ ,

$$ab^2 = 2+2 = 4 = a \cdot \frac{1}{2} = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4;$$

$$ab^8 = \sqrt{\frac{34-50}{2-6}} = \frac{1}{2}, \quad ab^8 = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{2}.$$

$x = -19$ , тогда  $b$

⊕ ответ:  $-2$  и  $-19$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

Рассмотрим второе уравнение (УР-ие):

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}, \text{ т.к. } z \geq 0, \text{ то } 400-z^2 \leq 400, \text{ а } \sqrt{400-z^2} \leq 20, \text{ решим уравнение } |y+2| + 2|y-18| \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y \geq 18 \\ y+2+2y-36 \leq 20 \\ -2 < y < 18 \\ y+2-2y+36 \leq 20 \\ -2 \geq y \\ -y-2-2y+36 \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ 3y \leq 54 \\ -2 < y < 18 \\ -y \leq -18 \\ -2 \geq y \\ -3y \leq -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18 \\ y \leq 18 \\ -2 < y < 18 \\ y \geq 18 \\ -2 \geq y \\ y \geq \frac{14}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \underline{y=18}$$

Подставим  $y=18$  во второе УР-ие:

$$|18+2| + 2|18-18| = 20 = \sqrt{400-z^2}; 400 = 400-z^2; \text{ откуда } z=0.$$

Подставим  $y=18, z=0$  в первое УР-ие:

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}, \text{ возведем в квадраты:}$$

$$x+6+3-x+49+14(\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$= 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$58 + 28\sqrt{18-3x-x^2} - 98 - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$24\sqrt{18-3x-x^2} - 40 = 4(18-3x-x^2) \quad | :2$$

$$\cancel{12\sqrt{18-3x-x^2}} - 20 = 2(18-3x-x^2) + 10 - 0$$

$$2(18-3x-x^2) - 13\sqrt{18-3x-x^2} + 20 = 0$$

$$(2\sqrt{18-3x-x^2} - 13)(\sqrt{18-3x-x^2} - 10) = 0$$

$$\sqrt{18-3x-x^2} = \frac{13}{2} \quad \text{или} \quad \sqrt{18-3x-x^2} = 10$$

$$4 \cdot 18 - 12x - 4x^2 = 25$$

$$18 - 3x - x^2 = 16$$

$$4x^2 + 12x - 47 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$D = 144 + 16 \cdot 47 = 898$$

$$D = 9 + 8 = 17$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Заметим, что условия  $x+6 \geq 0$  и  $3-x \geq 0$  сократилось так как  $18-3x-x^2 = (x+6)(3-x)$  больше нуля только если  $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$

Ответ:  $z=0, y=18; \begin{cases} x = \frac{-12 \pm \sqrt{898}}{8} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Применим формулы  $\sqrt[3]{3}$ .  
 $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$   
 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

к равенству:

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 12\cos^2 x - 6 + 3p\cos x + 12\cos x + 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 12\cos^2 x + 3p\cos x + 12\cos x + 4 = 0 \quad | :4$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$$

$$(p-1)\cos^3 x + (1\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1) = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

~~По формуле на  $\cos^3 x$ ,  $\cos x \neq 0$  так как  $(0+1)^3 = (1-p) \cdot 0$   
 что неверно:  $\left(\frac{\cos x + 1}{\cos x}\right)^3 = 1-p$~~

$$\cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x; \quad 1 = \cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1)$$

из равенства видно, что  $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$ ,  ~~$\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$ ,  $\sqrt[3]{1-p} - 1 \neq 0$~~

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}. \quad \text{Т.к. } -1 \leq \cos x \leq 1 \neq 0$$

$$-1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} - 1 > 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \leq 1 \leq \sqrt[3]{1-p} - 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 < 0 \\ 1 - \sqrt[3]{1-p} \geq 1 \geq \sqrt[3]{1-p} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ 0 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \\ 2 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq \sqrt[3]{1-p} \\ 0 \geq \sqrt[3]{1-p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 \leq 1-p \\ 0 \geq 1-p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

Ответ:  $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ ;  $x = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p} - 1}\right)$

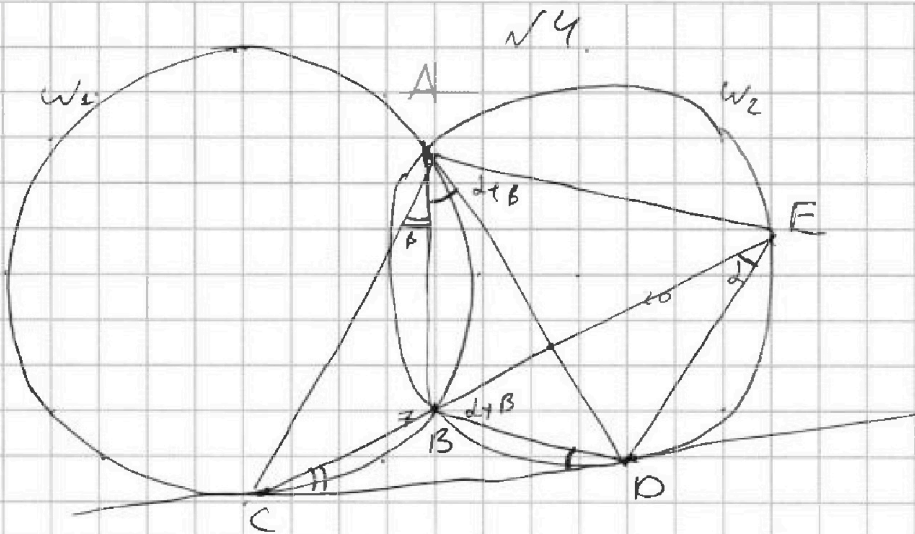
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $\angle BED = \alpha$ ,  $\angle BAC = \beta$ , тогда по (B-BC) касательной для  $\omega_1$ :  $\angle BCP = \angle BAC = \beta$ , для  $\omega_2$ :  $\angle BDC = \angle BED = \alpha$ . Тогда  $\angle EAD = \angle EBD$  (как ~~вписанные~~ вписанные)  $= \alpha + \beta$  (как внешний угол  $\triangle BCD$ ).

Получаем, что  $\angle CAD = \angle EAD$ , значит AD — биссектриса  $\angle CAE$ , тогда по свойству биссектрисы для  $\triangle ACE$ :

$$\frac{AC}{AE} = \frac{7}{20}, \quad AB = \frac{20}{7} AC \quad (1)$$

$\triangle AED$  подобен  $\triangle ADC$  по двум углам, т.к.  $\angle CAD = \angle EAD$  (уже доказано) и  $\angle AED = \angle AEB + \alpha = \angle ADB + \alpha = \angle ADC$  ( $\angle AEB$  и  $\angle ADB$  равны как вписанные).

Значит  $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD}$ ,  $AD^2 = AE \cdot AC = \frac{7}{20} AC^2$ ,  $AD = AC \sqrt{\frac{7}{20}}$  (2)

$$\text{и } \frac{ED}{CD} = \frac{AD}{AC} = \frac{AC \sqrt{\frac{7}{20}}}{AC} = \sqrt{\frac{7}{20}}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{7}{20}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Будем считать с помощью формулы Включенцы - Исключенцы. (n - кол-во клеток на доске).

Симметрия | Как считать способы | Сколько способов

относительно  
центра



кол-во способов <sup>закрасить</sup> ~~расположиться~~  
4 клетки на левой\* половине  
доски, так как остальные  
4 закрасим отразив от  
центра.

$$C_4^{n/2}$$

относительно  
вертикальной  
средней линии\*



Это также кол-во способов  
~~расположиться~~ покрасить 4 клетки на  
левой половине  
доски.  
Заметим, что так как 500  
и 120 - четные, никакие  
клетки не будут лежать  
на "средней\* линии" или  
центре прямоугольника

$$C_4^{n/2}$$

относительно  
горизонтальной  
"средней линии"



Аналогично предыдущему  
случаю, но клетки красим  
в верхней\* половине

$$C_4^{n/2}$$

\*  
Если пронумеровать ~~столбцы~~ столбцы прямоугольника  
слева направо, ~~то~~ ~~от~~ с 1 до 120, а 500, то столбцы  
с номерами 1-250 - левая половина, 251-500 - правая  
Если пронумеровать ~~столбцы~~ строки сверху вниз с  
1 до 120, то строки 1-60 - верхняя половина,  
61-120 - нижняя\*

центральная  
и относительно  
вертикальной  
линии



Закрасим две клетки, ко-  
торые никуда не попадают одновре-  
менно и в левой\* и в  
верхней половине,  
помощью центральной отраже-  
ния относительно средней  
линии закрасим еще 2 клетки  
в верхней половине, с

$$C_2^{n/2}$$

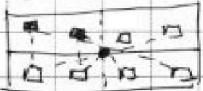




На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

<p>центральная и относительно горизонтальной средней линии</p> 	<p>С помощью центральной симметрии еще 4 в нижней.</p> <p>Аналогично, но симметрия по горизонтали, а потом по центру</p>	<p><math>C_{1/4}^2</math></p>
<p>относительно двух средних линий</p> 	<p>Аналогично, но симметрия вначале по одной средней линии, потом по другой</p>	<p><math>C_{1/4}^2</math></p>
<p>Все три симметрии</p> 	<p>Заметим, что если клетку комбинация любых двух симметрий эквивалентна третьей, а значит предыдущие 3 случая эквивалентны этому</p>	<p><math>3 \cdot C_{1/4}^2</math></p>

$$3 \cdot C_{1/4}^2 - \frac{3}{2} C_{1/4}^2 = 3 C_{30000}^4 - C_{15000}^2$$

Ответ:  $3 C_{30000}^4 - C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6.

Рассмотрим остатки по модулю 3 у чисел  $a, b$ ;  
Будем проверять два условия:  $b-a \equiv 1 \pmod 3$  и  $a^2+b^2 \equiv 1 \pmod 3$ .

Таблица остатков по модулю 3.

a	b	b-a	a <sup>2</sup> +b <sup>2</sup>
0	0	0	0
0	1	1	1
0	2	2	2
1	0	2	1
1	1	0	2
1	2	1	0
2	0	1	1
2	1	2	2
2	2	0	0

Подходящие по 4 условиям  $a, b$ .

если  $a \equiv 0, b \equiv 1: (a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если  $a \equiv 1, b \equiv 0: (a-c)(b-c) \equiv -c+c^2$

если  $a \equiv 2, b \equiv 0: (a-c)(b-c) \equiv -2c+c^2$

~~если  $c \equiv 2$~~

С другой стороны  $(a-c)(b-c) = p^2$  из условия,

Пусть  $p \neq 3$ : тогда  $p^2 \equiv 1 \pmod 3$  (т.к.  $1^2 \equiv 1$  и  $2^2 \equiv 1$ ),

значит  $-c+c^2 \equiv 1$  или  $-2c+c^2 \equiv 1$

таблица остатков по модулю 3

c	-c+c <sup>2</sup>
0	0
1	0
2	2

значит

таблица остатков по модулю 3

c	-2c+c <sup>2</sup>
0	0
1	2
2	0

$\neq 1$

Видно, что при  $p \neq 3$  нет подходящих  $(a, b, c)$ .

$p=3$ , тогда  $(a-c)(b-c) = 9$ , т.к.  $a, b, c$  - целые, то

~~$(a-c)(b-c) = 9$~~

$a-c=9$   
 $b-c=1$   
 $a-c=3$   
 $b-c=3$   
 $a-c=9$   
 $b$

$(a-c)(b-c) = 9 \Rightarrow \begin{cases} b-c=9 \\ a-c=1 \\ b-c=-1 \\ a-c=-9 \end{cases} \Leftrightarrow$

(\*) - учитывать, что из условия  $a \leq b$ , а значит  $a-c \leq b-c$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c=b-9 & (1) \\ c=a-1 & \text{или} \\ c=b+1 & (2) \\ c=a+9 & (2) \end{cases}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1): \begin{cases} c = b - 9 \\ c = a - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ a - 5 = b - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b - 9 \\ b = a + 4 \end{cases}$$

Подставляем  $(b = a + 4)$  в  $a^2 + b = 1000$ :  $a^2 + a - 992 = 0$

Но тогда  $a = \frac{-1 \pm \sqrt{4 \cdot 993}}{2} = \frac{-1}{2} \pm \sqrt{993}$  - не целое число  
Этот случай не подходит.

$$(2): \begin{cases} c = b + 1 \\ c = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b + 4 = a + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = b + 1 \\ b = a + 5 \end{cases}$$

Аналогично подставив для  $b = a + 5$  в условие  $a^2 + b = 1000$ , получим, что ~~этот случай~~

$a = \frac{-1 \pm \sqrt{4 \cdot 993}}{2} \pm \sqrt{993}$  - случай не подходит.

Значит, таких  $(a, b, c)$  нет.

Ответ: таких троек нет

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_\_ ИЗ \_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_0 b^{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}$$

$$a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$a_0 b^{10} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad b^4 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}} \quad b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$a_0 b^{12} = \sqrt{(2-x)^2}$$

$$a_0 b^{10} = \sqrt{(25+34)(3x+2)}$$

$$a_0 b^{12} = \frac{a_0}{(3x+2)^3} =$$

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)}, \quad a_0 b^2 = 2-x, \quad a_{10} b^8 = \sqrt{\frac{25x+34}{3x+2}}$$

$$b^8 = \frac{1}{(3x+2)^2}, \quad b^2 = \frac{1}{\sqrt{3x+2}}$$

$$a_{10} b^2 = \sqrt{|25x+34|} = 2-x$$

$$25x+34 = 4 + x^2 - 4x, \quad x^2 - 29x - 30 = 0, \quad (x+1)(x-30) = 0$$

$$-25x - 34 = 4 + x^2 - 4x, \quad x^2 + 21x + 38 = 0, \quad (x+2)(x+19) = 0$$

$$25x+34=0, \quad x = -\frac{34}{25}$$

$$3x+2=0, \quad x = -\frac{2}{3}$$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p-4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = \cos^2 x \cdot \cos x - \sin^2 x \cos x -$$

$$-(\sin x \cdot \cos x) \cdot 2 \sin x = \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= \cos^3 x ( \cos^2 x - 3 \sin^2 x ) = \cos x ( \cos^2 x - 3 + 3 \cos^2 x ) =$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \quad = \cos x ( 4 \cos^2 x - 3 )$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 12 \cos^2 x - 6 + 3p \cos x + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 4x \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$$

$$y = \cos x + 1$$

$$y^3 = (2-p)y^3$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (1-p) \cos^3 x$$

$$y = \cos x + 1$$

$$y^3 = (2-p)y^3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2 - \sqrt{y-3x-x^2+z} \quad t^2 - 6t + 10 = 0$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \quad D = 36-40$$

$$x+6 \geq 0 \quad 3 \geq x \geq -6 \quad -x \leq 6 = 7-7-7z-18-3x-x^2 \geq 0 \quad (6+x)(3-x) \geq 0$$

$$20-14z = 3-x \geq 0 \quad 3 \geq x$$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 23 \geq x \geq -6 \\ 20 \geq z \geq -20 \\ 3-x \geq 2z \\ 4.5 \geq z \end{cases}$$

$$y+2 \geq 0 \quad 4.5 \geq z \geq -20 \quad -3y+3y \leq 20$$

$$x=3 \quad -y-2-2y+38 = \sqrt{\dots} \quad y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+37 \leq 20 \quad -y+38 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3+7=2 \cdot 0 \quad 10 \leq 3y \quad -y+38 \leq 20$$

$$x=-6 \quad 6 \leq y \quad 18 = y$$

$$0-3+7 = y = 2 \quad y=18$$

$$2x-36+y+2 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3x-3y = \sqrt{400-z^2}$$

$$9y^2 - 204y + 1156 = 400 - z^2$$

$$85y \leq 18 \quad y=18$$

$$3y-3y \leq 20 \quad 3y \leq 54 \quad y \leq 18$$

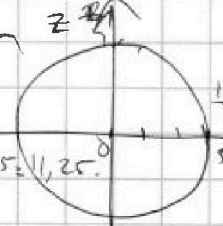
$$x+6+3-x-x\sqrt{18-3x-x^2} = y \cdot 18 - x^2 - 4x^2 - \sqrt{y^2+1} + 494020$$

$$2x^2 + 6x + 6\sqrt{18-3x-x^2} - 56 = 0$$

$$x^2 + 3x + 3\sqrt{18-3x-x^2} - 28 = 0$$

$$y+z+7 = 2yz \quad y-z+7 = 2yz$$

$$\frac{y+z+7}{2y+1} = \frac{\sqrt{x+6}+7}{2\sqrt{x+6}+1} = \sqrt{3-x} \quad y = \frac{18.5}{5}$$



$$x+6+3-x+49 + 14(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - 2\sqrt{18-3x-x^2} = 4(18-3x-x^2)$$

$$26\sqrt{18-3x-x^2} + 9 - 58 = 4(18-3x-x^2)$$

$$8+6 \cdot \frac{3}{6} = 0.6 \cdot 6 - 69 \quad \frac{10}{11} = \frac{6}{6+51} = 9 \quad 6 = 091 - 691 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = \frac{-12 \pm \sqrt{896}}{8}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

$3 - \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \geq 0$   
 $0 = -3 \pm \sqrt{17}$   
 $9 \geq \pm \sqrt{17}$

$b^2 = \sqrt{3x+8}$

$\sqrt{25x+34} = 2-x$

$x = 2.4$   
 $x = 1.9$   
 $x = 2$

$x = -2$   
 $2 - x = 4$

$16 \div 4 = 4$   
 $16 \div 4 = 4$   
 $16 \div 4 = 4$   
 $16 \div 4 = 4$

$10$   
 $12$   
 $14$   
 $16$   
 $18$

$180^\circ - 2\alpha - \beta$

$180^\circ - 100^\circ + 2\alpha + \beta - 180^\circ + \alpha = 2\alpha + \beta - 100^\circ$

$20x = a$   
 $a = 7x$

$140x^2 = a^2$   
 $a = x\sqrt{140}$

$\frac{DB}{CB} = \frac{a}{7x} = \frac{\sqrt{140}}{7}$

$CO = 7, OE = 20$   
 $CB \cdot CE = CD^2$

$\frac{AO}{BO} = \frac{AC}{AE} = \frac{1}{20}$

$CO = 7, OE = 20$   
 $CB \cdot CE = CD^2$

$\frac{AO}{BO} = \frac{AC}{AE} = \frac{1}{20}$

$140x^2 = a^2$   
 $a = x\sqrt{140}$

$\frac{DB}{CB} = \frac{a}{7x} = \frac{\sqrt{140}}{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$S = 4 = 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$a \cdot b = 8$$

$$S_{\text{quadrilateral}} = S_{\text{rectangle}} - 2 \cdot S_{\text{triangle}} = a \cdot b - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} a \cdot b\right) = a \cdot b$$

$$a \cdot b = 8$$

$$a - b = 2$$

$$a + b = 8$$

$$2a = 10 \implies a = 5$$

$$b = 8 - 5 = 3$$

$$S = 5 \cdot 3 = 15$$

$$a \cdot b = 8$$

$$a - b = 2$$

$$a + b = 8$$

$$2a = 10 \implies a = 5$$

$$b = 8 - 5 = 3$$

$$S = 5 \cdot 3 = 15$$