



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен

$$\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}, \text{ двенадцатый член равен } 2 - x, \text{ а восемнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{12} = a_1 \cdot q^{11} = 2-x$$

$$a_{16} = a_1 \cdot q^{15} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\frac{a_{16}}{a_{10}} = q^6 = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} = q^2 \quad q^8 = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} \quad (2-x \neq 0)$$

$$\frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} = \frac{1}{(3x+2)^2} \quad ((2-x)^4 - (25x+34)^2)(2-x)^2 + (25x+34)^2 = 0$$

$$(x^2 - 4x + 4 - 25x + 34)(x^2 - 4x + 4 + 25x + 34) = 0$$

$$(x^2 - 29x - 30)(x^2 + 21x + 38) = 0$$

$$\begin{cases} x=30 \\ x=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=19 \\ x=-2 \end{cases}$$

1)  $x=-1$   $(-25+34)(-3+2) < 0$  не подходит  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$   $a_1 = 128\sqrt{2}$

2)  $x=-2$   $a_{10} = \sqrt{(-16) \cdot (-4)} = 4 \cdot 2 = 8$   $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$   $a_1 = 128\sqrt{2}$

$$a_{12} = 4$$

$$a_{16} = \sqrt{\frac{-16}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{16}{16 \cdot 4}} = \frac{1}{2}$$

3)  $x=-19$   $a_{10} = \sqrt{(-475+34)(-55)} = \sqrt{441 \cdot 55} = 21\sqrt{55}$   $q = \frac{1}{\sqrt{55}}$   $a_1 = 21 \cdot 55 \cdot 55 \cdot \sqrt{55}$

$$a_{12} = 21$$

$$a_{16} = \sqrt{\frac{441}{55^2 \cdot 55}} = 21 \cdot \frac{1}{55\sqrt{55}}$$

4)  $x=30$   $a_{12} = -28 = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} \cdot q^2$  не подходит

Ответ:  $\{-2; -19\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11/12/20

~~11/12/20~~

$(x^2 + \frac{1}{2} + 2)x = x^3 + x^2 + x$   $f' = x^2 + 2x + 2$   
 $1 - p \geq 0 \Rightarrow p \leq 1$

$pt' + 2t + 1 = 0$

$\frac{0}{4} = 1 - p$

$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1-p}}{2p}$

$-3 \leq \frac{-1 + \sqrt{1-p}}{p} \leq 1$



$t^2 + \frac{t}{p} + \frac{1}{p} = 0$

$\frac{1}{p} + \frac{t}{p} + t^2 = 0$

$\frac{475}{309}$

$\frac{-1 + \sqrt{1-p} + p}{p} \leq 0$   
 $\frac{-1 + \sqrt{1-p} + p}{p} \geq 0$

$\frac{\sqrt{1-p} - (p+1)}{p} \leq 0$   
 $\frac{p - \dots}{p} \geq 0$

$\frac{29}{281}$   
 $\frac{35}{18}$   
 $\frac{18}{36}$

$p+1 \geq 0$   
 $p \geq -1$   
 $1-p = p + 2p + 1$   
 $p^2 + 3p = 0$   
 $p = 0$   
 $p = -3$

$\frac{475}{309}$   
 $\frac{25}{225}$   
 $\frac{15}{25}$   
 $\frac{475}{475} + 2 = -6$

$p = 1$   
 $-572$   
 $-56$   
 $435$   
 $21^2$   
 $21 \cdot \sqrt{5}$   
 $2 - 2 \cdot 21$

$p \in [0; 1]$   
 $\frac{1}{(1-p)^{1/4}}$

$D = 841 + 4 \cdot 30 = 961 = 31^2$

$2-x > 0$   
 $x < 2$

$x = \frac{29+31}{2}$

$x = 30$   
 $x = -1$

$\frac{475}{225}$   
 $\frac{25}{19}$

$8, 4\sqrt{2}, 4, 2\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$

$x = -1$   
 $x = -2$   
 $x = -19$

1)  $x = -3$   
 2)  $x = -2$   
 3)  $x = -19$

$g = -1$   
 $\sqrt{-16} \cdot (-4) = 8$

$\frac{475}{587}$   
 $2-x = 4$   
 $g = \sqrt{2}$

$a_1 = \frac{4}{(\sqrt{2})^4} = \frac{4(\sqrt{2})^4}{4} = 4$   
 $\sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{-4^2} = \sqrt[4]{-4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$   
 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$a - b + 7 = 2ab$

$a^2 - 2ab + b^2 = 24b + 4ab$

$a_{12} = 21$   
 $a_{10} = 10\sqrt{17} \cdot \sqrt{2}$   
 $a_{14} = 16\sqrt{17} \cdot \sqrt{2}$   
 $D = 169 - 4 \cdot 2 \cdot 100$   
 $g = \frac{13 \pm \sqrt{13}}{2}$

$\frac{21}{55\sqrt{55}}$

$x+6 = 3-x$   
 $2x = -3$   
 $x = -1.5$

$21 \left( \sqrt[5]{55} \right)^{11} = 21 \cdot 55 \cdot 55 \cdot \frac{\sqrt[5]{108}}{55^3}$

$x+6 - 2\sqrt{18-3x-x^2} + 3-x = 4(18-3x-x^2) - 4\sqrt{18-3x-x^2} + 45$

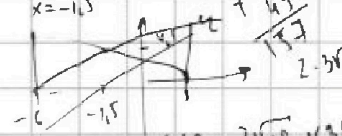
$x+6 = 3-x$   
 $2x = -3$   
 $x = -1.5$

36

$72 - 12x - 4x^2 = 67$   
 $4x^2 + 12x - 47 = 0$

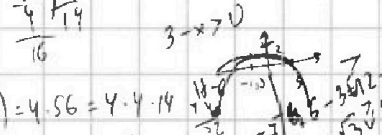
$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17$   
 $\frac{25}{72}$   
 $\frac{611}{72}$   
 $\frac{5614}{4 \cdot 14}$   
 $\frac{16}{16}$

$\frac{5614}{4 \cdot 14}$   
 $\frac{16}{16}$



$6+3 - 2\sqrt{18} \sqrt{36-3} - 8\sqrt{13} + 49$   
 $8413 - 288 \sqrt{148}$   
 $4205 - 3\sqrt{2} \sqrt{74}$

$18 - 3x - x^2$   
 $x = \frac{-(-1.5) \pm \sqrt{(-1.5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18}}{2 \cdot 1} = \frac{1.5 \pm \sqrt{2.25 - 72}}{2} = \frac{1.5 \pm \sqrt{-69.75}}{2}$   
 $\sqrt{18 - \sqrt{36-3}} = \sqrt{18 - \sqrt{33}} = 18 + 3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$   
 $\sqrt{18 - \sqrt{36-3}} = 18 + \frac{9}{4} = \frac{81}{4} = \frac{81}{4}$



$2\sqrt{18-3} = 4\sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 2z + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} & (1) \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & (2) \end{cases}$$

$$f(y) = |y+2| + 2|y-18|$$

- 1)  $y \geq 18$   $f(y) = y+2+2y-36 = 3y-34$   $\uparrow$  min при  $y=18$   $f(18) = 3 \cdot 18 - 34 = 20$   
 2)  $-2 \leq y \leq 18$   $f(y) = y+2-2y+36 = -y+38$   $\downarrow$  min при  $y=18$   
 3)  $y \leq -2$   $f(y) = -y-2-2y+36 = -3y+34$   $\downarrow$  min при  $y=-2$   $f(-2) = 40$

$$f(y) \text{ min } f(18) = 20$$

$$g(z) = \sqrt{400-z^2} \leq \sqrt{400} = 20 \text{ max при } z=0$$

Максимальное значение  $\sqrt{400-z^2}$  совпадает с минимальным значением выражения  $|y+2| + 2|y-18|$  при этом же значении принимает при единственном значении аргумента  $\Rightarrow \begin{cases} z=0 \\ y=18 \end{cases}$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{18-3x-x^2} - 7$$

$$x+6 - 2\sqrt{18-3x-x^2} + 3-x = 4(18-3x-x^2) - 28\sqrt{18-3x-x^2} + 49$$

$$t = \sqrt{18-3x-x^2}, t \geq 0$$

$$6-2t+3 = 4t^2 - 28t + 49$$

$$4t^2 - 26t + 40 = 0$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$\begin{cases} t=4 \\ t=\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$18-3x-x^2 = 16$$

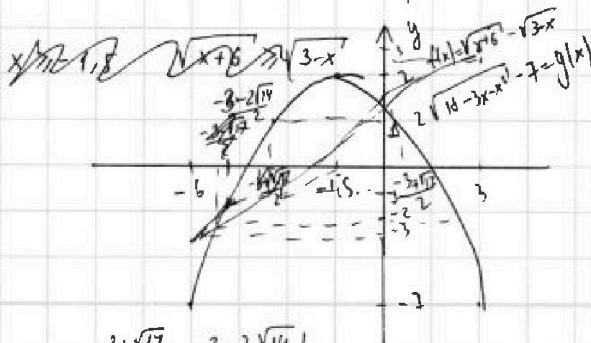
$$x^2+3x-2=0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$18-3x-x^2 = \frac{25}{4}$$

$$4x^2+12x-47=0$$

$$x = \frac{-6 \pm 4\sqrt{14}}{4} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$



$$f(0) = \sqrt{6} - \sqrt{3}$$

$$g(0) = 2\sqrt{18} - 7 = 6\sqrt{2} - 7$$

$$\text{Answer: } \left\{ \frac{-3+\sqrt{17}}{2}; \frac{-3-2\sqrt{14}}{2} \right\}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$t = \cos x \quad \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x \quad \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \quad t \in [-1; 1]$$

$p+4$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 - 3pt + 12t^2 - 6 + 3pt + 4t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 4t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + t + 1 = 0$$

$$1) p = 0 \quad 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

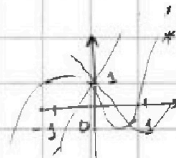
$$p > 0 \quad D = 9 - 3 \cdot 4 < 0 \quad \emptyset$$

$$2) p \neq 0$$

$$f(t) = pt^3 + 3t^2 + t + 1$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(t) = 3pt^2 + 6t + 1 = 3(pt^2 + 2t + \frac{1}{3})$$



$$f(1) \leq 0$$

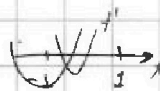
$$f(1) = p + 2 \leq 0 \quad p \leq -2$$

$$p \leq -2 \quad p \geq 1$$

$$f(-1) \leq 0$$

$$f(-1) = p + 3 - 3 + 1 \leq 0 \quad p \geq 1$$

$$(*) \quad \begin{cases} f(1) > 0 \\ f(-1) > 0 \\ \min_{t \in [-1; 1]} f(t) \leq 0 \end{cases}$$



$$2) \quad \begin{cases} f'(1) > 0 \\ f'(-1) > 0 \\ -1 \leq -\frac{2}{3p} \leq 1 \\ D \geq 0 \end{cases}$$

$$f'(-1) = 3(p - 2 + 1) = 3(p - 1) \leq 0 \quad p \leq 1$$

$$p \in [0; 1]$$

$$f'(1) = 3(p + 2 + 1) = 3(p + 3) \geq 0 \quad p \geq -3$$

$$p \geq -3$$

$$t = -1 \pm \sqrt{1-p}$$

$$t = -1 + \sqrt{1-p}$$

$$f(t) \leq 0$$

$$p - 1 \leq 0 \quad \emptyset$$

$$D \geq 0$$

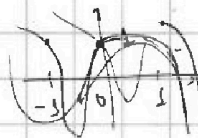
$$p \geq 1$$

$$p \leq -3$$

$$3) p < 0 \quad f(t) = pt^3 + 3t^2 + t + 1$$

$$f(0) = 1$$

$$f'(t) = 3(pt^2 + 2t + \frac{1}{3})$$



$$f(-1) \leq 0$$

$$p \leq -3$$

$$f(1) \leq 0$$

$$f'(1) \leq 0$$

$$f'(-1) > 0$$

$$\rightarrow (2) \quad p \in \mathbb{R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$a, b, c$  - четные  $\Rightarrow$

(1)	$\begin{cases} a-c = p^2-1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$	$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$	(2)	$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$
$a < b$		$a = b$		
$a-c < b-c$		не подходит		

(1):  $a \neq b \Rightarrow b-a = p^2-1 \times 3$

Квадрат числа имеет остаток при делении на 3 или 0, или 1  $\Rightarrow p^2-1 = 3k-1$   
 $p^2 = 3k$

Т.к.  $p$  - простое  $\Rightarrow p=3$

$b-a=8$	$b=a+d$	$a=-32$	$b=-24$	$c=-33$
$a^2+b=1000$	$a^2+a-992=0$	$a=31$	$b=39$	$c=30$

(2):  $b-a = p^2-1$  Аналогично  $p=3$   $b-a=8$

$a=-32$	$b=-24$	$c=-23$
$a=31$	$b=39$	$c=40$

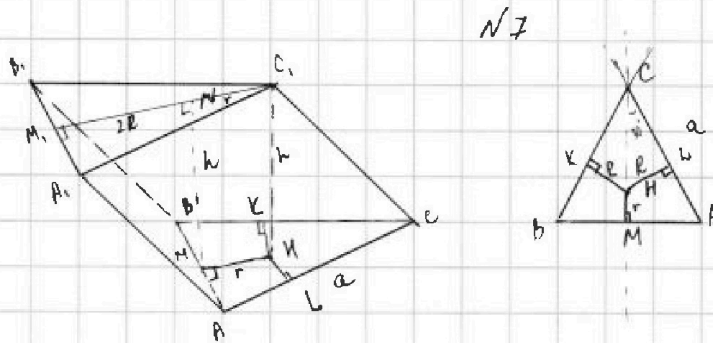
Ответ:  $(-32; -24; -33), (31; 39; 30), (-32; -24; -23), (31; 39; 40)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\alpha$  - плоскость  $C_1$  на  $ABC$   $HK, HL, HM$  - перпендикуляры к  $BC, AC, AB$   
 $CH \perp \alpha$

$$\left. \begin{array}{l} CH \perp \alpha \\ HL \perp AC \text{ (} HL, AC \in \alpha \text{)} \\ HL - \text{проекция } C_1L \end{array} \right\} \Rightarrow C_1L \perp AC \quad CL = \sqrt{C_1H^2 + HL^2}$$

Аналогично  $C_1K \perp BC$   $C_1K = \sqrt{C_1H^2 + HK^2}$   $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle C_1KL} \Rightarrow C_1K = C_1L$   $HK = HL \Rightarrow CH$  - биссектриса  $\angle C$   $\perp$  медианам  $AK$  и  $BL$

$MN \parallel HC_1 \Rightarrow MN \perp ABC \Rightarrow MN \perp A, B, C$   
 $MM_1$  - проекция  $MM_1$   
 $MM_1 \perp A, B$  ( $MM_1, AB \in \alpha$ )  $\Rightarrow MM_1 \perp AB$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (aR + aR + ar) = 4 \quad S = 4 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad a = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad 2R + r = \frac{8\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ACC_1} = C_1L \cdot AC = 6 \quad C_1L \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 6 \quad C_1L = \frac{6\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\triangle ABB_1} = MM_1 \cdot AB = 5 \quad MM_1 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 5 \quad MM_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$C_1M_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = 2R + r$$

$$\begin{aligned} MM_1^2 &= MN^2 + M_1N^2 & \frac{25\sqrt{3}}{16} &= 4R^2 + h^2 \\ C_1L^2 &= HL^2 + C_1H^2 & \frac{9\sqrt{3}}{4} &= R^2 + h^2 \end{aligned}$$

$$C_1M_1 = MM_1 = \frac{5\sqrt{3}}{4} < C_1L \Rightarrow CH < LH \quad \text{т.к. } H \in \text{биссектрисе } \angle C \quad CH = 2LH, \text{ что неверно}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



**Geometric Solution:**

**Algebraic Solution:**

$$h^2 + R^2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

$$4R^2 + h^2 = 25$$

$$h^2 + R^2 = \frac{25}{16} \cdot \sqrt{3} \cdot \text{CH}$$

$$h^2 + 4R^2 = 25$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{16} = h^2 + (R + 2\sqrt{3})^2 = \frac{3R^2 + 4R + 12}{4}$$

$$\frac{R + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{R}{2/\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}R}{2}$$

$$2R + 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}R$$

**Quadratic Equations:**

$$643 - 2\sqrt{18} \sqrt{72 - 2 \cdot 6 \cdot 7\sqrt{2}} + 49$$

$$9 - 6\sqrt{2} \sqrt{121 - 84\sqrt{2}}$$

$$78\sqrt{2} \sqrt{112}$$

$$39\sqrt{2} \sqrt{56}$$

**Arithmetic:**

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 39 \\ \hline 351 \\ + 36 \\ \hline 1521 \\ + 336 \\ \hline 1857 \\ + 280 \\ \hline 3042 \end{array}$$

**Graphs:**

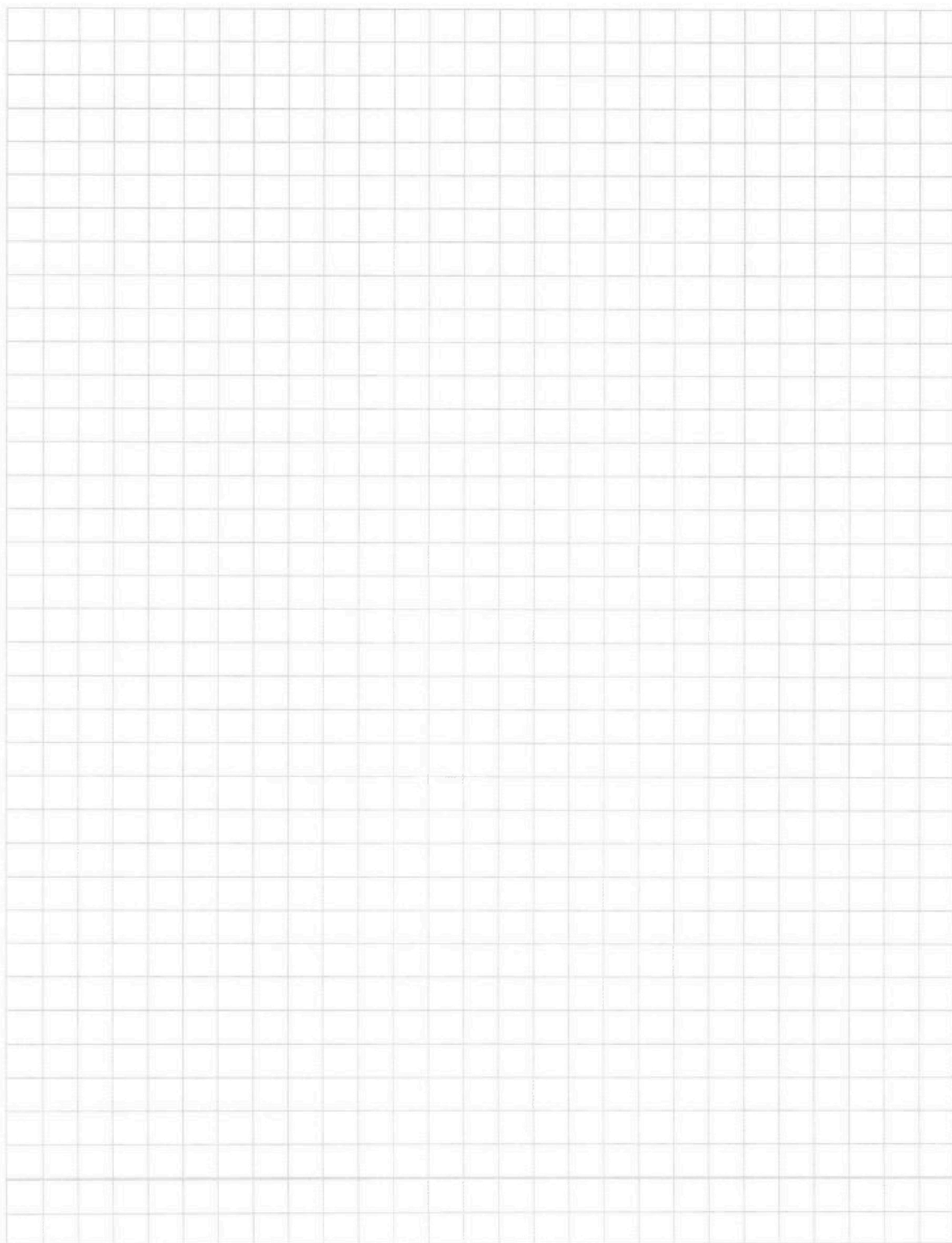


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!









На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$20 \rightarrow \text{зад} \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{11} = 2-x$$

$$a_{12} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\sqrt{\frac{2-x}{(25x+34)(3x+2)}} = 2^2$$

$$x \geq -\frac{2}{3}$$

$$\frac{+}{-} \frac{-}{+}$$

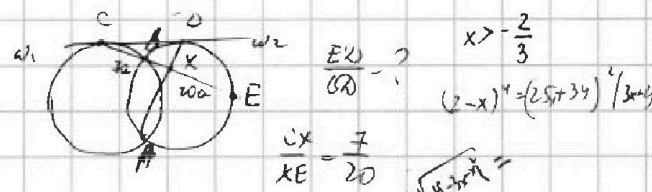
$$\frac{-24}{35} \quad \frac{-1}{5}$$

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} = 2^2 = \sqrt{\frac{(25x+34)(3x+2)}{(25x+34)(3x+2)^3}} = \frac{1}{3x+2} = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2}$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$t = \cos x \quad t \in [-1; 1]$$

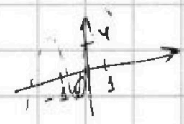


$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$f(-1) = 0$$

$$4pt^3 - 3tp + 12t^2 - 6 + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 3(p+4)t + 4 = 0$$



1)  $p=0$

$$12t^2 + 9t + 4 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 12 \cdot 4 < 0$$

2)  $p \neq 0$

$$f(t) = 4p + 12 + 12 + 4 = 4p + 28$$

$$f(-1) = -4p + 12 - 12 + 4 = -4p + 4$$

$$f'(t) = 12pt^2 + 24t + 3(p+4)$$

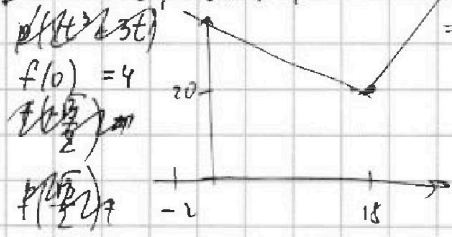
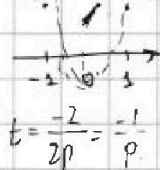
$$q^2 = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$q^4 = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2}$$

$$\frac{q}{4} = 12^2 - 12p - 3(p+3) = 9^2 = \frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2}$$

$$f' = 12t^2 p + 24t = 4pt^2 + 12t + 24p + 12 + 4 = 4pt^2 + 12t + 24p + 16$$

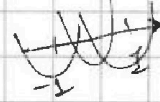
$$= 12(pt^2 + 2t + 4)$$



$$\frac{(2-x)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} = \frac{1}{(3x+2)^2}$$

$$(2-x)^2 - 25x - 34 = 0$$

$$(x^2 - 24x + 30)(x^2 + 21x + 38) = 0$$



$$|y+2| + 2|y-18|$$

$$y \geq 18 \quad y+2+y-36 = 3y-34$$

$$f(18) = 54-34 = 20$$

$$y = 18$$

$$z = 0$$

$$a = \sqrt{x+6}$$

$$b = \sqrt{3-x}$$

$$-2 < y < 18 \quad y+2-2y+36 = 38-y$$

$$f(-2) = 38+2$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{11-8xx^2}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a + 2ab \quad a + 7 = 2ab + b = b(2a+1)$$

$$y \leq -2 \quad -y-2-2y+36 = -3y+34$$