



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}, \text{ десятый член равен } x+4, \text{ а двенадцатый член равен } \sqrt{(15x+6)(x-3)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $9 : 25$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 150×200 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 820$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1. Ответ: 5, ~~1/2~~, -1

Решение: пусть $q \neq 0$ — знаменатель прогрессии, $a \neq 0$ — ее первый член. Тогда четвертый член — $q^3 a$, десятый — $q^9 a$, двенадцатый — $q^{11} a$.

По условию: $q^3 a = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}$, $q^9 a = x+4$, $q^{11} a =$

$$= \sqrt{(15x+6)(x-3)}. \text{ OДЗ: } \begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^2} > 0 \\ x+4 \neq 0 \\ (15x+6)(x-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -\frac{6}{15}) \cup \cup (3; 4) \cup (4; +\infty)$$

$$q^2 = \frac{q^{11} a}{q^9 a} = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4} \Rightarrow q^6 = (q^2)^3 = \frac{\sqrt{(15x+6)^3(x-3)^3}}{(x+4)^3}$$

$$q^6 = \frac{q^9 a}{q^3 a} = \frac{x+4}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}}$$

Получаем, что $\frac{\sqrt{(15x+6)^3(x-3)^3}}{(x+4)^3} = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$$\sqrt{(15x+6)^4(x-3)^3} = \frac{x+4}{\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^2}}} \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{(15x+6)^4(x-3)^3} = (x+4)^4 \Leftrightarrow (15x+6)^2 = (x+4)^4 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 15x+6 = (x+4)^2 \\ 15x+6 = -(x+4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 10 = 0 \\ x^2 + 23x + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-5) = 0 \\ (x+22)(x+1) = 0 \end{cases}$$

$x = 2$ не подходит по ОДЗ. Четности показателей

$q^9 a$ и $q^{11} a$ совпадают $\Rightarrow q^9 a$ и $q^{11} a$ — одного

знака $\Rightarrow x+4 > 0$ ($\sqrt{(15x+6)(x-3)} > 0$), т.е. и $x = -22$

не подходит. При $x = 5$ и $x = -1$, $q = \sqrt{\frac{15x+6}{x+4}}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2. Ответ: $x = -1 + \sqrt{20}$, $y = 35$, $z = 0$

Решение: $|y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} = \sqrt{75^2-z^2} \leq 15$

При $y \leq 20$: $|y-20| + 2|y-35| = 20-y + 2(35-y) = 90-3y \geq 30$

При $20 < y < 35$: $|y-20| + 2|y-35| = y-20 + 2(35-y) = 50-y > 15$

При $y > 35$: $|y-20| + 2|y-35| = y-20 + 2(y-35) = 3y-90 > 15$

Максимальное единственное возможное значение $y = 35$. Тогда $|y-20| + 2|y-35| = 15 \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{225-z^2} = 15 \Rightarrow z = 0$. Остаётся найти x :

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{35-2x-x^2} \Leftrightarrow$

$\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} + 6 = 2\sqrt{(x+7)(5-x)} \quad (x \in [-7; 5])$

~~$(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = (2\sqrt{(x+7)(5-x)} + 6)^2$~~
 ~~$(x+7) + (5-x) - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) - 24\sqrt{(x+7)(5-x)} + 36$~~
 ~~$22\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4(x+7)(5-x) + 36$~~

Обозначим $t = \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x}$. Тогда

$2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 12 - t^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t+6 = 12-t^2$$

$$t^2+t-6=0$$

$$(t+3)(t-2)=0$$

1 случай: $t=-3$: $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = -3 \Leftrightarrow$

$$\sqrt{x+7} = -3 + \sqrt{5-x} \Leftrightarrow \sqrt{x+7} + 3 = \sqrt{5-x}$$

Но $\sqrt{x+7} + 3 \geq 3$, а $\sqrt{5-x} < \sqrt{9} = 3$. $\sqrt{x+7} > \sqrt{5-x}$

2 случай: $t=2$: $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x} = 2 \Leftrightarrow$

$$(\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x})^2 = 4 \Leftrightarrow 12 - 2\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{(x+7)(5-x)} = 4 \Leftrightarrow (x+7)(5-x) = 16 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 2x - 19 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{20}}{2} \Rightarrow$$

$$x = -1 \pm \sqrt{20} \text{ (нужно проверить, что } -7 \leq x \leq 5)$$

$$\sqrt{20} \leq 6. -7 \leq -1 - \sqrt{20} \Leftrightarrow \sqrt{x+7} > \sqrt{5-x} \text{ если}$$

$$x+7 > 5-x \Leftrightarrow 2x > -2 \Leftrightarrow x > -1, \text{ т.е. } x = -1 - \sqrt{20}$$

не подходит). ($x = -1 + \sqrt{20}$ подходит же и

под, что $-7 \leq -1 + \sqrt{20} \leq 5 \Leftrightarrow \sqrt{20} \leq 6$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3. Решение: $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$, $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$. Следовательно, $\cos 3x + 6\cos x = 3\cos 2x + p \Leftrightarrow 4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p$.

Пусть $\cos x = t$, $t \in [-1; 1]$. Рассмотрим функцию $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$. $f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(2t-1)^2 \Rightarrow f(t)$ строго возрастает на отрезке $[-1; 1]$. $f(-1) = -10$, $f(1) = 4 \Rightarrow f(t)$ принимает все значения от -10 до 4 ровно по одному разу. Откуда и следует, что $p \in [-10; 4]$.

Заметим, что $f(t) = 4\left(t - \frac{1}{2}\right)^3 + \frac{7}{2}$. Следовательно, $4\cos^3 x - 6\cos^2 x + 3\cos x + 3 = p \Leftrightarrow 4\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 + \frac{7}{2} = p \Leftrightarrow 4\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2p-7}{2} \Leftrightarrow \cos x - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt[3]{2p-7}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt[3]{2p-7} + 1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{\sqrt[3]{2p-7} + 1}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



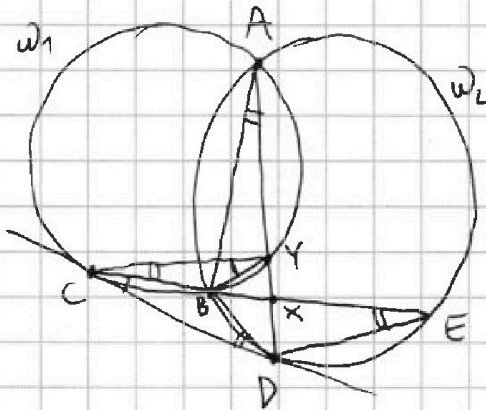
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4. Ответ: $\frac{5}{3}$

Решение:



пусть $X = AD \cap CE$, $Y =$
 $= AD \cap \omega_1$. $\angle BCY = \angle BAY =$
 $\angle BED = \beta$ (уг. ω_1 и ω_2) \Rightarrow
 $CY \parallel DE$ (1). $\angle BDC = \angle BED = \beta$
 уг. касания. Аналогично,
 $\angle CYB = \angle BCD = \alpha$ уг. касания.

Потому $\triangle YBC \sim \triangle CBD \Rightarrow \frac{YB}{BC} = \frac{BC}{BD} = \frac{YC}{CD} \Rightarrow \frac{BY}{BD} =$

$\frac{BY}{BC} \cdot \frac{BC}{BD} = \frac{YC}{CD}$ Кроме того, $\angle YBX = \angle XBD = \beta + \alpha \Rightarrow$

BX - биссектриса в $\triangle YBD \Rightarrow \frac{BY}{BD} = \frac{YX}{XD} \stackrel{(1)}{=} \frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$.

Откуда, $\frac{YC}{CD} = \sqrt{\frac{BY}{BD}} = \frac{3}{5}$. Также из (1) следует,

то $\frac{DE}{CY} = \frac{EX}{XC} = \frac{25}{9}$. Следовательно, ~~$\frac{DE}{CD} =$~~

$= \frac{DE}{CY} \cdot \frac{YC}{CD} = \frac{25}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

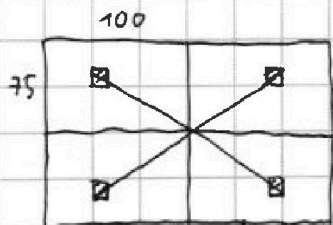
СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5. Ответ: ~~7500~~, $C_{7500}^2 + 36 C_{7500}^3 + 48 C_{7500}^4$

Решение: назовем "квартетом" - четыре клетки, которые являются углами в прямоугольнике, центр которого совпадает с центром исходного. Тогда "квартетов" всего $75 \cdot 100 = 7500$. (Они определяются одной левой верхней вершиной, которая лежит в левой верхней прямоугольнике

Очевидно, что каждая клетка лежит только в одной "квар-тетке" 75×100 исходного прямоугольника). Теперь



пример квартета.

найдем число раскрасок, в которых выполняется ≥ 2 симметрии. Очевидно, что симметрия относительно одной "средней линии" + симметрия относительно другой = симметрия относительно центра. Поэтому тогда выполняются все 3 симметрии.

Поэтому тогда выполняются все 3 симметрии. То есть эти раскраски - это два "квартета" (их кол-во C_{7500}^2). Найдем

ищем кол-во C_{7500}^3 . Найдем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

или раскрасок с ровно одной симметрией.
Пусть это симметрия относительно центра.
Заметим, что закрашенные ^{клетки} вершины покрываются ≥ 3 -мя „квартерами“ (т.к. иначе закрашенные вершины — это 2 „квартера“ и выполняются все 3 симметрии.) и ≤ 4 -мя „квартерами“ (очевидно, что если „квартер“ покрывает хотя бы одну клетку, то он покрывает и все 3 ей симметричные, т.е. ≥ 2 клетки). Если это 4 квартера, то ^{ровно} 2 клетки закрашены ^{этой парой} (их выбрать можно ровно двумя способами), а 4 квартера можно выбрать $C_4^4 = 1$ способом. Всего $2^4 \cdot C_4^4 = 16$ раскрасок. Если это 3 квартера, то в одной закрашены все 4 клетки (этот квартер ^{из трех} можно выбрать 3-мя способами), а в двух других по 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

закрашенными (по два способа на каждый
квартет). Всего раскрасок $3 \cdot 2^2 \cdot C_{7500}^3$

Таким образом, раскрасок с симметрией
относительно центра $16 C_{7500}^4 + 12 C_{7500}^3$.

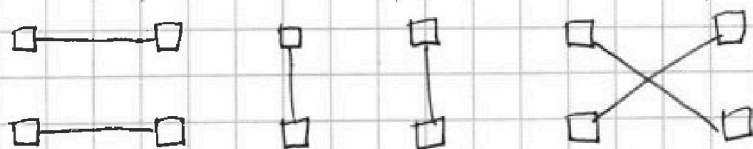
Нетрудно понять, что по аналогичным
причинам и раскрасок с группой

симметрии по диагонали тоже. То есть

всего искомых раскрасок: $C_{7500}^4 + 3 \cdot 12 C_{7500}^3 +$

$+ 3 \cdot 16 C_{7500}^4 = C_{7500}^4 + 36 C_{7500}^3 + 48 C_{7500}^4$.

В квартете пары симметричные:





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6. Ответ: $(-21; -29; -30)$, $(-21; -29; -20)$, $(36; 28; 27)$,

Решение: пусть $(a-c)(b-c) = p^2$ (где p - простое)

Тогда возможны следующие варианты

$a-c$	$b-c$	
1	p^2	X, $a-c > b-c \Leftrightarrow a > b$
p^2	1	✓
-1	$-p^2$	✓
$-p^2$	-1	X, $a-c > b-c$
p	p	X, $a-c > b-c$
$-p$	$-p$	X, $a-c > b-c$

Но в любой сумме $(a-c = p^2, b-c = 1$ и

$a-c = -1, b-c = -p^2)$ $a-b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$,

это при $p \neq 3$ делится на 3 (т.к. любое простое отличное от 3 дает или остаток 1 или остаток -1 при делении на 3).

Тогда $a = b + 8 \Rightarrow b^2 + b + 8 = 820 \Leftrightarrow$

$b^2 + b - 812 = 0 \Leftrightarrow (b+29)(b-28) = 0$. Если

$b = -29$, то в сумме $a-c = p^2, b-c = 1$; $a = b + 8 =$

$= -21$, $c = b - 1 = -30$, а в сумме $a-c = -1$,

$b-c = -p^2$: $a = -21$, $c = b + 9 = -20$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $b = 28$, то \forall случай $a - c = p^2$,

$b - c = 1$: $a = b + 8 = 36$, $c = b - 1 = 27$, а \forall

случай $a - c = -1$, $b - c = -p^2$: $a = 36$, $c = b + 9 = 37$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

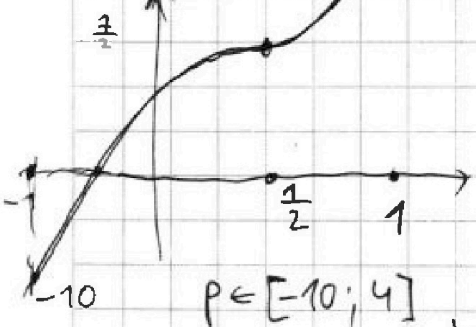
$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$\cos 2x = \cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin x = 2 \cdot \cos^2 x - 1$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 = p$$

$$\cos x = t \in [-1; 1]$$



$$2x = \alpha$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = t$$

$$y = 2 \cdot \cos^2 x - 1$$

$$\sqrt{\frac{y+1}{2}}$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x - (2 \sin^2 x \cdot \cos x) = \cos x - \cos^3 x$$

$$2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

$$12t^3 - 12t + 3 = 0$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p - \frac{1}{2}$$

$$(2t-1)^2 = 0$$

$$t = \frac{1}{2}$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$2 \cos^2 x (2 \cos x - 3) + (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

$$p = -10$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$4 \cos^3 x$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 \frac{1}{2} = p - \frac{1}{2}$$

$$0 + 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{3}-3}{2}$$

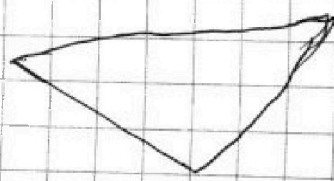
$$x = \pi$$

$$\cos^2 x = 2 \cos x$$

$$\cos 3x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = 10 \cos x$$

$$2 \cdot \cos x \cos 2x = 4 \cdot \cos^2 x - 2 \cos x$$

$$\cos 4x = \cos 3x \cdot \cos x - \sin 3x \cdot \sin x$$



$$\cos 3x = 2 \cos x \cdot \cos 2x - \cos x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_1 = a$ $q \neq 0, a \neq 0$ $-7 \leq -1 \pm \sqrt{20} \leq 5$ $\sqrt{\frac{91}{23}}$ 9 $\sqrt{91 \cdot 2}$
 $a_2 = qa$ $\sqrt{20} \leq 6$ $\sqrt{15x+6}$ $\sqrt{(x-3)^3}$ $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$
 $a_4 = q^3 a$ $\sqrt{8 \cdot 4}$ $\sqrt{15x+6}$ $\sqrt{(x-3)^3}$ $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$
 $a_{10} = q^9 a$ $2\sqrt{32}$ $\sqrt{15x+6}$ $\sqrt{(x-3)^3}$ $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$
 $a_{11} = q^{11} a$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{15x+6}$ $\sqrt{(x-3)^3}$ $= \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} = q^3 a$
 $x+4 = q^3 a$
 $\sqrt{(15x+6)(x-3)} = q^{11} a$
 $q^2 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{x+4}$
 $q^6 = \frac{(x+4)\sqrt{(x-3)^3}}{\sqrt{15x+6}}$

$x+4 \neq 0$
 $(15x+6)(x-3) > 0$
 $\frac{15x+6}{(x-3)^3} > 0$

$\sqrt{15^2 - 2^2}$
 $\sqrt{x+7} + 6 = \sqrt{5-x-3z} + 2\sqrt{y-2x-x^2+z}$
 $x \geq -7$ $|y-20| + 2|y-35| \leq 15$
 $x+3z \leq 5$ $y=35$ $z=0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$
 $(x-2)(x-5) = 0$
 $x^2 + 23x + 22 = 0$
 $(x+22)(x+1) = 0$
 $x = 5, -22, -1$

$x^2 + 2x - 19 = 0$
 $xy = 90$
 $y - 20 = 2(35 - y)$
 $xy = 90$
 $y - 20 + 70 - 2y = 15$
 $-y + 50 = 15$
 $y = 35$
 $x+7 \geq 0$ $x \in [-7, 5]$
 $5-x \geq 0$

$\cos 3x + 6 \cos x =$
 $= 3 \cos 2x + p$ $t+6=12$
 $x+7$ $\sqrt{x+7} + \sqrt{5-x} = 12 \cdot 2\sqrt{}$
 $t^2 = 12 - 2\sqrt{32}$

96
 $\times 2$
 192
 11
 $\times 11$
 121



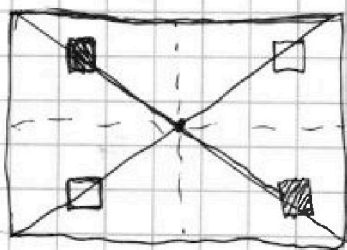
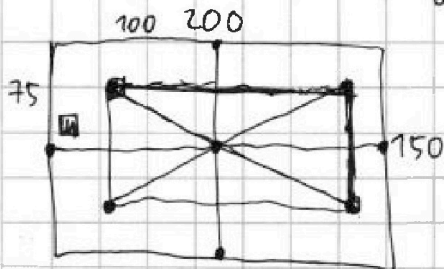
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{ED}{CD} = ?$
 $\frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$
 $\frac{DX}{XY} = \frac{DB}{BY} = \frac{CD}{CY}$
 $\frac{BD}{BC} = \frac{BY \cdot BC}{BC \cdot BY} = \frac{CD}{CY}$
 $\frac{CD}{CY} = \frac{BD}{BC}$
 $\frac{CY}{DE} = \frac{CX}{XE} = \frac{9}{25}$
 $\frac{DE}{BC} = \frac{CE}{CY}$
 $BC = \frac{DE \cdot CY}{CE}$
 $150 \cdot 200 = 30000$
 $CD = \frac{CY \cdot BD}{BC} = \frac{BD \cdot CE}{DE}$
 $\frac{CD}{DE} = \frac{3}{5}$



$2^4 \cdot C_{7500}^4 +$
 $+ 3 \cdot 2^3 \cdot C_{7500}^3 +$

$C_{7500}^2 + 3 \cdot 2^3 \cdot C_{7500}^3 + 3^2 \cdot C_{7500}^4$
 $81L$
 $406 \cdot 2$
 2034
 $29 \cdot 7 \cdot 4$

$C_{30000}^1 + b^2 + b - 81L = 0$
 $(b+29)(b-28) = 0$

$2 \cdot C_{7500}^4$
 $16 \cdot C_{7500}^3$
 378
 $2 \cdot 189$
 $2 \cdot 3 \cdot 63$
 36
 216
 108
 1296

$b^2 + 8b - 378 = 0$
 $b = -29$
 $b = 28$
 $b+1 = a+9$
 $a-b = 8$
 $a = b+8$

(a, b, c)
 $-x^2 - 2x + 35$
 $x^2 + 2x - 19$
 $a > b$
 $a = b + 3$
 $(a-c)(b-c) = p^2$
 $a + b^2 = 820$
 $a - c > b - c$
 $a - c = 1$
 $a - c = 1$
 $b - c = 1$
 $a - b = 8$
 $a - c = p^2$
 $b - c = 1$
 $a - b = p^2 - 1 = (p-1)(p+1) : 3$
 $a - c = 9$
 $b - c = 1$
 $a + b^2 = 820$
 $2b^2 + 16b + 64 = 820$
 $b^2 + 8b + 32 = 410$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$(t-c)^3 = t^3 - 3t^2c + 3tc^2 - c^3$$

$$4\left(t - \frac{1}{2}\right)^3 = 4t^3 - 6t^2 + 3t - \frac{1}{2}$$

$$4\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 = p - \frac{1}{2} = \frac{2p-1}{2}$$

$$\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{2p-1}{8}$$

$$\cos x - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt[3]{2p-1}}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt[3]{2p-1} + 1}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt[3]{2p-1} + 1}{2} + 2\pi k$$