



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№94 $\{a_n\}$ - 2. член q - знаменатель

$$a_{12} = 2 - x$$

$$a_{10} = a_{12} \cdot q^{-2} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}$$

$$a_{14} = a_{12} \cdot q^2 = \frac{\sqrt{(25x+34)^3}}{(3x+2)^3}$$

$$a_{10} \cdot a_{14} = a_{12}^2 q^4 =$$

$$= \frac{(25x+34)^2}{(3x+2)^2}$$

$$q = \frac{\sqrt{3x+2}}{\sqrt{25x+34}} \quad || \cdot (2-x)$$

$$\Rightarrow a_{10} = (2-x)(2-x) \cdot \frac{\sqrt{3x+2}}{\sqrt{25x+34}} = \sqrt{(3x+2)(25x+34)}$$

$$\Rightarrow x \neq 2: \quad x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0 \quad \begin{cases} x = 30 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$x \neq 2: \quad -x^2 + 4x - 4 = 25x + 34$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$\begin{cases} x = -19 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x^2 - 4x + 4 = |25x + 34|$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \\ x = -19 \\ x = -2 \end{cases}$$

Положительно
Отрицательно

$$x = -1: a_{10} = \sqrt{-9} \notin \mathbb{R} \quad \otimes$$

$$x = 30 \quad a_{10} = \sqrt{784 \cdot 92} \quad a_{12} = -28; \quad a_{14} = \sqrt{\frac{28^3}{92^3}}$$

$$a_{12} = a_{10} q^2 > 0 \quad a_{12} < 0 \quad \otimes$$

$$x = -19 \quad a_{10} = \sqrt{441 \cdot 55} \quad a_{12} = 21 \quad a_{14} = \sqrt{\frac{441^3}{55^3}} \quad \odot$$

$$x = -2 \quad a_{10} = \sqrt{8} \quad a_{12} = 4 \quad a_{14} = \sqrt{\frac{8^3}{2^3}} \quad \odot$$

Ответ: $\{-19; -2\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

при $y \in [-2; 18]$: (1) : $y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$; $3y-y = \sqrt{400-z^2}$

$-y \in [-18; 2]$

$-y+3y \in [20; 40] \Rightarrow$

возведем в кв: $(3y-y)^2 = 400-z^2$

$400-z^2 \leq 400$

$3y-y \geq 400$

\Rightarrow равенство только при $y=18$

$z=0$

случай раскрыт.

при $y \leq -2$: $-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$; $-3y+34 = \sqrt{400-z^2}$

$-y \geq 2 \Rightarrow -3y \geq 6 \Rightarrow -3y+34 \geq 40 \Rightarrow (-3y+34)^2 = 400-z^2$

≥ 400

≤ 400

нет решений

т.к. л.е. больше прав. ч.

Ответ: $(-\frac{6-4\sqrt{4}}{4}; 18; 0)$; $(-\frac{3+5\sqrt{7}}{2}; 18; 0)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + z = 2\sqrt{4-3x-x^2+z} & (2) \\ |y+2| + 2|y-1| = \sqrt{400-z^2} & (1) \end{cases}$$

р.ш (1):

при $y > 1$: $y+2+2y-1 = \sqrt{400-z^2}$; $3y-3 = \sqrt{400-z^2}$

оценим

$3y-3$: $3y > 5 \Rightarrow 3y-3 > 20$; $3y-3 = \sqrt{400-z^2}$ \Rightarrow возведем в квадрат членов, ух
это условие: $(3y-3)^2 = 400-z^2$; $\begin{cases} (3y-3)^2 > 400 \\ 400-z^2 \leq 400 \end{cases} \Rightarrow$ равенство
устраним

при $\begin{cases} z=0 \\ y=1 \end{cases}$; подставим эти значения в (2):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2 \cdot 0} + 1 = 2\sqrt{1-3x-x^2+0}, \text{ ~~заметим~~$$

пусть $\sqrt{x+6} = a \geq 0$

$\sqrt{3-x} = b \geq 0$, тогда (2): $\begin{cases} a-b+1 = 2ab \\ a^2+b^2 = 9 \end{cases}$ сложим:

$$a-b+(a-b)^2 = 2$$

$a-b=t \Rightarrow t^2+t-2=0 \Rightarrow \begin{cases} t=-2 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=b-2 \\ a=b+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+6} = \sqrt{3-x}-2 & (a) \\ \sqrt{x+6} = \sqrt{3-x}+1 & (b) \end{cases}$

a) $\sqrt{x+6} + 2 = \sqrt{3-x} \Rightarrow x+6+4+4\sqrt{x+6} = 3-x \Rightarrow 4\sqrt{x+6} = -x-2x \Rightarrow$

$\Rightarrow -x-2x \geq 0$; $16(x+6) = 49 + 2(2x+4x^2)$; $4x^2+12x-4x = 0$

$\frac{D}{4} = 36+4 \cdot 4x = 224 \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{224}}{4} \\ x \leq -\frac{x}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-6 + \sqrt{224}}{4} > 0 - \text{н. кор.} \\ x = \frac{-6 - \sqrt{14}}{4} \checkmark - \frac{x}{2} = -\frac{x}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow x = -\frac{6 - \sqrt{14}}{4}$

$\begin{cases} -6 - \sqrt{14} \checkmark - 14 \\ 4 \checkmark 4\sqrt{14} \\ 2 \checkmark \sqrt{14} \end{cases} \ominus$

b) $\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1$

$2x+2 = 2\sqrt{3-x}$

$x+1 = \sqrt{3-x}$

$x \geq -1$; $x^2+2x+1 = 3-x \Rightarrow x^2+3x-2=0$

$D = 9+4 \cdot 2 = 17$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

$-\frac{3-\sqrt{17}}{2} < -\frac{x}{2} \Rightarrow$ н. кор. $x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} > 0 \Rightarrow$ подходит

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \cos x = t \quad t \in [-1; 1] \\ \cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x = \\ = 4t^3 - 3t \\ \cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 2t^2 - 1 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$\Rightarrow 4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0 \quad |:4 \Rightarrow pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (p-1)t^3 + t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{p-1} = a \quad \text{Замена:} \Rightarrow (at)^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$\Rightarrow (t+1+at) \left((t+1)^2 + (at)^2 - (at)(t+1) \right) = 0 \quad \text{Заметим, что в формуле}$$

$$\lambda^3 + \beta^3 = (\lambda + \beta) (\lambda^2 - \lambda\beta + \beta^2) \quad \lambda^2 - \lambda\beta + \beta^2 \text{ является ненулевым}$$

$$\text{выражением} \Rightarrow \text{не равно нулю}$$

$$\Rightarrow t+1+at = -1$$

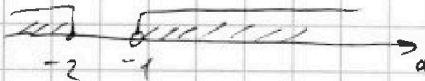
$$a = -1 \Rightarrow 0 = -1 \text{ ложь} \Rightarrow a \neq -1: t = -\frac{1}{a+1} \quad \text{— упрощается для решения.}$$

$$t \geq -1: -\frac{1}{a+1} \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{a+1} \leq 1 \Rightarrow \frac{-a}{a+1} \leq 0 \Rightarrow \frac{a}{a+1} \geq 0$$

$$t \leq 1: -\frac{1}{a+1} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{a+1} \geq -1 \Rightarrow \frac{a+2}{a+1} \geq 0$$



$$\Rightarrow a \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$$



$$\Rightarrow a \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$$

$$a^3 + 1 = \Rightarrow p \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$$

$$\cos x = \frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1} \quad x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: при $p \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$

$$\left\{ x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{p-1}+1}\right) + 2\pi n \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$$

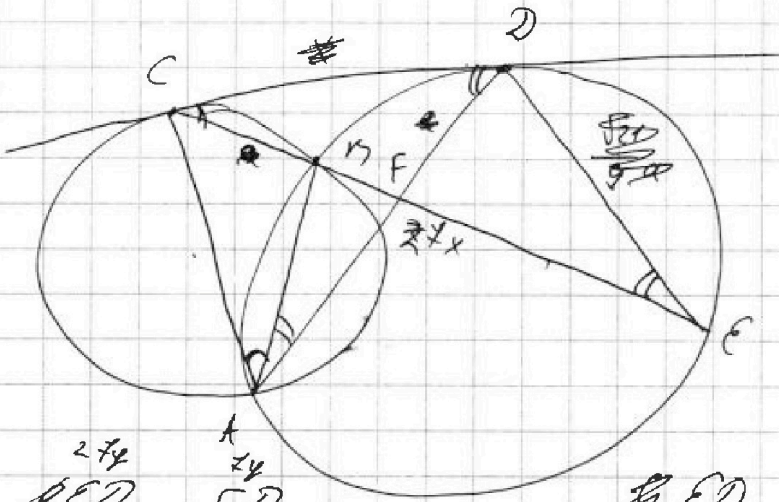


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\angle F = \angle CED$ - члчк
 $\angle D$ - общ. угол

$\triangle CFD \sim \triangle CDE$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{FD}{DE} = \frac{CF}{CD}$$

$$\frac{CD}{2x} = \frac{FD}{2x} = \frac{CF}{CD}$$

$$CD^2 = x \cdot 2x \cdot 2$$

$$CD = \sqrt{x \cdot 2x \cdot 2}$$

$$\frac{CD}{CF} = \frac{FD}{CF}$$

выраст как:

$$CD^2 = CF \cdot CB$$

$$CB = CD \cdot \frac{x}{2x} = \frac{CD}{2}$$

~~CB~~

$$= 3\sqrt{21} \cdot \frac{x}{2x}$$

$$BF = \left(x - \frac{2\sqrt{21}}{2x} \right) x$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{FD}{DE} = \frac{CF}{CD}$$

$$= \frac{\sqrt{x}}{2x} \Rightarrow ED = a \Rightarrow DE = \frac{\sqrt{x}}{2x} a$$

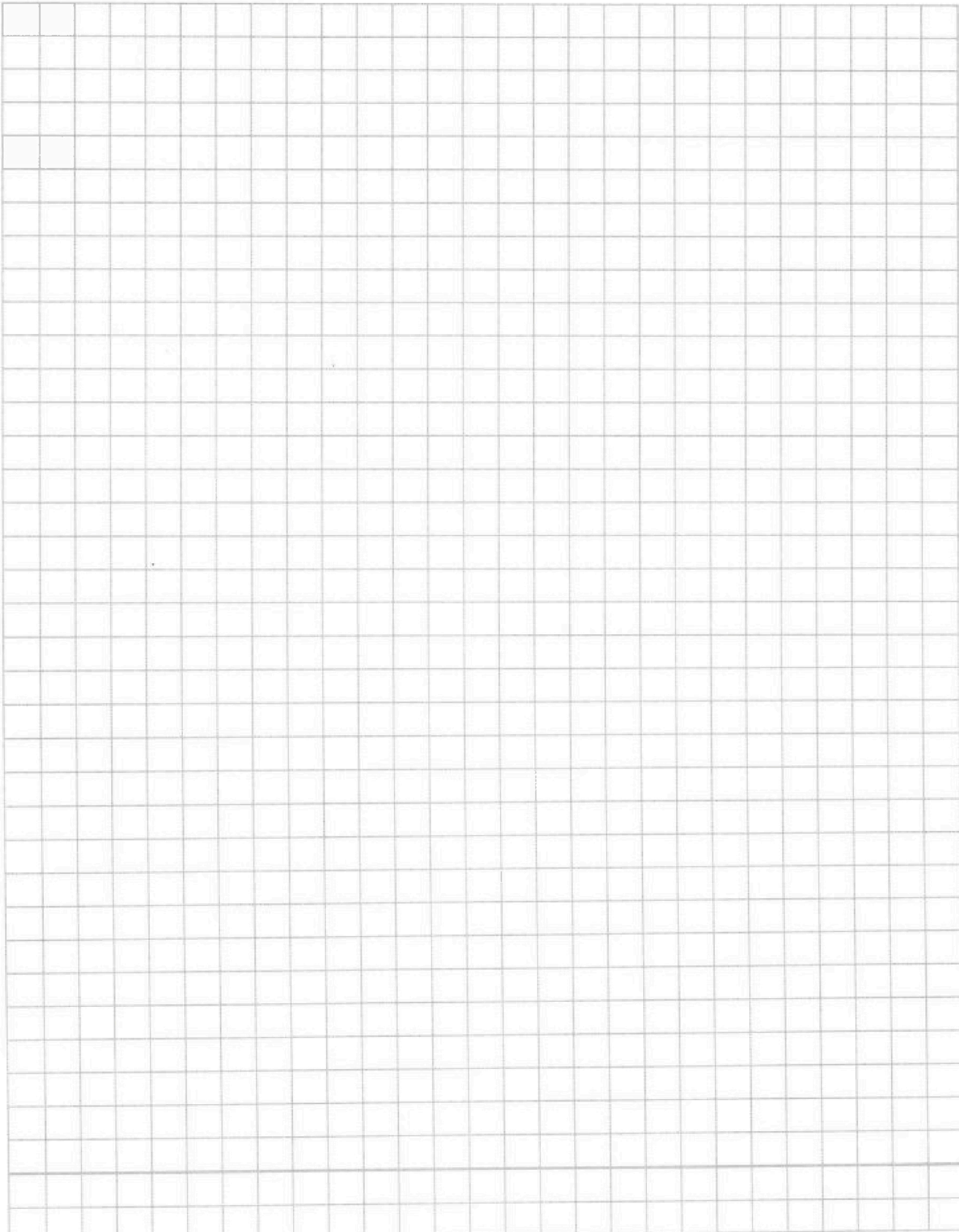


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{array}{r} 112 \overline{) 2} \\ 58 \overline{) 8} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 49 \\ 47 \\ 49 \\ 96 \end{array}$$

$$a_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}; a_{12} = 2-x; a_{14} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$a_{12} = a_{10} q^2 \quad a_{14} = a_{10} q^4$$

$$224 = 4 \cdot 8 \cdot 7 = 16 \cdot 2 \cdot 7$$

$$\frac{a_{14}}{a_{10}} = q^4 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3(3x+2)(25x+34)}} = (3x+2)^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}}$$

$$\frac{a_{12}}{a_{10}} = q^2 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Rightarrow q^4 = \frac{(x-2)^4}{(25x+34)^2(3x+2)^2} = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^3}}$$

№2

$$a-b=t$$

$$a-b+(a-b)^2=2$$

$$t^2+t-2=0$$

$$\begin{cases} t=-2 & a=b-2 \\ t=1 & a=b+1 \end{cases}$$

$$3x \geq -18$$

$$x \geq -6$$

$$-x \leq 6$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + x = 2\sqrt{4-3x-x^2+z} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-2z^2} \quad (a) \end{cases}$$

b)

$$\begin{array}{c} \textcircled{3} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{4} \\ 3y-34 \quad -2 \quad 18 \end{array} \rightarrow$$

$$3-x-2z \geq 0$$

$$z^2 \in [0; 400]$$

$$2z \leq 3-x$$

$$2z \leq 9$$

$$z \leq \frac{9}{2} \quad -z \geq -\frac{9}{2}$$

$$4-3x-x^2+z \geq 0$$

$$4 \geq 3x+x^2-z$$

$$\geq -22,5$$

$$\geq -18 \geq -\frac{9}{2}$$

$$4-12 \geq -34,5$$

$$3-x \geq 0$$

$$x \leq 3$$

$$x-6 \geq 0$$

$$x \geq 6$$

$$(x+6)(3-x) = -x^2+18-3x$$

$$\sqrt{x+6} + x = \sqrt{3-x} + 2\sqrt{4-3x-x^2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} = a \\ \sqrt{3-x} = b \end{cases}$$

$$a+x = b+2ab \quad a^2+b^2 = 9$$

$$\textcircled{1} \quad 34 - 36 = \sqrt{400-2z^2} \quad \uparrow \quad 2$$

$$9(4^2 - 2z^2 + 400) = 400 - z^2$$

$$9(4-12)^2 = 400 - z^2$$

$$4 \geq 18 \quad 324 (20-2)(20+2)$$

$$4-12 \geq 6 \quad 94^2 - 2 \cdot 34 \cdot 34 + 34^2 = 400 - z^2$$

$$(4-12)^2 \geq 36 \quad (34-34)^2 \leq 400$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 9 \\ \hline 324 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$z=0$$

$$x^2+3x-18$$

$$y=$$

$$34 \geq 54$$

$$34-34 \geq 20$$

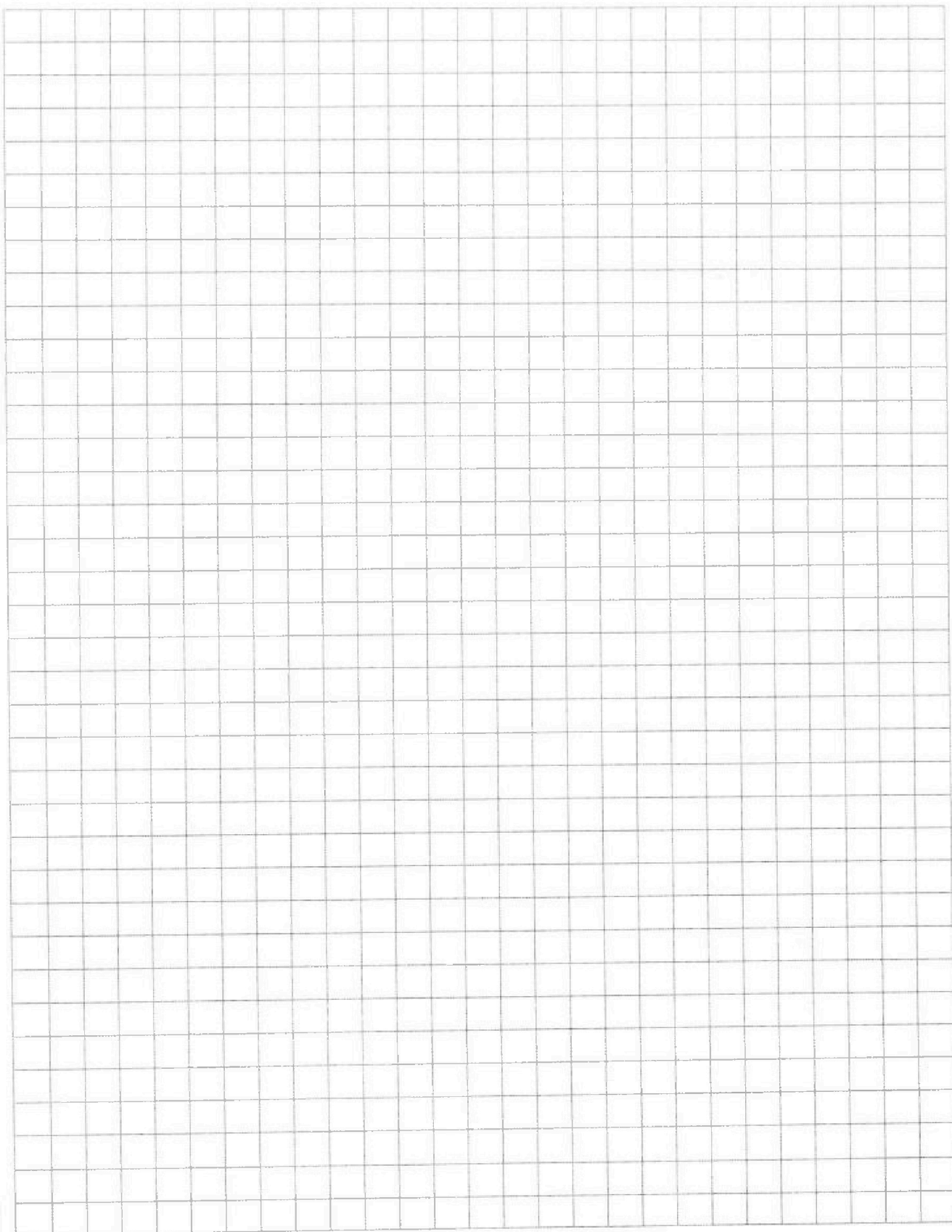


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_{12} = 2 - x$$

$$a_{10} = (2-x) \cdot q^{-2}$$

$$x \neq 2$$

$$a_{12} = (2-x) \cdot q^6 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$a_{12} \cdot a_{10} = \frac{(25x+34)}{(3x+2)} = (2-x)q^4$$

$$q = \sqrt[4]{\frac{(25x+34)}{(3x+2)(2-x)}} \quad x = -\frac{2}{3}$$

$$x \neq 2$$

$$q^2 = \frac{\sqrt{25x+34}}{\sqrt{3x+2}}$$

$$\sqrt{\frac{(25x+34)^2}{(3x+2)^2}} = (2-x)^2 \cdot q^4 \quad q^2 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)(2-x)^2}}$$

$$q^{-2} = (2-x) \sqrt{\frac{3x+2}{25x+34}}$$

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = (2-x)^2 \sqrt{3x+2}$$

$$25x+34 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0 \quad x = +30$$

$$x = -1$$

$$x = -1$$

$$a_{12} = 3$$

$$a_{10} =$$

$$(2-x)|x-2| = |25x+34|$$

$$x \geq 2$$

$$-x^2 + 4x - 4 = 25x + 34$$

$$x^2 + 21x + 38 = 0$$

$$x = -19$$

$$x = -2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\begin{cases} \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \\ \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \\ \cos x = t \quad -1 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

$$p(4t^3 - 3t) + 6(2t^2 - 1) + 3(p+4)t + 10 = 0$$

$$4pt^3 + 12t^2 + 3t \cdot 4 + 4 = 0 \Rightarrow 4pt^3 + 12t^2 + 12t + 4 = 0$$

$$pt^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0 \Rightarrow (p-1)t^3 + t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + (t+1)^3 = 0$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$t^3 + (t+1)^3 = 0 \Rightarrow (2t+1)(t^2 - t + 1) = 0$$

$$t(2+1) = -1 \quad a \neq -1$$

$$t = -\frac{1}{2t+1} \quad -1 \leq -\frac{1}{2t+1} \leq 1$$

$$\frac{1}{2t+1} \leq 1 \Rightarrow \frac{1-a-1}{a+1} \leq 0$$

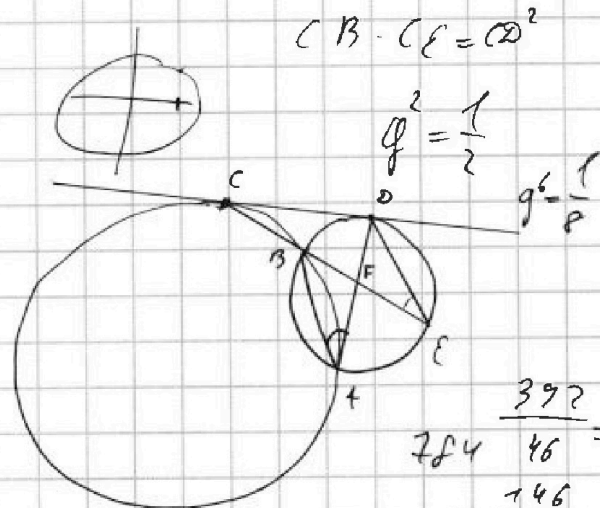
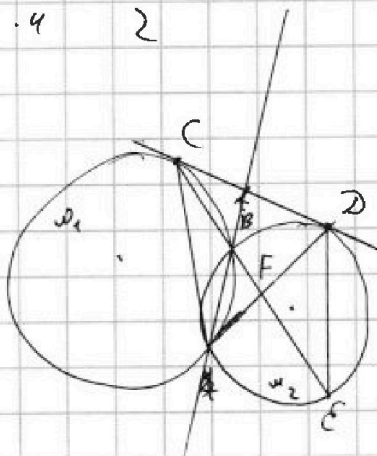
$$\frac{1}{a+1} \geq -1$$

$$\frac{a+2}{a+1} \geq 0$$

$$a \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$$

$$\frac{ab}{16 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

№ 4



$$\frac{392}{784} = \frac{46}{146} = \frac{23}{73}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

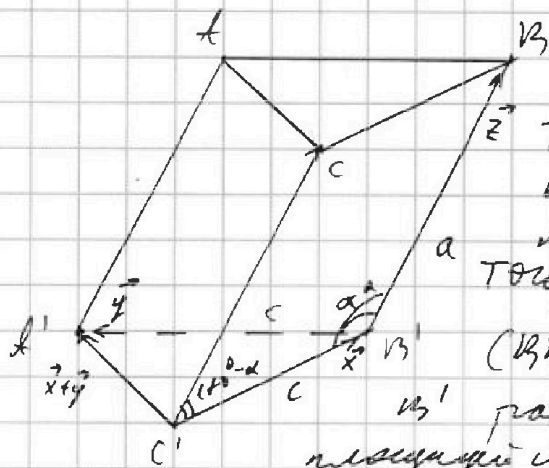


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

У01



$$\text{Пусть } AB = AC = AD = a$$

$$A'C' = C'B' = A'B' = b$$

Тогда найдём две грани, у которых равные площади S , пусть они (ABC) и $(A'B'C')$.

Тогда у параллелограмма

$(A'B'C'D')$ и $(A'B'C')$ — равные

площади и следовательно равны углы α и β между

Пусть выберем

$$C'B' = \vec{x}$$

$$B'A' = \vec{z}$$

$$B'A' = \vec{y}$$

$$C'A' = \vec{x} + \vec{y} \quad x = \frac{b}{2} y \text{ (равностор.)}$$

$$\Rightarrow \vec{z} \cdot \vec{x} = z \cdot x \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = -xz \cos \alpha$$

$$\vec{z} \cdot \vec{y} = z \cdot y \cdot \cos \alpha = xy \cos \alpha$$

$$\Rightarrow (\vec{x} + \vec{y}) \cdot \vec{z} = \vec{x} \cdot \vec{z} + \vec{y} \cdot \vec{z} = -xz \cos \alpha + xy \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow C'A' \perp C'B'$$

$$\Rightarrow S_{A'B'C'} = c \cdot a = 5$$

$$S_{C'A'B'} = c \cdot a \cdot \sin \alpha = 6$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{6}{5} \text{ противоречие}$$

Ответ: плоскость не существует

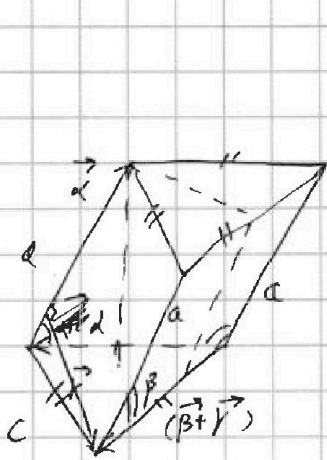


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{бок} = 4 \quad \text{то} \quad \frac{c^2 \sqrt{3}}{4} = 4$$

$$c^2 = \frac{16}{\sqrt{3}} \Rightarrow c = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{2} c \cdot c \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = S_{бок}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \vec{a}$$

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{\varphi}$$

$$\vec{\varphi} \times \vec{a} = \vec{a}$$

$$a \cdot c \sin \alpha = 6 \quad \frac{p \cdot \sin \alpha}{p \cdot \sin \beta} = \frac{6}{5}$$

$$a \cdot c \sin \beta = 5$$

$$a = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$c \cdot a \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \varphi$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = -ac \cos \varphi$$

$$a < b$$

$$b = a + 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 1000$$

$$b = 1000 - a^2 > a$$

$$a^2 + a - 1000 < 0$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{4001}}{2}$$

$$\frac{+ \sqrt{4001}}{2}$$

$$\frac{-1 - \sqrt{4001}}{2}$$

$$p \cdot p \quad p^2 - 1$$

$$a - c = b - c \quad a = b$$

$$b - c = 1 \quad b - a = 1 - p^2$$

$$a - c = p^2 \Rightarrow a - b = p^2 - 1$$

$$a^2 + a - p^2 + 1 = 1000$$

$$b = a - p^2 + 1$$

$$1 - p^2 \div 3$$

$$a = \frac{p^2 - 4}{2} + b$$

$$a^2 + a - p^2 = 999$$

$$a(a+1)$$

$$1 - p^2 \neq 0 \pmod{3}$$

$$p^2 \neq 1 \pmod{3}$$