



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Пусть b - первый член прогрессии, q - знаменатель. Тогда:

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = 6q^3; \quad 2-x = 6q^4; \quad \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = 6q^{17}.$$

Заметим, что ни один из членов прогрессии, данных в задаче,

не может равняться нулю, иначе они все должны были бы равняться нулю (из соот. пр.), ^{десяти}первый член задан $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$

а двенадцатый - при $x=2$. Отсюда можем дать член q^2

на q^2 , т.е.: $q^2 = \frac{6q^4}{6q^3} = \frac{\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$, отсюда $q^2 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{1}{(3x+2)^2}$

(при этом $25x+34 \neq 0$ и $\sqrt{(25x+34)(3x+2)} > 0$). Отсюда $q^2 = \frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}}$,

и при этом $q^2 = \frac{6q^4}{6q^3} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}}$ По сути:

$$\frac{1}{\sqrt{(3x+2)^4}} = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)(3x+2)}} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{2-x}{\sqrt{(25x+34)}} \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 = |25x+34| \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 2x + 38 = 0 \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 30 \\ x = -2 \\ x = -10 \\ (25x+34)(3x+2) > 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -10 \end{cases}$$

Намного заметим, что $x = -2$ возможен в прогрессии с

$b = 64\sqrt{2}; q = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($b_{10} = 8, b_{12} = 4, b_{14} = \frac{1}{2}$) а $x = -10$ - при $b = 21\sqrt{55}$ ($\sqrt{55}$),

$q = \frac{1}{\sqrt{55}}$ ($b_{10} = 21\sqrt{55}, b_{12} = 21, b_{14} = \frac{21}{\sqrt{55}}$) Ответ: $\{-2; -10\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+2} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \end{cases}$$

Заметим, что $|y+2| + |y-18|$ — ^{сумма} расстояний от числа y до чисел -2 и 18 на числ. прямой. Она равна 20 при $y \in [-2; 18]$ и больше 20 при других y , что очев. из числ. прямой. Отсюда левая часть второго равенства равна $(|y+2| + |y-18|) + |y-18|$, т.е. она ≥ 20 , причём равенство достигается лишь при $y = 18$ ($|y-18| = 0$).

При этом $\sqrt{400-z^2} \leq 20$, т.к. $z^2 \geq 0 \Rightarrow 400 - z^2 \leq 400$. Отсюда второе равенство достигается лишь при равенстве обеих частей

20 , т.е. $\begin{cases} y=18 \\ z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=18 \\ z=0 \end{cases}$. Найдем обрезом, система имеет вид:

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} \quad (1) \\ y=18 \\ z=0 \end{cases}$$

$$(1) \quad \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + (\sqrt{x+6})^2 + (\sqrt{3-x})^2 - 2 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x})^2 + (\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - 2 = 0$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1)(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1 = 0 \\ \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2 = 0$$

$$\begin{cases} x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x} \\ x+6 = 3-x+4-4\sqrt{3-x} \\ x \geq -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 = \sqrt{3-x} \\ 1-2x = 4\sqrt{3-x} \\ x \geq -6 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} u^2 + 2u + 1 = 3 - 2 \\ u \geq -1 \\ 4u^2 + 4u + 1 = 4p - 16z \\ -6 \leq u \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2 + 3u - 2 = 0 \\ u \geq -1 \\ 4u^2 + 12u - 47 = 0 \\ -6 \leq u \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ u \geq -1 \\ u = \frac{-12 \pm \sqrt{14}}{8} = \frac{-3 \pm 2\sqrt{4}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{-3 + \sqrt{4}}{2} \\ u = \frac{-3 - \sqrt{4}}{2} \end{cases} \\ -6 \leq u \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \\ u = \frac{-3 + 2\sqrt{4}}{2} \\ y = 18 \\ z = 0 \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right); \left(\frac{-3 - 2\sqrt{4}}{2}; 18; 0 \right) \right\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача - 3

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(p-1) \cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0$$

$$(\cos x + 1)^3 = (\sqrt[3]{1-p} \cos x)^3 \quad \cos x + 1 = \sqrt[3]{1-p} \cos x$$

$$\cos x (\sqrt[3]{1-p} - 1) = 1$$

Чтобы были решения, чтобы. чтобы

$$\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} - 1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{1-p} - 1 \leq -1 \end{cases} \quad (\text{и.к. } -1 \leq \cos x \leq 1)$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{1-p} \geq 2 \\ \sqrt[3]{1-p} \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1-p \geq 8 \\ 1-p \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$$

И.е. решения есть при $\begin{cases} p \leq -7 \\ p \geq 1 \end{cases}$ ~~Одна задача~~. Найдем их:

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1} \quad x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: ~~нет~~ корни есть при $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

$$\text{корни: } \left\{ \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1-p}-1}\right) + 2\pi k \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Заметим, что $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \angle BCD + \angle BDC$ (углы между кас. и хордой) $= \angle DBE$ (внешний к $\triangle BCD$) $= \angle DAE$ (ка охватывается кас. DE). Отсюда AD - бисс. $\angle CAE$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Заметим, что симметрия относительно центра прямоугольника — то же самое, что и симметрия относительно обеих его осей. Отсюда если способ имеет хотя бы две симметрии из 3, то он имеет все 3 симметрии.

Кол-во способов заштриховать клетки с одной из трёх симметрий можно посчитать так: выберем половину клеток ^{симм.} прямоугольника: для осевой симм. — клетки по одну сторону от оси, для центральной — по одну сторону от любой из осей.

Тогда для любой пары из четырёх клеток в выбор области имеется единственный способ получить необходимую симметрию, заштрихив не те клетки в области, требуемую симметрию получить нельзя, т.е. всего способов для одной любой симм. —

$C_{5000}^4 = C_{2500}^4$. При этом, сложив кол-во способов, мы не только раз посчитали некоторые, а клетки — трижды их посчитали, которые имеют все три симметрии (из замечания выше)

Таких способов C_{1500}^2 (заштрихив две клетки в верхней левой четверти прямоугольника, мы однозначно определяем окраску).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Омехода всего способов $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$ (помещали сначала
книжки, а кучки по разу)

Ответ: $3C_{30000}^4 - 2C_{15000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Условие $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое, можем выполняться в нескольких случаях: $|a-c| = |b-c| = p$, тогда из $a < b$

$c-a = b-c = p$; либо же одна из скобок $= \pm 1$, а другая $= \pm p^2$ соотв.

Очевидно, что $b-c \neq 1$ и $a-c \neq -1$, ведь тогда в силу $a < b$ и $a, b \in \mathbb{Z}$ левая часть будет меньше 0. Рассмотрим случаи:

1) $a-c = 1$; $b-c = p^2$. Отсюда $a = c+1$; $b = p^2+c$. Из $b-a \geq 3$

$p^2 - 1 \geq 3 \Rightarrow (p-1)(p+1) \geq 3 \Rightarrow p \geq 3$ (одно число из $p-1, p, p+1 : 3$) \Rightarrow

$\Rightarrow p \neq 3$, т.к. p - простое. Отсюда $a = c+1$; $b = c+9$, и из условия

$(c+1)^2 + c+9 = 1000 \Leftrightarrow (c+1)^2 + (c+1) - 992 = 0 \Leftrightarrow (c+1-31)(c+1+32) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c=30 \\ c=-33 \end{cases}$. Отсюда тройки: $(31; 39; 30)$; $(-32; -24; -33)$.

2) $b-c = -1$; $a-c = -p^2$. Отсюда $a = c-p^2$; $b = c-1$, и $p=3$

по рассуждениям, опис. выше, т.е. $(c-9)^2 + c-1 = 1000$ из условия

получим в последнее. Отсюда $(c-9)^2 + (c-9) - 992 = 0$, т.е.

$\begin{cases} c-9=31 \\ c-9=-32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=40 \\ c=-23 \end{cases}$. Отсюда тройки $(31; 39; 40)$; $(-32; -24; -23)$.

3) $c-a = b-c = p$. Отсюда $a = c-p$, $b = c+p$, и $(c-p)^2 + c+p = 1000$.

Итого:

Ответ: $\{(31; 39; 30); (-32; -24; -33); (31; 39; 40); (-32; -24; -23)\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики:

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)} = 6q$$

$$b_{11} = 2-x = 6q^{11}$$

$$b_{12} = \sqrt{\frac{23x+34}{(3x+2)^3}} = 6q^{17}$$

$$x = -1 \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{3x+2}} = \sqrt{-1} \times$$

$$x = 30 \Rightarrow q = \sqrt[4]{92}$$

$$b_{10} = \sqrt{92 \cdot 784} = 2\sqrt{26} \cdot 28 =$$

$$= 56\sqrt{26}$$

$$b_{12} =$$

$$x = -2 \Rightarrow q = \sqrt[4]{\frac{1}{3x+2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b_{10} = \sqrt{(-16) \cdot (-4)} = 8$$

$$b_{12} = 4$$

$$b_{11} = \sqrt{\frac{-16}{-64}} = \frac{1}{2}$$

$$x = -13 \Rightarrow q = \sqrt[4]{1-55}$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1$$

$$x+6 = 3-x+1+2\sqrt{3-x}$$

$$2x+2 = 2\sqrt{3-x}$$

$$x+1 = \sqrt{3-x} \quad q^{17-9} = q^8 =$$

$$x^2+2x+1 = 3-x$$

$$x^2+3x-2=0$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 2$$

$$D = 9+8 = 17$$

$$-3 \pm \sqrt{17}$$

$$D = \frac{144+10-47}{2}$$

$$= \frac{144+75}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$= \frac{219}{2}$$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$\cos x (2p \cos 2x + p + 3p + 4) + 6 \cos 2x + 10 = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2}$$

$$\begin{cases} y = 18 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} - 1)(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 2)$$

$$\sqrt{x+6} = \sqrt{3-x} + 1 \quad x+6 = \sqrt{3-x} - 2$$

$$b_{12} = 21$$

$$b_{11} = \sqrt{\frac{-104}{-\sqrt{55}^3}} = 21 \frac{21}{\sqrt{55}^3}$$

$$b = 21\sqrt{55} \cdot \sqrt[4]{55}^3$$

$$q = \frac{1}{\sqrt[4]{55}}$$

$$2ab = 2 \cdot 21 \cdot 21$$

$$2ab = a-b+7$$

$$a^2 + b^2 = 9$$

$$(a-b)^2 = 2-(a-b)$$

$$(a-b-1)(a-b+2) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

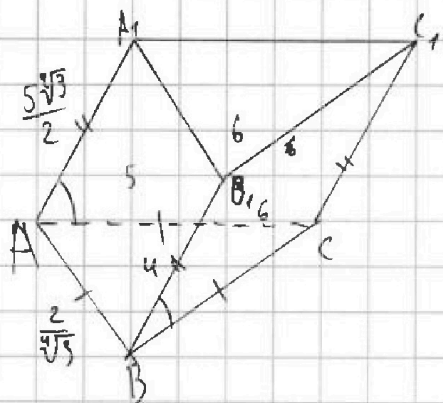
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черч.

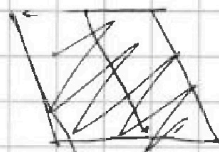
$$\begin{cases} a < b \\ b - a \neq 3 \\ (a-c)(b-c) = \text{квадр. } p \\ a^2 + b = 1000 \end{cases}$$

вариант

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \sqrt{3}a^2 &= 4 \\ u &= 4 \\ a^2 &= \frac{4}{\sqrt{3}} \\ a &= \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\begin{cases} b-c = -1 & (a-c) = -p^2 \\ a-c = 1 & (b-c) = p^2 \end{cases}$$

$$a = c + 1$$

$$b = p^2 + c = c + 9 \quad (p=3)$$

$$(c+1)^2 + c+1 = 992$$

$$t^2 + t - 992 = 0$$

$$(t-31)(t+32) = 0$$

$$\begin{cases} c = 30 & (31, 39, 30) \\ c = -33 & (-32, -24, -33) \end{cases}$$

$$b = c - 1$$

$$a = c - 2 = c - 9$$

$$(c-9)^2 + c-9 = 1008$$

$$\begin{aligned} b &= p+c & b-a &= 2p \\ a &= c-p \end{aligned}$$

$$(c-p)^2 + c+p = 1000$$

$$c^2 - 2cp + p^2 + c + p = 1000$$

$$(c-2p)(c+1) + p(p+3) = 1000$$

$$a = 2p$$

$$b = a + 2p$$

$$a^2 + a + 2p = 1000$$

$$a(a+1) = 1000 - 2p$$

$$2p = 1000 - a(a+1)$$

$$p = 500 - \frac{a(a+1)}{2}$$

4033

$$D = 1 + 992 + 4 = 997$$

$$63^2 = 3969 + 499$$

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{997}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

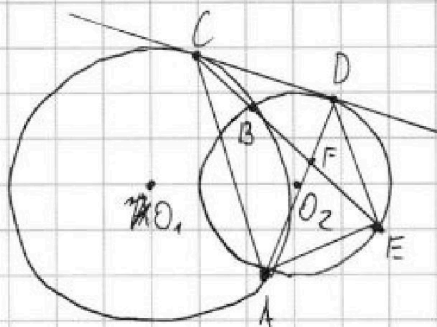
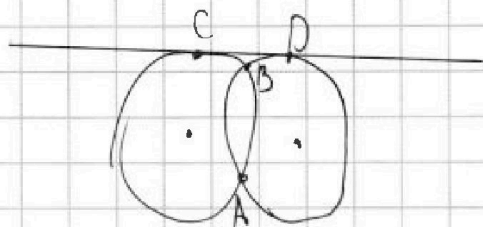
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черн.

$$2C_{500-60}^4 + C_{250-100}^4 - 3C_{250-60}^4 \rightarrow$$

30000 30000



$$\frac{CF}{EF} = \frac{7}{20}$$

$$\overline{CB} = \overline{DE} - \overline{DB}$$

$$\rho(4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha) + 6(2\cos^2 \alpha - 1) + 3\rho \cos \alpha + 10\cos \alpha + 10 = 0$$

$$4\rho \cos^3 \alpha + 12\cos^2 \alpha + 12\cos \alpha + 4 = 0$$

$$\rho \cos^3 \alpha + 3\cos^2 \alpha + 3\cos \alpha + 1 = 0$$

$$(\rho - 1)\cos^3 \alpha + (\cos \alpha + 1)^3 = 0$$

$$(\cos \alpha + 1)^3 = (\sqrt[3]{1-\rho} \cos \alpha)^3$$

$$\cos \alpha + 1 = \sqrt[3]{1-\rho} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha (\sqrt[3]{1-\rho} - 1) = 1 \quad \sqrt[3]{1-\rho} - 1 \geq 1$$

$$\sqrt[3]{1-\rho} - 1 \leq -1$$

$$(c-p)^2 + (c-p) - 992 = 2p + 8$$

$$(c-p-31)(c-p+32) = 2p+8$$

$$c^2 - 2cp + p^2 - 992 = 2p + 8$$

