



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}, \text{ тринадцатый член равен } 5 - x, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{(13x - 35)(x + 1)}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 3} - \sqrt{4 - x - z} + 5 = 2\sqrt{y + x - x^2 + z}, \\ |y + 1| + 3|y - 12| = \sqrt{169 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

пусть  $aq$  - первый член ариф. прогрессии.

$$\text{Тогда } aq^7 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \quad aq^{13} = 5-x \quad \text{и} \quad aq^{15} = \sqrt{(13x-35) \cdot (x+1)^4}$$

$$\text{Значит } \frac{aq^{15}}{aq^7} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)^4}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = (x+1)^2$$

$$\Rightarrow q^8 = (x+1)^2 \Rightarrow q = \sqrt[4]{(x+1)^2}$$

$$\text{Значит, } q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x$$

$$\sqrt[4]{(x+1)^2}^6 \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x$$

$$\sqrt{13x-35} = 5-x.$$

$$\begin{cases} 13x-35 = 25-10x+x^2 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{По т. Виета } x=3 \text{ или } x=20 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow x=3, \text{ т.к. } 20 > 5$$

$$\text{Проверим: } q = \sqrt[4]{2^2}, \text{ а } \sqrt{\frac{39-35}{(4)^3}} = \frac{1}{4}. \quad 5-x = 2 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2^2}^6 = \frac{8}{4}$$

$$\text{Значит, } x=3 \text{ подходит} \quad \sqrt{4 \cdot 4} = 4 = 2 \cdot \sqrt{2^2}$$

Ответ:  $x=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p, \text{ где } t \in [-1; 1], t = \cos x$$

Ⓚ

$$\text{Ⓚ произв.} - 12t^2 + 12t + 3 = 0 \text{ или } 4t^2 + 4t + 3 = 0$$

Тогда  $D = 16 - 16 \cdot 3 < 0 \Rightarrow$  функция растёт при росте  $t$ . Тогда её минимум в  $t = -1$  и max в  $t = 1$ . То есть

$$\begin{aligned} \min f(t) &= -4 + 6 - 3 - 3 = -4 && \text{Значит, где всех} \\ \max f(t) &= 4 + 6 + 3 - 3 = 10. && \text{р от } -4 \text{ до } 10 \\ \text{есть минимум, причём равно одно.} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } p \in [-4; 10]$$

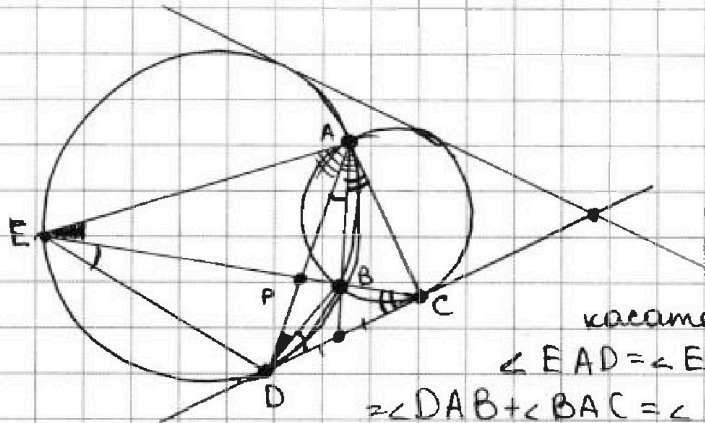


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$P = AD \cap CE$$

$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$\angle ADC = \angle AED$  (угол между хордой и касательной)

$$\angle EAD = \angle EBD = \angle BDC + \angle BCD = \angle DAB + \angle BAC = \angle DAC \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle DAC,$$

так как AP - биссектриса в  $\triangle ADE$ ,  $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{EP}{PC} = \frac{10}{3}$ ,

из подобия:

$$\Rightarrow \frac{CD}{ED} = \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}$$

$$AE = \frac{10}{3} AC, \quad AE \cdot \frac{3}{10} = AC$$

$$AD^2 = \frac{10}{3} AC^2$$

Значит,  $AD^2 = AC \cdot AE = AE^2 \cdot \frac{3}{10}$ , следовательно

$$\left(\frac{AD}{AE}\right)^2 = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

А т.к.  $\frac{CD}{ED} = \frac{AD}{AE}$ ,  $\frac{CD}{ED} = \sqrt{\frac{3}{10}}$

Ответ:  $\frac{CD}{ED} = \sqrt{\frac{3}{10}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

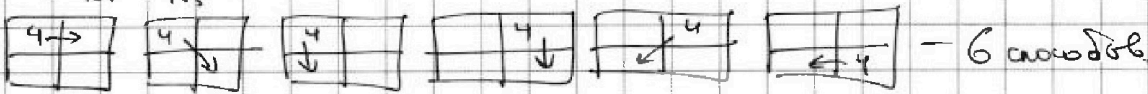
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

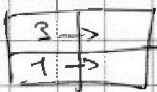
### Задача 5.

Такие восьмерки можно получить 4 способами через отраженные как-то 4 клетки, через отраженные 3 и 1 и через отраженные 2:

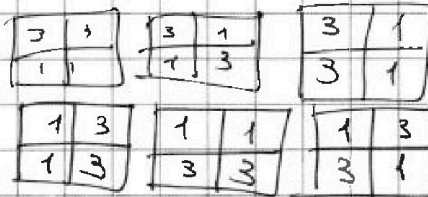
В одном из таких можно выбрать 4 фишки, а затем как-то отразить, это  $6 \cdot C_{1250}^4$  способов:



Затем можно выбрать 3 клетки в одном прямоугольнике и 1 клетку в другом:

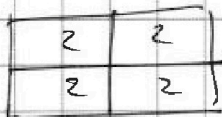


и как-то еще отразить:



То есть  $6 \cdot C_{1250}^3 \cdot C_{1250}^1$

Теперь остались случаи, когда в каждом прямоугольнике  $125 \times 100$  по 2 клетки.



Пусть мы выбрали 2 расположения этих 2 клеток и также смотрим количество способов: как и в случае с 1, тогда всего  $6 \cdot (C_{1250}^2)^2$ , но двойки могут быть выбраны центрально симметрично, как  $\begin{matrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{matrix}$ . Они тоже таких центрально симметричных двоек  $C_{1250}^2$ . Каждая из них почитана в первом случае 6 раз (во всех позициях). То есть всего  $6 \cdot (C_{1250}^2)^2 - 6 \cdot C_{1250}^2 = 6 \cdot (C_{1250}^2) \cdot (C_{1250}^2 - 1)$

Ответ:  $6 \cdot C_{1250}^3 \cdot C_{1250}^1 + 6 \cdot C_{1250}^4 + 6 \cdot C_{1250}^2 (C_{1250}^2 - 1)$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Пусть  $(a-c)(b-c) = p^2$ , где  $p$  — простое число.

Тогда либо  $\begin{cases} (a-c) = 1, (b-c) = p^2 \\ (a-c) = -1, (b-c) = -p^2 \\ (a-c) = p^2, (b-c) = 1 \\ (a-c) = -p^2, (b-c) = -1 \end{cases}$

1) Пусть  $a-c = 1$ , тогда  $c = a-1$ , значит  $b-c = b-a+1 = p^2$ .

Если  $p \neq 3$ , то  $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ , но тогда  $b-a \equiv 0 \pmod{3}$ , это неверно. Значит,  $p = 3$ , но есть  $b-a+1 = 9$ ,  $b = a+8$ .

Тогда  $a + a^2 + 16a + 64 = 560$ ,  $a^2 + 17a - 496 = 0$

По м. Виета  $x_1 \cdot x_2 = -496 = -2 \cdot 248 = -4 \cdot 124 = -8 \cdot 62 = -16 \cdot 31$ .

и  $x_1 + x_2 = -17$ , но среди целых  $x_1$  и  $x_2$  нет подходящих пар.

2) Пусть  $b-c = 1$ , тогда  $a-c = p^2$ , проведем рассуждения, аналогичные п. 1), получаем, что  $a-b+1 = 9 \Rightarrow a = b+8$

Тогда  $b^2 + b + 8 = 560$   
 $b^2 + b - 552 = 0$

$552 = 2 \cdot 276 = 4 \cdot 138 = 8 \cdot 69 = 8 \cdot 23 \cdot 3 = 24 \cdot 23$

$x_1 + x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = -24, x_2 = 23$ .

$x_1 \cdot x_2 = -552$

Тогда  $\begin{cases} b = -24, a = -16 \Rightarrow c = -25 \\ b = 23, a = 31 \Rightarrow c = 22 \end{cases}$  эти две пары подходят

3) Пусть теперь  $b-c = -1$ ,  $a-c = -p^2$

Тогда  $b = c-1$ ,  $a-b-1 = -p^2$ . Аналогично

если  $p \neq 3$ , то  $-p^2 \equiv -1 \pmod{3}$ , но тогда  $(a-b) \equiv 0 \pmod{3}$ .

Тогда  $a-b-1 = -9$ , но есть  $a = b-8$ . Но  $a > b$ , противоречие.

4) Значит,  $b-c = -p^2$  и  $a-c = -1$ , тогда  $c = a+1$

и  $b-a-1 = -p^2$ . Аналогично 3)  $p = 3$ , тогда

$b-a-1 = -9 \Rightarrow 8+b = a \Rightarrow b+8+b^2 = 560$

$\Rightarrow b^2 + b - 552 = 0$ . Мы получили  $b = -24$  и  $b = 23$ ,

тогда  $a = -16$ ,  $c = -15$ , значит  $b-c = -9$   $b = -24$  и  $b = 23$

$a = 31$ ,  $c = 32$   $b = 23$

Ответ: ~~(16, 28, 32)~~  $(-16; -24; -15); (31; 23; 32);$   
~~(16, 24, 25)~~  $(-16; -24; -25); (31; 23; 22)$ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$$

Рассмотрим второе уравнение

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \text{ - обе его части положительны.}$$

Возведём его в квадрат:

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 12 \cdot 2 \cdot 9y + 144 \cdot 9 + 6|y+1| \cdot |y-12| = 169 - z^2$$

$$10y^2 - 70y + 433 + 6|y+1| \cdot |y-12| = 169 - z^2$$

$$10y^2 - 70y + 264 + 6|y+1| \cdot |y-12| = -z^2$$

Часть  $10y^2 - 70y + 264 > 0$ , так как  $D = 4900 - 4 \cdot 2640 = 60$ .  
 $= 4900 - 10560 = -5660$ .  
 но есть

$a > b$ .  $560 = 10 \cdot 56 = 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$ .

$$\begin{array}{r} \times 26 \\ 26 \\ \hline 756 \\ 52 \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 96 \\ 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

529 с отриц.  
ст. уже мало.

$\Rightarrow$  отриц. смысла не им.  $576 = (-24)^2$   
 $\Rightarrow a > b \Rightarrow a \geq -23$ .

1) Если  $a$  - отриц.

$a \neq b \pmod{3}$ .  $(a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow$  либо  $(a-c) = 1$   
 $(b-c) = p^2$

либо  $(a-c) = b-c = p$

$\Rightarrow a = b \Rightarrow$

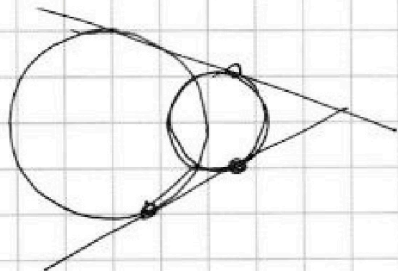
$a^2 + a = 560$ .

$a^2 + a - 560 = 0$ .  $D = 1 + 4 \cdot 560$

$3^2 \cdot 249$ .

$\uparrow$  это не квадрат = X

$$\begin{array}{r} \times 560 \\ 560 \\ \hline 2240 \\ 18 \\ \hline 2241 \\ -44 \\ \hline 2197 \\ -81 \\ \hline 2116 \\ -81 \\ \hline 2035 \\ -81 \\ \hline 1954 \\ -81 \\ \hline 1873 \\ -81 \\ \hline 1792 \\ -81 \\ \hline 1711 \\ -81 \\ \hline 1630 \\ -81 \\ \hline 1549 \\ -81 \\ \hline 1468 \\ -81 \\ \hline 1387 \\ -81 \\ \hline 1306 \\ -81 \\ \hline 1225 \\ -81 \\ \hline 1144 \\ -81 \\ \hline 1063 \\ -81 \\ \hline 982 \\ -81 \\ \hline 901 \\ -81 \\ \hline 820 \\ -81 \\ \hline 739 \\ -81 \\ \hline 658 \\ -81 \\ \hline 577 \\ -81 \\ \hline 496 \\ -81 \\ \hline 415 \\ -81 \\ \hline 334 \\ -81 \\ \hline 253 \\ -81 \\ \hline 172 \\ -81 \\ \hline 91 \\ -81 \\ \hline 10 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ \_ \_  
ИЗ  
\_ \_ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

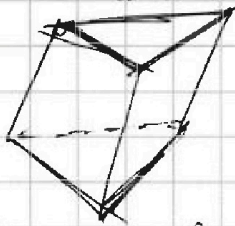
$$\Rightarrow (a-c) \cdot (b-c) = p^2 \Rightarrow b-c = p^2, a=c+1$$

$$\Rightarrow \text{~~(a-c)}~~ \Rightarrow \text{~~a-c=1~~} \Rightarrow c=a-1$$

$$b-a+1 = p^2 \Rightarrow b^2 + b = 559 + p^2$$

$$a + b^2 = 560$$

$$\Rightarrow \text{~~а-б+1=p^2~~ и что что } a-b \not\equiv 3? \\ a \equiv b + 3k?$$



$$4\cos^3 X - 3\cos X + 6\cos^2 X - 3 + 6\cos X = p$$

$$4\cos^3 X + 6\cos^2 X + 3\cos X - 3 = p.$$

Если  $\cos X = 1$ , то  $p = 10$ .

$$1) a-c = p^2 \Rightarrow b-c = 1 \Rightarrow c = b-1.$$

$$\Rightarrow a-b+1 = p^2, a-b \not\equiv 3 \dots u?$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3}, \text{ но тогда } a-b \equiv 0 \pmod{3}.$$

$$\Rightarrow p = 9$$

$$a^2 + 17a - 496 = 0.$$

$$496 = 4 \cdot 124 = 8 \cdot 62 = 16 \cdot 31.$$

$$196 = 8 \cdot 62 = 4 \cdot 124 = 16 \cdot 31.$$



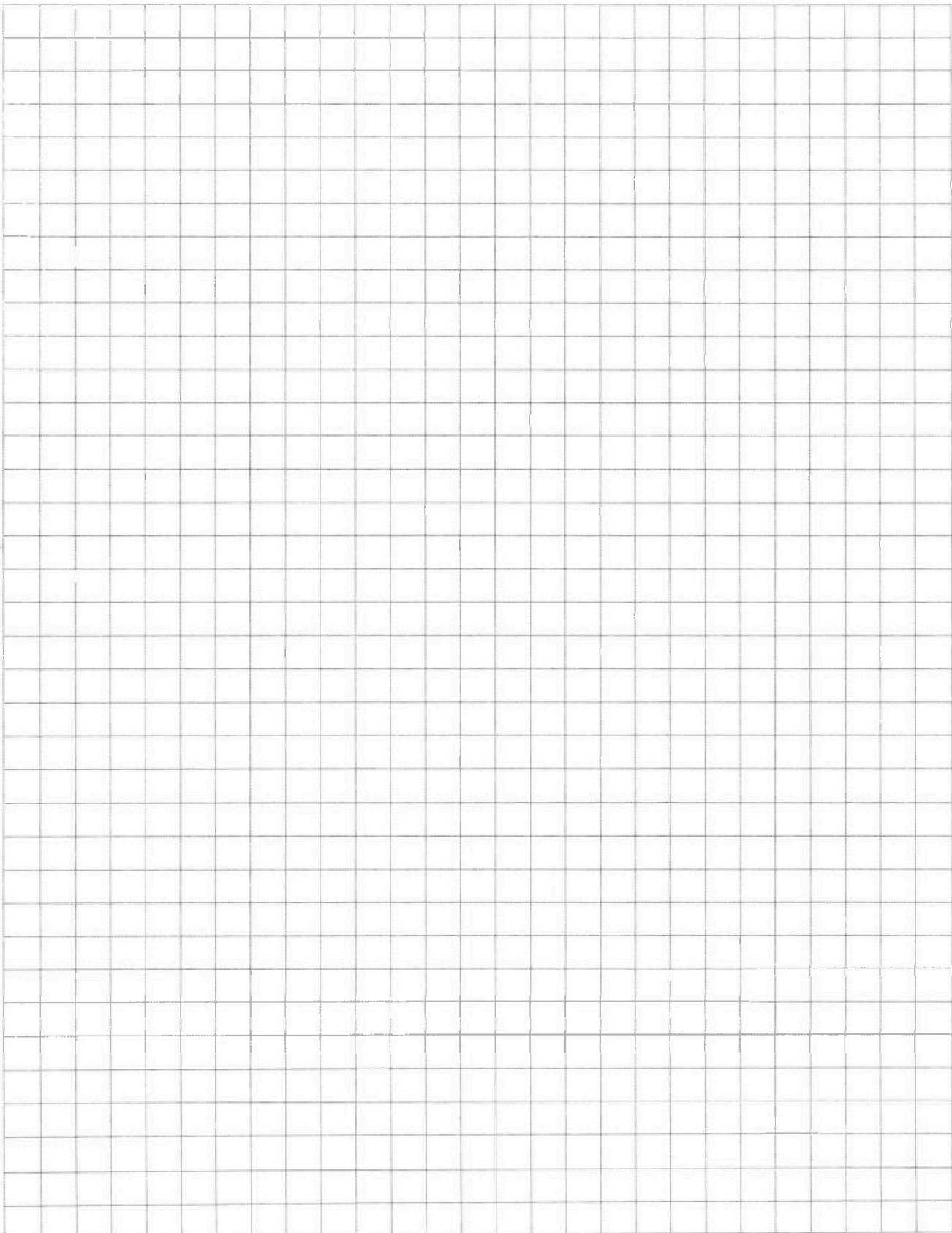


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 12 \cdot 9 \cdot 2 \cdot y + 144 \cdot 9 = 169 - z^2$$

$$10y^2 + 22y - 214y + 1297$$

$$\frac{169}{1.128}$$

100	125	125	100
3		3	
1		1	
100	125	125	100

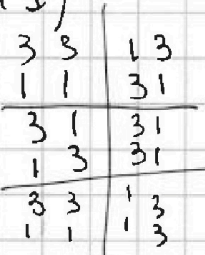
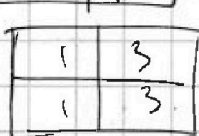
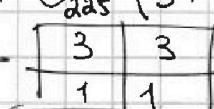
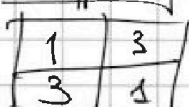
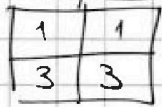
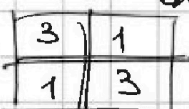
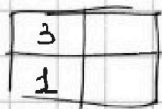
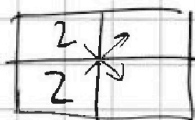
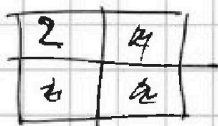
$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 12 \\ \hline 2 \\ 24 \\ \hline 12 \\ 120 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 144 \\ \hline 1296 \end{array}$$

2, 22

$$10y^2 - 214$$

$$6 \cdot C_{12500}^4$$



$$C_{225}^4 \cdot (3 + 2 + 1)$$

$$u/c \text{ ux. } C_{12500}^2$$

$$C_{12500}^1 \cdot C_{12500}^3 \cdot 6$$

$$2 \cdot (C_{12500}^2)^2 + \dots - C_{12500}^2$$

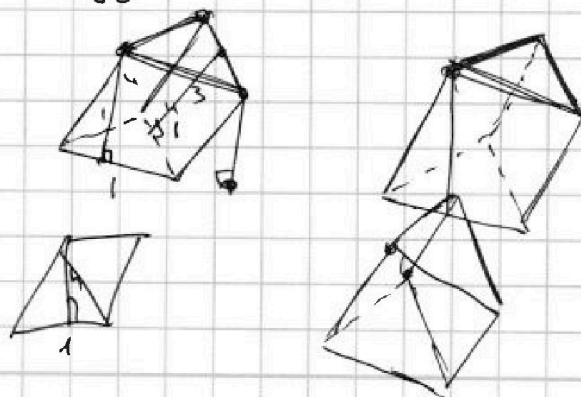
$$6 \cdot C_{12500}^1 \cdot C_{12500}^3 + 6 \cdot C_{12500}^4 + 6 \cdot (C_{12500}^2)^2 - 2 \cdot C_{12500}^2, \text{ но абн. при ч. числ.}$$

a, b, c    u.c. 1

$$a > b$$

$$a \neq b \pmod{3} \quad (a-c)(b-c) - kb - r$$

$$a + b^2 = 560, \quad 80 \cdot 80 = 640, \quad \text{Если } b > 0..$$





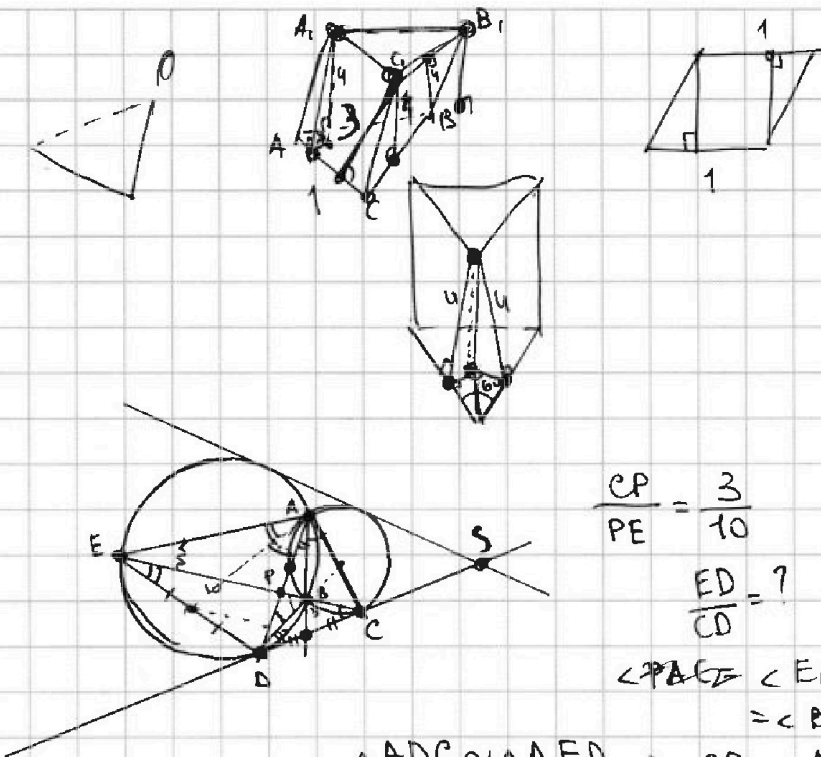


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\angle PAE = \angle EAD = \angle EBD = \angle BDC + \angle BCD$$

$$\triangle ADC \sim \triangle AED \Rightarrow \frac{CD}{ED} = \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{PC}{PE} = \frac{3}{10} \quad AC = \frac{3}{10} AE$$

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - 3 = p$$

no uge  $p=10$  - max.

$$* \quad = 12\cos x \cdot (-\sin x) + 12\cos x \cdot (-\sin x) - 3\sin x =$$

$$-24\sin 2x - 3\sin x = 0. \quad -4\sin 2x - \sin x = 0.$$

$$-8\sin x \cdot \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (8\cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \pm 1.$$

$$\cos x = -\frac{1}{8}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

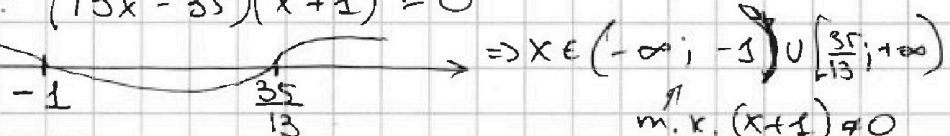
СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$aq$  - первый член.  $a \cdot q^n$  -  $i$ -ый член прогрессии

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a \cdot q^7 \quad 5-x = a \cdot q^{13} \quad \sqrt{(13x-35)(x+1)} = a \cdot q^{15}$$

1) ОДЗ:  $(13x-35)(x+1) \geq 0$



$$q^8 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \sqrt{(x+1)^4} = (x+1)^2 \Rightarrow q^4 = (x+1) \Rightarrow q = \sqrt[4]{x+1}$$

$$q = \sqrt[4]{x+1}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6 = 5-x \quad \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot 4\sqrt{x+1} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot \sqrt[4]{(x+1)^4}$$

$$= \sqrt{13x-35} = 5-x \Rightarrow 13x-35 = 25 - 10x + x^2$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0 \quad 60 + 23 = 83 = X = 20, x = 3.$$

2)  $(5-x) \cdot q^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \quad \checkmark x=3 \Rightarrow x=3$

$$\sqrt{\frac{39-35}{4^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{4 \cdot 4} = 4$$

$$\frac{1}{4} \cdot q^6 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{4^3} = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{64} = 2 \cdot \sqrt{4} = 4 \quad \checkmark$$

Ответ:  $x = 3 \quad \checkmark$  NE

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin 2x = 2\cos^3 x - \cos x -$$

$$2\sin^2 x \cdot \cos x = 2\cos^3 x - \cos x + 2\cos^3 x - 2\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\begin{array}{r} 433 \\ 169 \\ \hline 264 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4\cos^3 X - 3\cos^2 X + 6\cos X - 3 = p$$

$$4\cos^3 X + 6\cos^2 X + 3\cos X - 3 = p.$$

по уг-е

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p, \quad t \in [-1; 1]$$

Решение. Max  $\cos^2 X =$   
но 2.

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \quad x+z \leq 4.$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \quad x \leq -3.$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} + \sqrt{4-x-z} \quad z \in [-13; 13]$$

$$x+3+5+2\sqrt{5(x+3)} = 4y+4x-4x^2+4z+4\sqrt{(y+x-x^2+z)(4-x-z)}$$

$$x+8+2\sqrt{5(x+3)} = 4y-4x^2+3x+3z+4.$$

$$\sqrt{(y+x-x^2+z)(4-x-z)} =$$

$$4y+4x-4x^2+4z - xy - x^2 + x^3 - xz - 4yz - zx + x^2z - z^2 =$$

$$= 4y+4x+4z - xy - yz - 2zx - x^2 - z^2 + x^3 - x^2z.$$

Доказано  $z=0$ ?  $x \geq -3$ .

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \quad \text{обе } > 0.$$

$$x+3+4-x-z+2\sqrt{5}+2ab+2bc+2ac = 4y+4x-4x^2+4z.$$

$$3\sqrt{5}+2(ab+bc+ac) = 4y+4x+5z-4x^2$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

Что мы...

$$5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x-z}$$

$$y^2 + 2y + 1 + 6(y-12)(y+1) = 169 - z^2$$

$$+ 9y^2 - 3 \cdot 12 \cdot 2 \cdot y + 144 \cdot 3$$

$$6 \cdot 12 = 72.$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 144 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$432 + 1 = 433.$$

$$10y^2 - 70y$$

$$\begin{array}{r} -433 \\ -169 \\ \hline 264 \end{array}$$

$$264.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10y^2 - 70y + 264 \geq 0?$$

$$4900 - 40 \cdot 264 = 4900 - 10560 < 0.$$

$$\Rightarrow z = 0.$$

$$\Rightarrow |y+1| + 3|y-12| = 0.$$

$$y \neq -1.$$

$$\Rightarrow y = 12.$$

$$\Rightarrow y = 12 \text{ или } y = -1. \text{ Если } y$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} > 0.$$

$$x+3 - 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = 4 - x - 4x^2 + 4x.$$

$$3 \sqrt{12+x-x^2} = 4 - x - 4x^2 + 4x.$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$x+3 + 4 - x + 25 - 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2} - 10\sqrt{\frac{x+3}{4-x}} + 10\sqrt{x+3} =$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} + \sqrt{4-x}$$

$$x+3 + 25 + 10\sqrt{x+3} = 4 \cdot (12+x-x^2) + 2(4-x) \cdot \sqrt{x+3} + 4-x.$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$$

$$5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} \quad x - 2xy - y = ?$$

$$x+3 + 4 - x + 25 + 10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 48 + 4x - 4x^2 \quad x \in [-3; 4]$$

$$32 + 10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 48 + 4x - 4x^2$$

$$16 + 5\sqrt{x+3} - 5\sqrt{4-x} = 24 + 2x - 2x^2$$

$$5\sqrt{x+3}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x^2+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$$

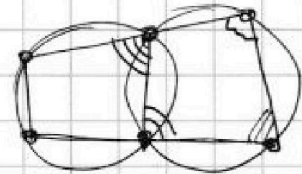
$$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3} + 1)$$

$$\sqrt{x+3} + 1 + \sqrt{4-x} + 4 = 2\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3} + 1)$$

$$\sqrt{4-x} + 4 = (2\sqrt{4-x} - 1)(\sqrt{x+3} + 1)$$

$a - b + 5 = 2ab.$       *но 3.*

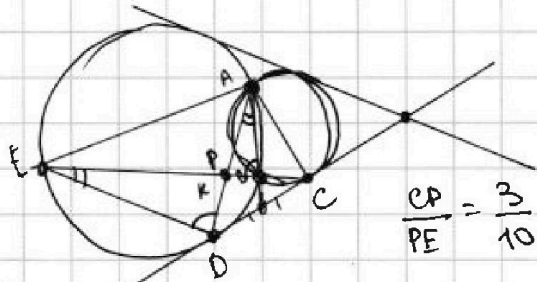
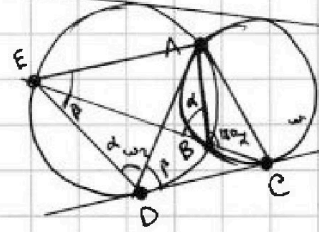
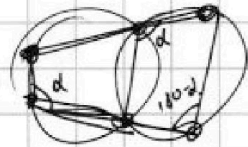
$\cos 3x + 3 \cdot \cos 2x + 6 \cos x = p.$   
 $4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$   
 $4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p.$



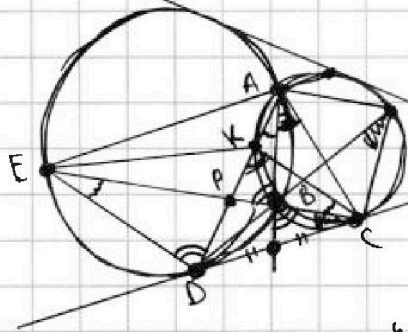
Если  $\cos x \uparrow$ , то  $\cos 3x \uparrow$

*но 4.*

$ED:CD = ?$



$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$



$\frac{ED}{CD} = ?$

$\frac{CP}{PE} = \frac{KP}{PD}$

