



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её четвёртый член равен  $\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}}$ , десятый член равен  $x+4$ , а двенадцатый член равен  $\sqrt{(15x+6)(x-3)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-3z} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+z}, \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $9 : 25$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $150 \times 200$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 820$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 2. Площади её боковых граней равны 5, 5 и 4. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9 = \sqrt{\frac{81}{9}} \cdot \sqrt{9}$$

верно

ответ: -1; 5

$$3 = \sqrt{\frac{-9}{-64}} \cdot 8$$

верно

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g^4 + 7 = \sqrt{15g^4 + 57}$$

$\begin{cases} g^4 + 7 \geq 0 \end{cases}$  - всегда верно

$$\begin{cases} g^8 + 14g^4 + 49 = 15g^4 + 57 \end{cases}$$

$$g^8 - 2g^4 - 2 = 0$$

$-1$  - не может быть

$$g^4 = \begin{cases} 2 \Rightarrow g^4 = 2 & g = \sqrt[4]{2} \Rightarrow x = 2 + 3 = 5 \end{cases}$$

Случай 2.2  $x = -g^4 + 3$

$$(2): -g^4 + 7 = \sqrt{\frac{-15g^4 + 45 + 6}{(-g^4)^3}} \cdot g^6$$

$$-g^4 + 7 = \sqrt{15g^4 - 57}$$

$$\begin{cases} -g^4 + 7 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^8 - 14g^4 + 49 = 15g^4 - 57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^4 \leq 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g^8 - 29g^4 + 100 = 0 \end{cases}$$

$$g^4 = \begin{cases} 4 \Rightarrow x = -4 + 3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25 \Rightarrow x = -25 + 3 = -22 \end{cases}$$

не подходит

Проверка:

$$x = 5 \quad g = \sqrt[4]{2}$$

$$g = \sqrt{\frac{15 \cdot 5 + 6}{2^3}} \cdot 2^{\frac{6}{4}}$$

$$\sqrt{(15 \cdot 5 + 6)(5 - 3)} = (5 + 4) \cdot 2^{\frac{3}{2}}$$

$$x = -1 \quad g = \sqrt[4]{2}$$

$$3 = \sqrt{\frac{-15 + 6}{(-4)^3}} \cdot 2^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{(-15 + 6)(-4)^3} = 3 \cdot 2^{\frac{3}{2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a_i$  -  $i$  член прогрессии

и  $q$  - знаменатель прогрессии

Тогда  $a_{10} = a_4 \cdot q^6$ ;  $a_{12} = a_{10} \cdot q^2$

083

$$(15x+6) \cdot (x-3) \neq 0$$

$$\begin{cases} x+4 = \sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{15x+6}{(x-3)^2} \sqrt{(15x+6)(x-3)} = (x+4) \cdot q^2 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \frac{15x+6}{x-3} \\ \frac{15x}{x-3} \\ \frac{6}{x-3} \\ \frac{15}{5} \\ \frac{3}{1} \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{15x+6}{(x-3)^3}} \cdot q^6 = \frac{\sqrt{(15x+6)(x-3)}}{q^2} \quad | \cdot q^2$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot \left( \sqrt{\frac{1}{(x-3)^4}} \cdot q^8 - 1 \right) = 0$$

$$\sqrt{(15x+6)(x-3)} \cdot \left( \frac{1}{(x-3)^2} \cdot q^8 - 1 \right) = 0$$

случай 1:  $x = -\frac{2}{5}$

Из (1):  $0 = \left(4 - \frac{2}{5}\right) \cdot q^2 \Rightarrow q = 0$  так не бывает

случай 2:  $\frac{1}{(x-3)^2} \cdot q^8 = 1$

$$q^8 = (x-3)^2$$

$$x-3 = \pm q^4 \quad x = \pm q^4 + 3$$

случай 2.1:  $x = q^4 + 3$

$$(2): \quad q^4 + 7 = \sqrt{\frac{15q^4 + 45 + 6}{(q^4)^3}} \cdot q^6$$

$$q^4 + 7 = \sqrt{15q^4 + 51}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда  $y = 35 \quad \sqrt{225 - 2^2} = 15 \Rightarrow z = 0$

(7):  $\sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-0} + 6 = 2\sqrt{35 - 2x - x^2 + 0}$

~~$\sqrt{x+7} + 6 = \sqrt{2(-x^2 - 2x + 35)} + \sqrt{5-x}$~~

~~$x+7 + 36 + 12\sqrt{x+7} = -4x^2 - 8x + 140 + 5-x + 4\sqrt{2x^2 - 2x + 35} + \sqrt{5-x}$~~

~~$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-x}$~~

~~Вывод 1:  $x \geq -1$~~

~~$\sqrt{x+7}$  и  $2\sqrt{-(x+1)^2 + 36}$  — это возрастающая и убывающая функции~~

~~$\sqrt{5-x}$~~

~~Тогда максимум 1 корень~~

Пусть  $t = x+1$

~~$\sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{6-t} - \sqrt{6-t} + \sqrt{6-t}$~~

~~$2\sqrt{t+6} - \sqrt{6-t} + \sqrt{6-t} - \sqrt{t+6} - 6 = 0$~~



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad \cos 3x + 6 \cos x = 3 \cos 2x + p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 = p$$

Пусть  $f(t) = t = \cos x \quad -1 \leq t \leq 1$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

Пусть  $f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$

$$f'(t) = 12t^2 - 12t + 3 = 3(4t^2 - 4t + 1) = 3(2t-1)^2 > 0$$

т.к.  $2t-1 \neq 0$

$f(t)$  - всегда возрастает:

минимум при  $t = -1 \quad f(-1) = -4 - 6 - 3 + 3 = -10$

максимум при  $t = 1 \quad f(1) = 4 - 6 + 3 + 3 = 4$

Тогда  $p \in [-10; 4]$  - при этих  $p$  есть ~~хотя бы~~ хотя бы одно решение.

при  $p = -10; 4$  1 серия решений

при  $p \in (-10; 4)$  2 серии решений

ответ: при  $p = -10, 4$  1 серия решений

при  $p \in (-10; 4)$  2 серии решений



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) Центральная симметрия:  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Можно разбить прямоугольник

на 2 по  $150 \times 100$  поставив закрасить

4 клетки в первом; каждой клетке

в первом можно однозначно сопоставить

клетку во втором что бы сохранилась

симметрия тогда способов  $C_{15000}^4 = 15000 \cdot 14999 \cdot 14998 \cdot 14997$

~~Способ~~

2) Симметрия относительно горизонтальной средней линии: аналогично первому случаю

назовём прямоугольник на

2 по  $75 \times 200$ : (способов:  $C_{15000}^4$ )

3) Симметрия вертикальная средняя линия:

Аналогично 1 и 2 прямоугольники  $150 \times 100$

способов  $C_{15000}^4$

4) 2 симметрии сразу: заметим, что если клетки симметричны по каким-то двум способам, то они симметричны и третьим.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Газовый прямоугольник на 4  
по  $75 \times 100$  чтобы выполнялись 3  
симметрии каждой точкой клетки в  
первоначальном прямоугольнике должны соответствовать 3 клетки в зехнпрямоугольнике  
как (соответствие однозначные) Тогда  
Есть способов  $C_{7500}^2$

При 1, 2, 3 симметрии мы посчитали  
каждую симметрию по 2 раза Тогда  
Итого способов

$$3 \cdot C_{75000}^1 - 5 \cdot C_{75000}^2$$

$$\text{ответ: } 3 \cdot C_{75000}^1 - 5 \cdot C_{75000}^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a, b$  т.к.  $\text{mod } 3$ :  $x \ x^2$   $p$ -простое число

	0	1	2		(1) $a \neq b$
	0	1	1	$1 \equiv 8 \pmod{20}$	(2) $a - b \not\equiv 3$
	1	1	2	$8 \equiv 8 \pmod{20}$	(3) $(a-c)(b-c) = p^2$
(4):	$(\text{mod } 3) \ a + b \equiv 1 \pmod{3}$				(4) $a^2 + b^2 = 820$

Случай 1:  $a \equiv 0 \pmod{3}$  тогда  $b \equiv 1 \pmod{3}$

(3):  $(a-c)(b-c) \equiv -c(1-c) = c^2 - c \equiv c - c = 0$

Тогда  $p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p = 3 \quad (a-c)(b-c) = 9$

Рассмотрим случаи:

$a-c \quad b-c$

1      9       $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=9 \end{cases} \Rightarrow b-a=8$  но  $a \neq b$  из (1)

3      3       $\begin{cases} a-c=3 \\ b-c=3 \end{cases} \Rightarrow b-a=0$  но  $a \neq b$

9      1       $\begin{cases} a-c=9 \\ b-c=1 \end{cases} \Rightarrow b-a=-8 \quad a = b+8$

-1      -9       $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-9 \end{cases} \Rightarrow b-a=-8 \quad a = b+8$

-3      -3       $\begin{cases} a-c=-3 \\ b-c=-3 \end{cases} \Rightarrow b-a=0$  но  $a \neq b$

-9      -1       $\begin{cases} a-c=-9 \\ b-c=-1 \end{cases} \Rightarrow b-a=8 \quad b = a+8$  но  $a \neq b$

Случай 2:  $a \equiv 1 \pmod{3}$  тогда  $b \equiv 0 \pmod{3}$

Этот случай аналогичен 1 если поменять местами  $a$  и  $b$  Итого случай тогда  $a = b+8$

Случай 3  $a \equiv 2 \pmod{3}$  тогда  $b \equiv 2 \pmod{3}$  но из (2)  $a - b \not\equiv 3$  !!

Противоречие.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Итого всех случаев:  $a = b + 8$

при  $b > 0$  ~~если  $b$~~

при  $0 < b < 28$   $a + b^2 \leq 8 + 27 + 27^2 = 225 + 35 < 820$

$b = 28$   ~~$28 + 8 + 9$~~   $28 + 8 + 28^2 = 284 + 36 = 820$

подходит ~~нет~~

при  $b \geq 29$   $a + b^2 \geq 29 + 8 + 841 \geq 870$

при  $-28 \leq b \leq 0$   $a + b^2 \leq -28 + 8 + 284 < 820$

при  $b = -29$   $-29 + 8 + 841 = 820$

подходит

при  $b \leq -30$   $a + b^2 > -30 + 8 + 900 > 870$

Итого  $(a, b) = (36, 28); (-29, -29)$

(3): случай 1:  $(36 - c)(28 - c) = 9$

$$c^2 - 64c + 36 \cdot 28 - 9 = 0$$

$$c^2 - 64c + 999 = 0$$

$$c = \begin{cases} 37 \\ 27 \end{cases}$$

случай 2:  $(-27 - c)(-29 - c) = 9$   $(c + 27)(c + 29) = 9$

$$c^2 + 56c + 609 = 0$$

$$c = \begin{cases} 27 \\ 27 \end{cases}$$

Проверка не нужна т.к. мы уже все уловили

ответ:  $(36, 28, 27); (36, 28, 37); (-27, -29, 27); (-27, -29, 29)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



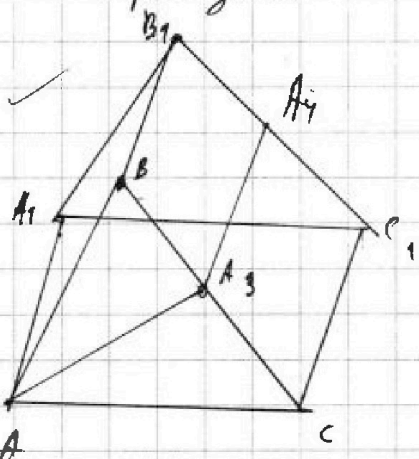
- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть призма

$ABC A_1 B_1 C_1$



$$S_{A_1 B_1 C_1} = 4$$

$$S_{A_1 C_1 C A} = 4$$

$$S_{B_1 C_1 C B} = 5$$

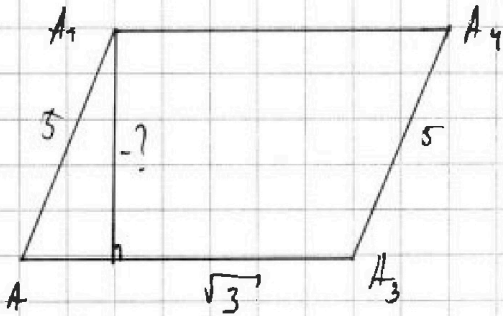
$AA_3$  медиана в  $ABC$

$$S_{BCC_1 B_1} = 5 = BC \cdot A_3 A_4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$A_3 A_4 = 5$$

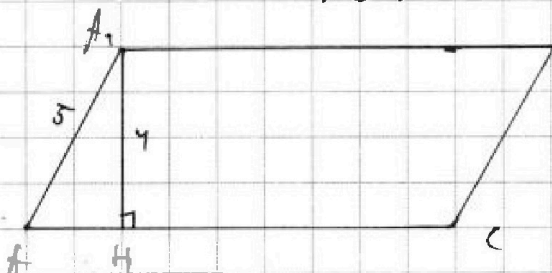
По формуле ~~медианы~~ высоты

$$\text{в } \triangle ABC \quad AA_3 = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$



Призма симметрична относительно

$AA_3$  т.к.  $S_{ABB_1 A_1} = S_{ACC_1 A_1}$



$$A_1 H = \frac{2S}{AC} = 4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+7} - \sqrt{5-x-37} + 6 = 2\sqrt{y-2x-x^2+7} & (1) \\ |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} & (2) \end{cases}$$

$$(2): (y-20)^2 + 4(y-35)^2 + 4|y-20||y-35| = 225 - z^2$$

$$y^2 - 40y + 400 + 4y^2 - 280y + 55^2 + 4|y-20||y-35| = 225 - z^2$$

$$5y^2 - 320y + 1400 + 4|y-20||y-35| = -z^2$$

(левая часть)

(2): случай 1.  $y < 20$

$$-y + 20 - 2y + 20 = -3y + 40$$

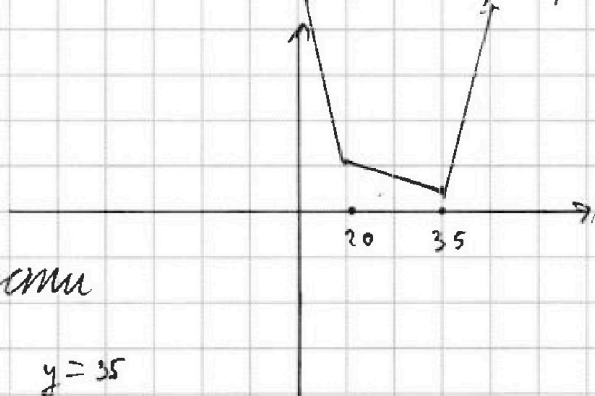
случай 2:  $20 \leq y < 35$

$$y - 20 - 2y + 20 = -y$$

случай 3.  $35 \leq y$

$$3y - 90$$

Схематичный график:



Минимум левой части

достигается при  $y = 35$

$$\text{Тогда (2): } 15 + 2 \cdot 0 \leq |y-20| + 2|y-35| = \sqrt{225-z^2} \quad \sqrt{225} = 15$$

т.к.  $z^2 \geq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-x}$$

$$\begin{aligned} -(x+1)^2 + 36 &\geq 0 \\ 36 &\geq (x+1)^2 \\ -6 &\leq x+1 \leq 6 \\ -7 &\leq x \leq 5 \end{aligned}$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

$$-70 \leq p \leq 70 \quad -7 \leq x \leq 5$$

$$1053x + 6 \cos x - 3 \cos 2x = p$$

$$4t^2 - 4t + 1 \quad (2t-1)(2t+1) \quad -7 \leq x \leq 5$$

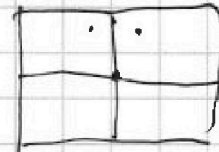
$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = 3t(-2t+1) + 4t^3 + 3$$

$$0 < 4t^3 + 6 = 0 < 4t^3 + 6 + 6 < 12$$

$$2t^2(2t-3) + 1,5(2t-3) + 4,5 + 3$$

$$6 < 4t^3 \quad 6 < 4t^3$$

$$(2t-3)(2t^2+7,5) = p \approx 7,5$$

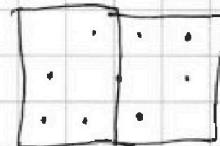
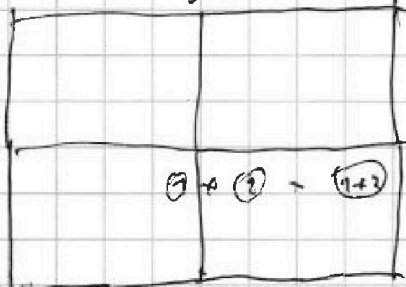


$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 6 \cos^2 x - 3 + p$$

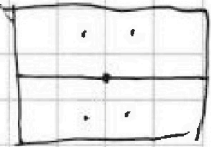
$$4 \cos^3 x - 6 \cos^3 x + 3 \cos x + 3 = 0$$

$$4x^2 + 70x + 36 - 70 \cdot 5 + 72\sqrt{x+7} = 4\sqrt{17}$$

15x20  
3x7



$$\frac{15 \cdot 3 - 2 \cdot 2 \cdot 4}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5} = 4!$$

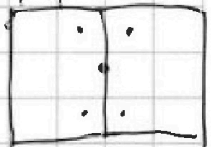


$$150 \cdot 200 + (150 \cdot 200 - 2)$$



$$4: \sqrt{17} + 6 = 2\sqrt{21} + 1$$

$$\sqrt{13} + 5 = 2\sqrt{27}$$



$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-x}$$

$$1: 3 \times 6 = 2\sqrt{36-9} + \sqrt{3}$$

$$9 = 6\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$9 = 2\sqrt{3}$$

$$7,7$$

$$3: \sqrt{20} + 6 = 2\sqrt{20} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{10} + 6 = 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$7,9 \quad 1,7$$

$$2 < x < 4$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x \geq -7 \\ x + 3 \leq 5 \\ (x+1)^2 \leq y + z + 1 \\ -15 \leq z \leq 15 \end{cases}$$

$$-7 + 3 \leq 5$$

$$x \leq 2$$

$$z \leq 5$$

$$x \leq 2$$

$$x \leq 2$$

$$-x \leq 2$$

$$-15 \leq z \leq 15$$

$$y \geq -5$$

$$0 \leq y - 15 \leq 1 \quad 0 \leq y + 4 \leq 1$$

$$y \geq 24$$

$$y \leq -8$$

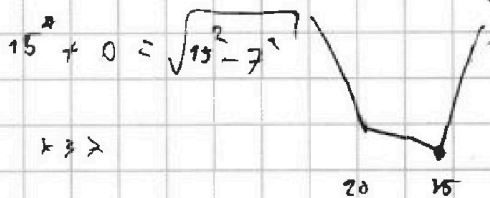
$$\sqrt{x+7} + 6 = 2\sqrt{y - (x+1)^2 + 1 + z} + \sqrt{5 - x - 3z}$$

$$|y - 20 + 2|z - 35| = \sqrt{25 - z^2}$$

$$\begin{cases} y \geq 35 \\ 3y - 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 \leq y \leq 35 \\ y - 20 - 2|z - 35| \\ -y + 50 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5 \leq y \leq 20 \\ -3y + 90 \end{cases}$$



$$x > 3$$

$$36$$

$$\sqrt{-2x - 1 + 36}$$

$$\begin{cases} 5 - x \geq 0 \\ x \leq 5 \\ -2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$x \leq -7$$

$$\sqrt{6} = 6 \quad 6$$

$$5 \leq x$$

$$0 + 6 = 6 + 0$$

$$\sqrt{36} + 6 \geq 6 \geq 0$$

$$3: \sqrt{70} + 6 = 2\sqrt{20} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{70} + 6 = 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$4: \sqrt{15} + 6 \geq 2\sqrt{77} + 1$$

$$1: 2\sqrt{2} + 6 = 2\sqrt{32} + 4$$

$$2\sqrt{2} + 6 = 8\sqrt{2} + 4$$

$$2 = 6\sqrt{2}$$

$$0: \sqrt{2} + 6 = 2\sqrt{35} + \sqrt{3}$$

$$5: 2\sqrt{3} + 6 = 2 \cdot 0 + 0$$

$$-1: \sqrt{6} + 6 = 12 + \sqrt{6}$$

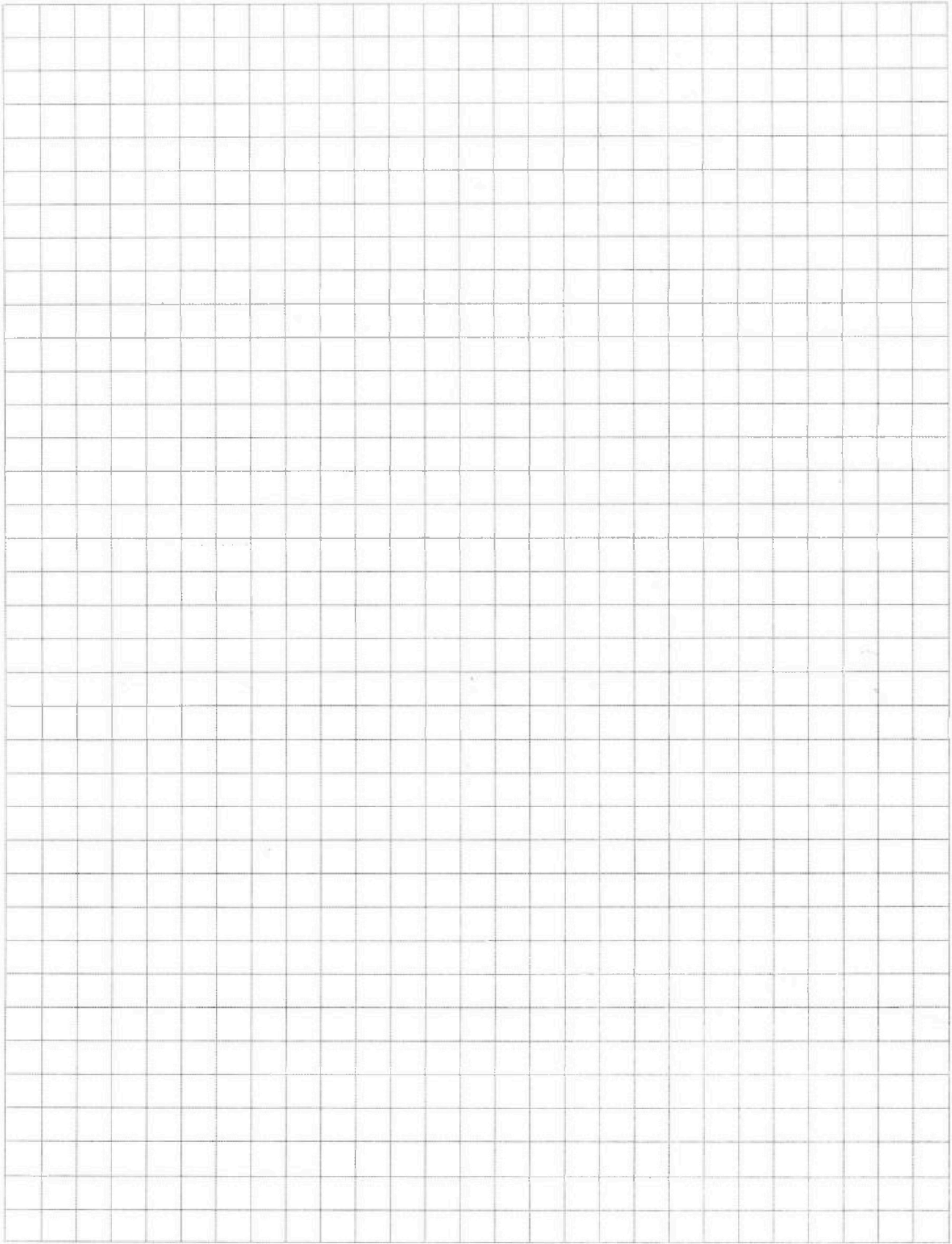


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



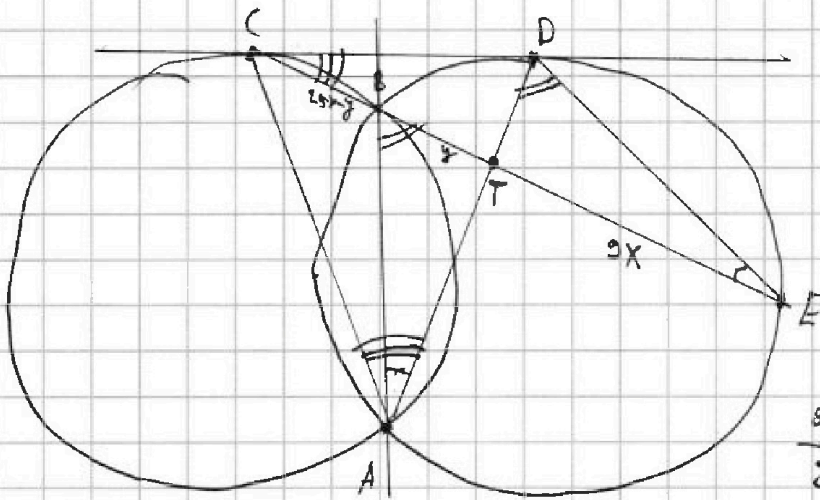


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CT}{TE} = \frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{25x \cdot TE}{2 \cdot BT} = \frac{DT}{AT} = \frac{3x}{y}$$

$$(10)^2 = (25x - y)(34x)$$



$$a > b$$

$$a \neq \frac{b}{3}$$



$$(a-c)(b-c) = p^2$$

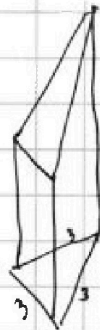
$$a + b^2 = 820$$



$$-29 \leq b \leq 29$$

$$a + b \equiv 1 \pmod{5}$$

$$a - b \equiv 0 \pmod{5}$$



$$\begin{matrix} 3: & x & x^2 \\ & 0 & 0 \\ & 1 & 1 \\ & 2 & 2 \end{matrix}$$

$$b \equiv 0 \pmod{5}$$

$$a \equiv 1 \pmod{5}$$

$$b \equiv 1 \pmod{5}$$

$$a \equiv 0 \pmod{5}$$

$$b \equiv 2 \pmod{5}$$

$$a \equiv 2 \pmod{5}$$

$$1, 0, 1, 0 : (b-c) - c \equiv$$

$$p \equiv 0$$

$$p = 3$$

$$-a + c^2 \equiv$$

$$c^2 - c \equiv p^2$$

$$0$$

$$b := -29$$

$$841 - 21 = 820$$



$\begin{array}{r} 28^2 + 367 \\ \approx 284 + 36 = 820 \end{array}$	$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$	$\begin{array}{r} 36 \\ \times 28 \\ \hline 288 \\ 22 \\ \hline 1008 \\ 29 \\ \times 29 \\ \hline 261 \\ 58 \\ \hline 847 \\ 4 \\ \times 27 \\ \hline 189 \\ 54 \\ \hline 729 \end{array}$
---	--	--





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проясняется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q_4 = \sqrt{\frac{25x+6}{(x-3)^3}}$$

$$q_{10} = x+4$$

$$q_{12} = \sqrt{(15x+6)(x-3)}$$

$$q_{10} = q_4 \cdot q^6$$

$$x+4 = \frac{\sqrt{15x+6}}{x-3}$$

$$q_{12} = q_{10} \cdot q^2$$

$$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$$

$$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x =$$

$$= \cos x (\cos 2x - \sin x \cdot 2 \cdot \sin x) = \cos x (2\cos^2 x - 1 - 2(1 - \cos^2 x)) =$$

$$= \cos x (2\cos^2 x - 1 - 2 + 2\cos^2 x) = \cos x (4\cos^2 x - 3) = \cos x (2\cos^2 x - 1) = \cos 2x$$

$$CT = 8x \quad T = 25x$$

$$\pm q^4 = \frac{1}{2}x - 3$$

$$x = \pm q^4 + 6$$

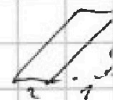
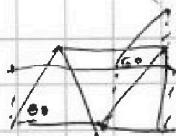
-1

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 = p$$

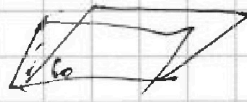
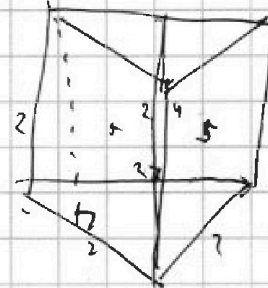
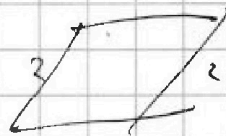
$$f(t) = 4t^3 - 6t^2 + 3t + 3$$

$$4t^2 - 4t + 1$$

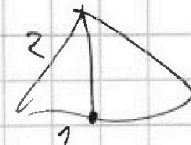
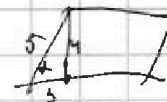
$$(2t-1)^2 > 0$$



$$d = a \sin \frac{\pi}{5}$$



$$\begin{array}{r} 29 \\ \sqrt{21} \\ \hline 29 \\ 69 \\ \hline 609 \\ 203 \cdot 3 \\ 29 \cdot 2 \cdot 3 \\ 29 \cdot 21 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cos^2 x - 3 \cos x + 6 \cos x = 3(2 \cos^2 x - 1) + p \quad 3 \text{ п.к.}$$

$$4 \cos^3 x - 6 \cos^2 x + 3 \cos x + 3 - p = 0 \quad x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$4t^3 - 6t^2 + 3t + 3 - p = 0 \quad f(x) = 2\sqrt{-(x+1)^2 + 36} + \sqrt{5-t} - \sqrt{4x^2-6}$$

$$15y^4 + 57$$

$$x+1=t$$

$$\sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{36-t^2} + \sqrt{6-t}$$

$$\cos 3x + 6 \cos x - 6 \cos^2 x + 3 - p = 0 \quad \sqrt{t+6} + 6 = 2\sqrt{36-t^2} + \sqrt{6-t}$$

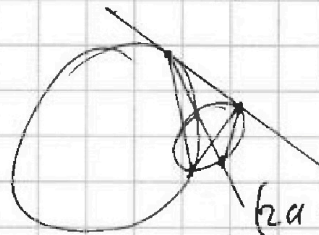
$$(15 - 7)(15 + 7) \begin{array}{r} \times 35 \\ \hline + 175 \\ \hline 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$(x^2 - 1) \rightarrow$$

$$(x^2 + 1) \rightarrow 1 + y^2 = 7$$

$$2ab + b - a - 6 \geq 0$$

$$b(2a+1)$$



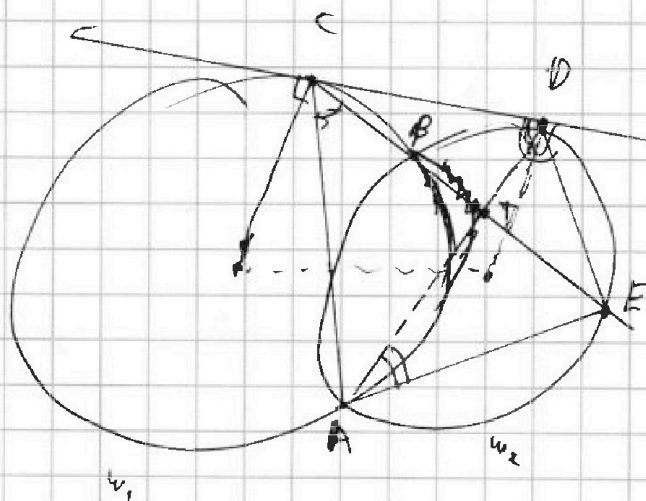
$$t \in [-6; 6]$$

$$(2a+1)(b - \frac{3}{2})$$

$$2ab + b - a + \frac{1-b}{2} \geq 0 \rightarrow$$

$$= -\frac{1}{2} - b$$

$$(2a+1)(b - \frac{1}{2}) \geq -\frac{12}{2}$$



$$\frac{CT}{ET} = \frac{9}{25}$$

$$(2a+b+1)(b+1)$$

$$2ab + b^2 \quad t := t+6$$

$$2\sqrt{t+12} \cdot \sqrt{t+6} + \sqrt{t+6} - \sqrt{4t^2-6} \geq 0$$

$$2ab + a - b - 6 \geq 0$$

$$29(2(ab-6) + a - b) \geq 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

