



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



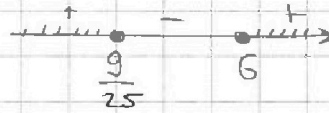
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи №1. ОДЗ

$$\begin{cases} X_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = X_1 \cdot q^6 \\ X_9 = x+3 = X_1 \cdot q^8 \\ X_{15} = \sqrt{\frac{(25x-9)^7}{(x-6)^3}} = X_1 \cdot q^{14} \end{cases}$$



$$x \in (-\infty, \frac{9}{25}] \cup [6, +\infty)$$

$$X_7 \cdot X_{15} = \frac{25x-9}{x-6} > 0 \text{ по ОДЗ}$$

$$X_7 \cdot X_{15} = X_1^2 \cdot q^{10} = X_{11}^2$$

$$X_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} \quad \text{или} \quad X_{11} = -\sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

Значит
 $9-25x > 0$
 $x < \frac{9}{25}$

$$X_{11} = X_1 \cdot q^{10}$$

$$X_7 \cdot X_{11} = 9-25x = X_9^2$$

$$X_7 \cdot X_{11} = X_1^2 \cdot q^{16} = X_9^2$$

продолжиме
случай на
след стр

$$X_7 \cdot X_{11} = 25x-9$$

$$\begin{cases} X_9 = \sqrt{25x-9} \\ X_9 = -\sqrt{25x-9} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 25x-9 > 0 \\ 25x > 9 \\ x > \frac{9}{25} \end{aligned}$$

При этом в условии сказано, что $X_9 = x+3$

$$1) \quad x+3 = \sqrt{25x-9} \quad x+3 > 0$$

$$x^2+6x+9 = 25x-9 \quad x > -3$$

$$x^2-19x+18=0$$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=18 \end{cases} \text{ не подходит по ОДЗ}$$

$$2) \quad x+3 = -\sqrt{25x-9} \quad x < -3$$

$$x^2+6x+9 = 25x-9$$

$$x^2-19x+18=0$$

те же корни

не подходит

корень $x=1$, но
подходит $x=18$

предать на след стр.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решите ~~задачу~~ №1
продолжите второго случая

$$9 - 25x > 0$$

$$x < \frac{9}{25}$$

$$Xg = \sqrt{9 - 25x}$$

$$(x+3)^2 = 9 - 25x$$

$$x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -31 \end{cases} \text{ переходим по ОДЗ}$$

Ответ : -31; 0; 18

~~при $x = 0$~~

$$x_1 = \sqrt{54}$$

$$x_2 = 3$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{-9}}{-216} = \frac{3}{6\sqrt{6}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{54} \cdot 3}{3} = \frac{3\sqrt{54}}{3} = \sqrt{54}$$

$$\frac{6\sqrt{54}}{5} = \frac{2\sqrt{54}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{54}}{2\sqrt{54}} = \frac{2\sqrt{54}}{2\sqrt{54}}$$

$$\frac{2\sqrt{54}}{2\sqrt{54}} = \frac{2\sqrt{54}}{2\sqrt{54}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{54}} = \frac{1}{2\sqrt{6} \cdot 3}$$

$$\left(\frac{x_1}{x_2} \right)^3 = \left(\frac{x_{15}}{x_{10}} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Печата QR-кода недопустима!

Решение задачи № 3.

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \quad ; \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3p \cos x + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x + \cancel{3p \cos x} - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad | : 4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

если $p=0$, то ур-ние примет вид:

$$3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

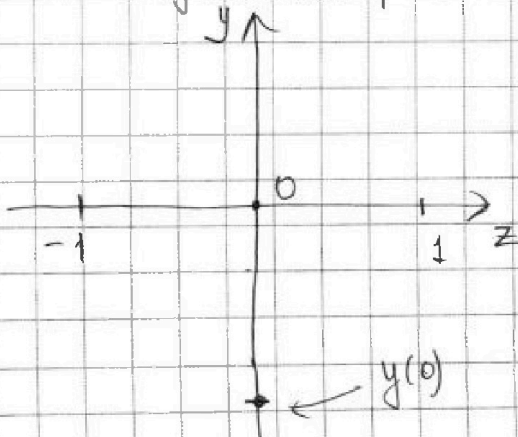
$D = 9 - 4 \cdot 3 < 0$, $a = 3 > 0$, сл-но корней нет
при $p=0$ - корней нет

$$pz^3 - 3z^2 + 3z - 1 = 0$$

Заменим $\cos x = z$ и получим $py^3 - 3y^2 + 3y - 1 = 0$

Мы получили кусочек функции третьей степени, значение может принимать только при $z \in [-1; 1]$ функции: $py^3 - 3y^2 + 3y - 1 = 0$

Известно, что при $z=0$ значение выражения равно -1



Уравнение не может иметь больше 3 корней

$$y(1) = p - 3 + 3 - 1 = p - 1$$

$$y(-1) = -p - 3 - 3 - 1 = -p - 7$$

еще продолжим на след стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи №3.

$$y(-1) < 0$$

$$-p-7 < 0$$

$$p > -7$$

$$y(-1) > 0$$

$$p > -7$$

$$y(1) < 0$$

$$p-1 < 0$$

$$p > -1$$

$$y(1) > 0$$

$$p < -1$$



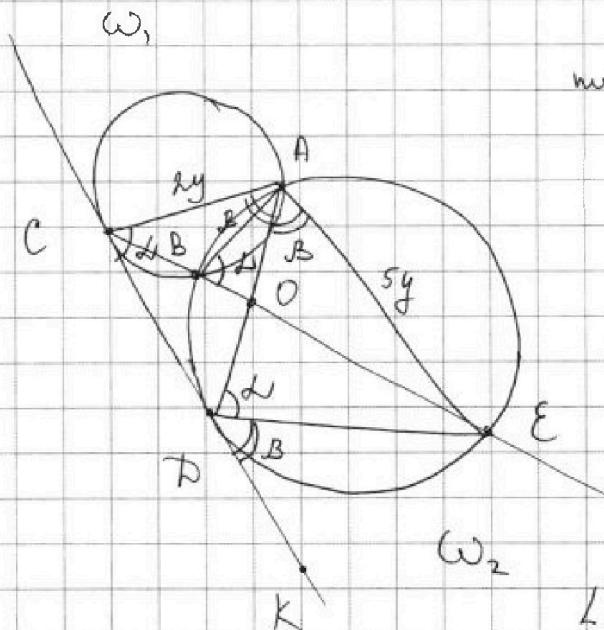
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение задачи № 4



Пусть $\angle ADE = \alpha$,
то $\angle ABE = \alpha$, так
вписанный, опирающийся
на ту же дугу.

Тогда $\angle CBA = 180 - \angle ABE =$
 $= 180 - \alpha$,
 $\angle CA = 360 - 2\alpha$, от-по
 $\angle AC = 2\alpha$ и
 $\angle ACD = \alpha$

Пусть $\angle EDK = \beta$, тогда
 $\angle DAE = \beta$, так вписанный,
который опирается на ту
же дугу.

$\angle ADK = \alpha + \beta$, $\angle DCA = \alpha$, а т.к. ~~$\angle DAE$~~
то $\angle CAD = \beta$, от-по AO -ди-са в $\triangle ACE$, а т.к.
по условию $CO : OE = 2 : 5$, то по св-ву ди-се

$AC : AE = 2 : 5$, тогда пусть $AC = 2y$, а $AE = 5y$.

К тому же заметим, что $\triangle DCA \sim \triangle EDA$
(по двум углам)

От-по $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}$, но есть

$\angle DCA = \angle ADE$ и
 $\angle CAD = \angle DAE$

$$AD^2 = AE \cdot AC = 10y^2$$

$$AD = y\sqrt{10}$$

А еще из подобия известно, что $\frac{ED}{AD} = \frac{AE}{AD} = \frac{5y}{y\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$ED = AD = \sqrt{10} : 2$ Ответ $\frac{\sqrt{10}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

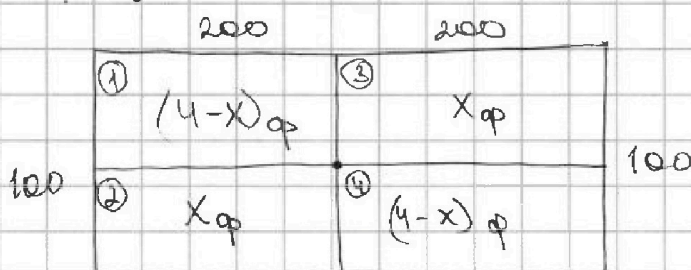
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5



Центр прямоугольника
Это точка пересечения
средних линий

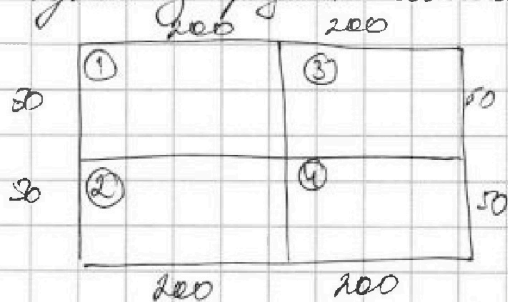
1) если получается центральная симметрия, то это значит, что в части (3) получается отзеркаленный участок (2), а в части (1) - участок (4)

Это значит, что мы считаем количество способов разместить 4 фишки на двух частях, т.к. $(1+2 = 3+4)$ и $(1=4)$ и $(3=2)$

Количество способов разместить 4 фишки на прямоугольнике 100 на 200 равно:

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

2) если получается симметрия относительно одной из средних линий, то



количество способов разместить 4 фишки в прямоугольнике 200 на 100 или 50 на 400 равно. А если численно, то

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{4 \cdot 3 \cdot 2}$$

и нужно учитывать на 2, т.к. 2 средних линии. то есть получим $20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997 \cdot \frac{1}{120}$ или продолжим на следующем



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

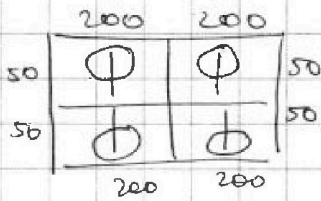
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) если симметричные совпадают, то это значит, что рисунок одинаковый, просто расположен по-разному.

Например:



Тогда нужно посчитать кол-во способов поставить 2 фишки в прямоугольнике 50 на 200

Это равно:

$$\frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

Итого:

$$\frac{20000 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997}{8} - \frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

$$2500 \cdot 19999 \cdot 19998 \cdot 19997 - 5000 \cdot 9999$$

Отв: ~~.....~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение Задачи №6

Есть такие условия:

- $a < b$
- число $b - a \not\equiv 3$
- $(a - c)(b - c) = q^2$, где q - простое число
- $a^2 + b = 710$

Т.к. $b - a \not\equiv 3$, то у a и b разные остатки при делении на 3.

Также обратимся к четвертому условию $a^2 + b = 710$
 $710 \equiv 2 \pmod{3}$

Число в квадрате может иметь только остатки 0 и 1 по модулю 3.

Теперь посмотрим какие остатки могут иметь a и b

a	b	$a^2 + b$	(должно быть 2)
0	1	1	
1	0	1	
2	0	1	
0	2	2	⊕
1	2	0	
2	1	2	⊕

Не рассматриваем равные, т.к. a и b имеют разные остатки по модулю 3.

Значит 2 варианта:

- 1) $a \equiv 0 \pmod{3}$ и $b \equiv 2 \pmod{3}$
- 2) $a \equiv 2 \pmod{3}$ и $b \equiv 1 \pmod{3}$

См. продолж на след стр.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N^o 6 (продолжение)

$$(a-c)(b-c) = q^2, \text{ где } q - \text{ простое}$$

Значит либо $(a-c) = (b-c)$, либо одна из скобок равна 1, а другая q^2

1) $a-c = b-c$
 $a = b$, не может быть, так $a < b$ по усл.

2) $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = q^2 \end{cases} \Rightarrow c = a-1$, тогда $b-a+1 = q^2$ максимум макс

подставим возможные остатки

• $a \equiv 0 \pmod 3$ $b \equiv 2 \pmod 3$

$$2 - 0 + 1 = 3$$

значит $q^2 \equiv 3$, а точнее

$$q^2 \equiv 9, \text{ а так}$$

q - простое, то может быть только $q = 3$.

$$\begin{cases} b-a+1 = 9 \\ a^2+b = 710 \end{cases}$$

$$b = a+8$$

$$a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 702 = 2809 = 53^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 53}{2} \quad \begin{cases} a_1 = -27 \\ a_2 = 26 \end{cases}$$

Получилась тройка
 $(-27, -19, -28)$

$(26, 34, 25)$

Но вторая пара не подходит потому что $a \equiv 2 \pmod 3$ и $b \equiv 1 \pmod 3$

тогда $\begin{cases} b = -19 \\ b = 34 \end{cases}$

$\begin{cases} c = -28 \\ c = 25 \end{cases}$

еще продолжение на след стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N° 6 продолжение.

$$\bullet a \equiv 2 \pmod{3} \text{ и } b \equiv 1 \pmod{3}$$

$$a - b + 1 \equiv 2 - 1 + 1 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$1 - 2 + 1 = q^2$$

$$q \equiv 0 \pmod{3}, \text{ аналогичная ситуация.}$$

получаются не те корни, только шесть

шайка $(-27; -19; -28)$ - не подходит, т.к. $a \equiv 0 \pmod{3}$

а шайка $(26; 34; 25)$ - подходит.

$$3) \begin{cases} a - c = q^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow c = b - 1, \text{ тогда } a - b + 1 = q^2$$

Также как и во втором пункте проверим остатки

$$a - b + 1 = q^2$$

1) $a \equiv 2 \pmod{3}$ и $b \equiv 1 \pmod{3}$ $2 - 1 + 1 = 2$, квадрат не может иметь остаток 2 по модулю 3

не подходит

2) $a \equiv 0 \pmod{3}$ и $b \equiv 2 \pmod{3}$

$$0 - 2 + 1 = -1 \text{ или шесте } 2, \text{ чего тоже не может быть.}$$

В итоге подходит 2 шайки $(-27; -19; -28)$ и $(26; 34; 25)$

Ответ $(-27; -19; -28)$ и $(26; 34; 25)$



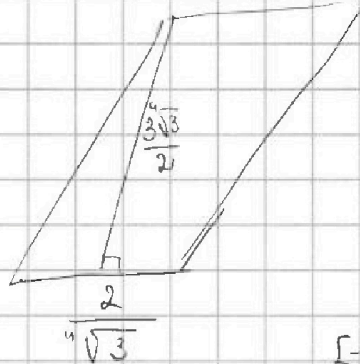
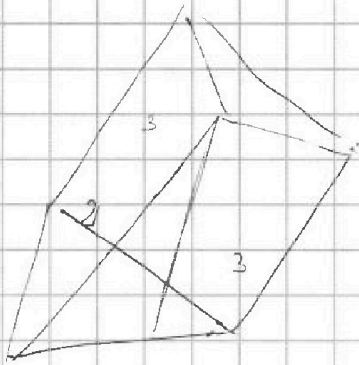
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

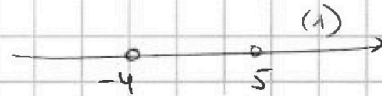
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{11} = \frac{25x-9}{x-6} \times \frac{\sqrt{25x-9}}{15 \sqrt{x-6}}$$



$$z \in [-9, 9]$$

$$x \in [-5, +\infty]$$



$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$x_2 = \sqrt{(5x-9)(x-6)}$$

$$y+4 + 4y-20 = \sqrt{81-z^2}$$

$$\frac{5y-16}{y} \geq 0$$

$$-y-4-4y+20$$

$$-5y-16 = \sqrt{81-z^2}$$

$$y+4 - 4y+20$$

$$-3y+24 = \sqrt{81-z^2}$$

$$\sqrt{1-x-4z}$$

$$1-x-4z > 0$$

$$x+4z < 0$$

$$(x+2)^2 - 4 + y + z$$

$$-21-x + 3 \cdot 4z$$

$$x_2 = x_1 \cdot q^6$$

$$x_{15} = x_1 \cdot q^{14}$$

$$\frac{x_{15}}{x_2} = q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$q^4 = \frac{1}{x-6}$$

$$\frac{27}{27}$$

$$(x-6)^2 (x-3)$$

$$520+140+49$$

$$620+49$$

$$729-19$$

$$\frac{26}{26}$$

$$520+120+36 \quad 676$$

$$640+76$$

$$x_2 = \frac{(25x-9)}{(x-6)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
ИЗ

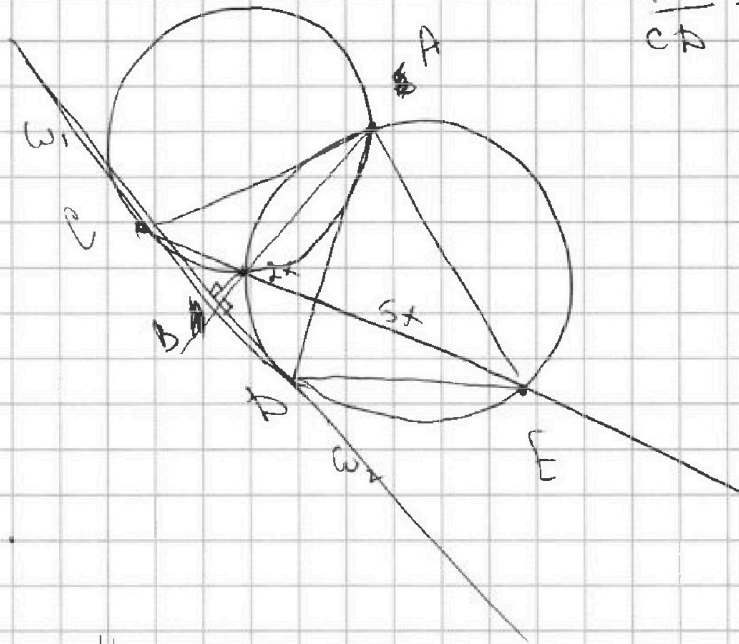
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- a
- 2
- 3
- 5
- 6
- 8
- 9
- 11
- 12
- 14
- 15
- 17
- 18
- 20
- 21
- 23
- 24
- 26
- 27

b

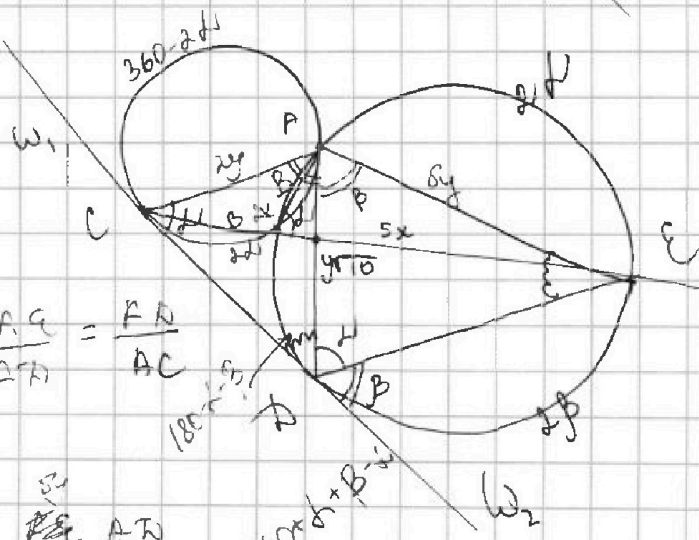
$$a^2 + b = 710$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{AE}{BD} = \frac{AD}{AC}$$



$$\frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$$

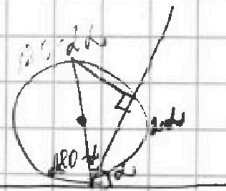
$$AD = \frac{AE \cdot AC}{AD}$$

$$AD = \frac{5 \cdot 110}{AD}$$

$$\frac{5}{110} = \frac{110}{AD^2}$$

$$360 - 2\alpha - 2\beta + \alpha + \beta = 180$$

$$\frac{5}{110} = \frac{110}{AD^2}$$



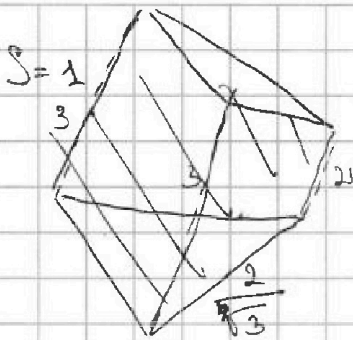


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

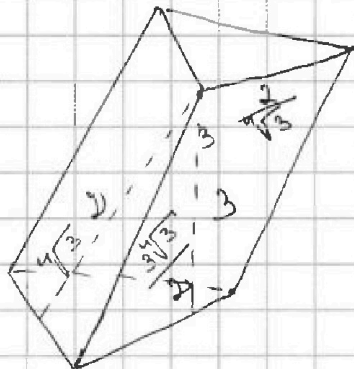


$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{2} > 0$$

$$\frac{a \cdot a \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = 1$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$$

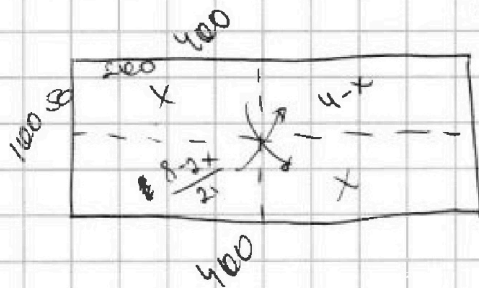


$$h_1 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 3$$

$$h_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

φ	φ
φ	φ

$$h_2 = \frac{2\sqrt[4]{3}}{2} = \sqrt[4]{3}$$



$$1) (50 \cdot 2000 \cdot$$

φ	φ
φ	φ

$$10000$$

φ	φ
φ	φ

$$\frac{10000 \cdot 9999 \cdot 9998}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 2$$

$$2) \left(\frac{10000 \cdot 9999}{2} \cdot \frac{10000 \cdot 9999}{2} \right) \cdot 2$$

$$\frac{10000^2 \cdot 9999 \cdot 9998}{3 \cdot 4}$$

$$+ \frac{10000^2 \cdot 9999^2}{2}$$

$$- \frac{10000 \cdot 9999}{2}$$

$$\text{Отв. } 10000^2 \cdot 3333 \cdot 9998 + 5000 \cdot 10000 \cdot 9999^2 - 5000 \cdot 9999$$

$$\begin{array}{r} 20000 \\ 16 \\ \hline 40 \end{array} \Bigg| \begin{array}{r} 8 \\ 2500 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c $\times 25$ 450

$a < b$

$b - a \neq 3$

$(a - c)(b - c)$

$a^2 + b = 710$

(2)

2 умнож.

$(a - c)(b - c)$

$a - c = b - c$

$a = b$

$$\begin{cases} a - c = q^2 \\ b - c = 1 \\ b - c = q^2 \\ a - c = 1 \end{cases}$$

$a - b + 1 = q^2$

$c = b - 1$

$b = c + 1$

$a = c + 1$

$c = a - 1$

$$\begin{cases} b - a + 1 = q^2 \\ a - b + 1 = q^2 \end{cases}$$

0 0

$b - a + 1 = q^2$

$1 - 2 + 1 = q^2$

1 1 0 - 2 + 1

2 1 2

$q = 3$

$1 - 2 + 1 = q^2$

$2 - 1 + 1$

$(27; -19; -20)$

$(26; 34; 33)$

$(-27; -19; -17)$

b и a разные от по mod 3.

$\sqrt{441 \cdot 12}$

$42\sqrt{3}$

$\frac{1}{2\sqrt{3}}$

21

a

b

$a^2 + b$

$\sqrt{12^3}$

0

1

1

1

0

1

2

1

(2)

2

0

1

1

2

3

0

2

(2)

a

b

$a^2 + b$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

$b - a + 1 = 9$

$a^2 + b = 710$

$b - a = 8$

$a^2 + b = 710$

$b = a + 8$

$a^2 + a + 8 = 710$

$a^2 + a - 702 = 0$

$D = 1 + 2808 = 53^2$

2809

$$\begin{array}{r} \sqrt{2809} \\ 53 \\ \times 53 \\ \hline 159 \\ 1409 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$a = -\frac{a}{27}$

$a = 26$

-1 ± 53

2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x = \cos(x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin x \cos x \sin x = 2\cos^3 x - \cos x - 2\sin^2 x \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x (1 - \cos^2 x) = 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x =$$

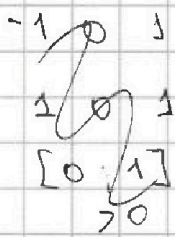
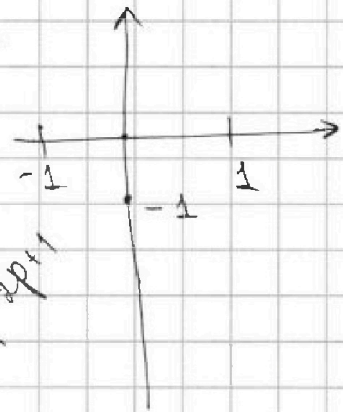
$$-p - 3 - 3 - 1 \quad p - 3 + 3 - 1 \quad p^{-1} = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4)\cos x = 6(2\cos^2 x + 1) + 10.$$

$$4p\cos^3 x - 3p\cos x + 3p\cos x + 12\cos x = 12\cos^2 x + 6 + 10.$$

$$4p\cos^3 x - 12\cos^2 x + 12\cos x - 16 = 0$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 4 = 0.$$



$$[-3; 0]$$

$$[-3; 3] + \sqrt{\dots} = 0.$$

$$[-p$$

$$[-3; 0]$$

$$[-3; 3]$$

$$\cos x = 1$$

$$-3 + 3 - 1$$

$$\cos x = 0$$

$$py^3 - 3y^2 + 3y - 4 = 0.$$

$$p^3 y^3 - 3y^2 + 3y - 4 = 0.$$

$$py^3 - 3y^2 + 3y - 4 = 0.$$

$$3\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 3 =$$

$$3py^2 - 6y + 3$$

$$p^4 - 3p^2 + 3p - 1 = 0.$$

$$py^2 - 2y + 1$$

$$(p^4 - 1) - 3p(p - 1) = 0.$$

$$D = 4 - 4p = 4(1 - p)$$

$$(p^2 - 1)(p^2 + 1) - 3p(p - 1) = 0.$$

$$y = \frac{2 - 2\sqrt{1-p}}{2p}$$

$$(p - 1)(p^2 + 1)(p + 1) - 3p = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$X_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

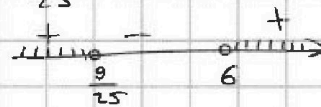
$$X_9 = x+3$$

$$X_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{X_9}{X_7} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}} = q^2$$

$$\frac{X_{15}}{X_9} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{x-6}(x+3)} = q^6$$

$$x = \frac{9}{25} \quad x = 6$$



ОДЗ:

$$\frac{(x+3)^3}{(\sqrt{25x-9}(x-6))^3} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{x-6}(x+3)}$$

$$\frac{(x+3)^3}{\sqrt{(25x-9)^3(x-6)^3}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{\sqrt{x-6}(x+3)}$$

$$(25x-9)^2 \sqrt{(x-6)^3} = (x+3)^4 \sqrt{x-6}$$

$$(25x-9)^2 (x-6) = (x+3)^4$$

$$X_{11} = \sqrt{X_7 \cdot X_{15}} = \frac{25x-9}{x-6}$$

$$(625x^2 - 9252x + 81)(x-6) = (x^2 + 6x + 9)^2$$

$$\frac{X_{11}}{X_9} = \frac{X_7}{X_{15}}$$

$$X_7 = X_1 \cdot q^6$$

$$X_9 = X_1 \cdot q^8$$

$$X_{15} = X_1 \cdot q^{14}$$

$$\frac{X_7 \cdot X_9}{X_{15}} =$$

$$\frac{\frac{25x-9}{x-6}}{x+3} = \frac{x+3}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}$$

$$= \frac{(x-6)^2}{(x-3)} = X_1$$

$$(x+3)^2 = \frac{(\sqrt{25x-9})^2}{\sqrt{x-6}}$$

$$X_6 = \frac{(25x-9)(x-6)}{(x-3)^2}$$

$$625x^3 - 450x^2 + 81x - 6 \cdot 625x^2 + 450 \cdot 6x - 81 \cdot 6 = x^4 + 6x^3 + 9x^2 + 6x^3 + 36x^2 + 54x + 9x^2 + 54x + 81$$

$$x^4 + x^3(6+6-625) + x^2(450+6 \cdot 625+9+36+9) + x(54+54-81-450 \cdot 6) + 81 \cdot 6 + 81 = 0$$