



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дл. Пусть b_n : геом. пр.
 $b_n: b_1; b_1 q \dots$ $b_1 q^{14}$

15 ч элем. пр

$$DZ 3: (25x-9)(x-6) > 0$$

Верно, что.

$$\begin{cases} x > 6 \\ 25x-9 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 6 \\ x < \frac{9}{25} \end{cases}$$

$$b_1 q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_1 q^{14} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_1 q^8 = x+3$$

(пусть $b_1 q^6 = 0$ тогда $x = \frac{9}{25}$ ($x \neq 6$)
но $x+3 \neq 0$ значит такое не возм)

1) т.к. $b_1 q^6 \neq 0, q^6 > 0$ то $b_1 > 0$

$$\frac{b_1 q^{14}}{b_1 q^6} = q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$2) b_1 q^8 = x+3 = b_1 \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow b_1 = (x+3)(x-6)^2$$

$$3) q^6 = (q^8)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{1(x-6)^3}$$

$$b_1 q^6 = (x+3)(x-6)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{1(x-6)^3}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$(x+3) = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot (x-6)^2}{(x-6)^4} = \sqrt{|25x-9|}$$

$$4) x+3 = \sqrt{|25x-9|} \Rightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = 25x-9 \\ (x+3)^2 = 9-25x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2+31x=0 \\ x^2-19x+18=0 \\ x > -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=19 \\ x=1 \end{cases} \quad \begin{matrix} - \log x \\ x > 0 \end{matrix}$$

$$4) x \geq 0 \quad b_1 = \sqrt[4]{(25x-9)(x-6)^3} = \sqrt[4]{(25 \cdot 0 - 9)(0-6)^3} = \sqrt[4]{(-9)(-216)} = \sqrt[4]{1944} = \sqrt[4]{6^3 \cdot 3^3} = \sqrt[4]{6^3 \cdot 3^3}$$

Ответ: 0; 18; 1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4x^2} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2} + 2 \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{81-z^2} \leq 9 \quad |y+4| + 4|y-5| \leq 9$$

Раскроем модуль

1) $y \geq 5$ $9 \geq y+4+4y-20 = 5y-16 \geq 25-16=9$
 усл.-е выполн. когда при рав-ве $5y-16=9$
 $y=5$

2) $-4 < y < 5$
 $9 \geq y+4-4y+20 = 24-3y \geq 24-3 \cdot 5 = 9$
 усл.-е не верно

3) $y \leq -4$ $-y \geq 4$
 $9 \geq -y-4-4y+20 = 16-5y \geq 16+5 \cdot 4$
 не верно

значит $y=5$ $\sqrt{81-z^2} = 9$
 $z=0$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

$$\begin{cases} x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4((x+5)(1-x)) - \\ - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16 \\ -5 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$4(x+5)(1-x) - 14\sqrt{(x+5)(1-x)} + 10 = 0$$

пусть $\sqrt{(x+5)(1-x)} = a, a \geq 0$

$$2a^2 - 7a + 5 = 0 \Leftrightarrow (2a-5)(a-1) = 0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ a=\frac{5}{2} \end{cases}$$

обр. зам.

$$\begin{cases} (x+5)(1-x) = 1 \\ (x+5)(1-x) = \frac{25}{4} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5 - 4x - x^2 - 1 = 0$$

$$5 - 4x - x^2 - \frac{25}{4} = 0$$

или

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$x^2 + 4x + \frac{5}{4} = 0$$

$$D_1 = 4 + 4 = 8$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{8} \quad -2 + \sqrt{8} > -2 + \sqrt{8} -$$

$$D_2 = 4 - \frac{5}{4} = \frac{16-5}{4} = \frac{11}{4}$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{\frac{11}{4}} = -2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$$

$\in [-5; 1]$

Ответ: $-2 + \sqrt{8}$; $-2 \pm \sqrt{\frac{11}{4}}$; $-2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}$

$(-2 + \sqrt{8}; 5; 0)$; $(-2 \pm \frac{\sqrt{11}}{2}; 5; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

уб.

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (2\cos^2 x - 1) \cos x -$$

$$- 2 \sin x \cdot \cos x = (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x =$$

$$= 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4) \cos x - 6(2\cos^2 x - 1) - 10 = 0$$

$$4p\cos^3 x + 3 \cdot 4\cos x - 12\cos^2 x - 4 = 0$$

$$p\cos^3 x - 3\cos^2 x + 3\cos x - 1 = 0$$

Пусть $\cos x = t$; $-1 \leq t \leq 1$

Каждое кубич. пар. ф при кажд из. кор. ур-е имеет хотя бы 1 реал. кор

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$[-1; 1]$$

1) $p=1$ $(t-1)^3 = 0$

$t=1$
 $\cos 3x = 1$

$3x = \pi + 2\pi k$

~~$x = \frac{\pi + 2\pi k}{3}$~~ $k \in \mathbb{Z}$

Отв: $\pi + 2\pi k$ $k \in \mathbb{Z}$



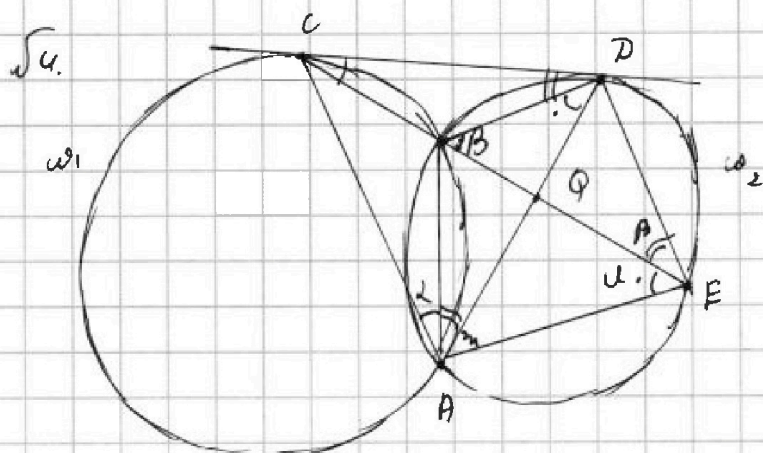
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Решение:

- 1) Вписанный в ω_1 , $\angle CAB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{CB}$ по т. о впис. уг. }
 2) CD -кас. $\angle ACD = \frac{1}{2} \overset{\frown}{CB}$ как уг. между кас. }
 и хордой
 $\Rightarrow \angle BCD = \angle CAB$ Пусть $\angle CAB = \angle ACD = \alpha$

3) Аналогично $\angle CAB = \angle CED = \beta$

- 4) Вписанные в ω_2 $\angle DBE = \angle DAE$ дуга $\overset{\frown}{DE}$
 $\alpha = \angle BDA = \angle BEA$ дуга $\overset{\frown}{AB}$
 $\angle BAD = \angle BED = \beta$ дуга $\overset{\frown}{AB}$
 по след. из т. о впис. уг.

5) $\angle DBE = \angle BCD + \angle BDC = \alpha + \beta$ как впис. к $\triangle CBD$

6) $\angle DAE = \angle DBE = \alpha + \beta$ } $\Rightarrow AD$ -бис. $\angle CAE$
 $\angle CAQ = \alpha + \beta$

7) $\angle CPA = \beta + \alpha = \angle DEA$ } $\Rightarrow \triangle CPA \sim \triangle DEA$ по 2 углам
 $\angle CAP = \angle DAE$

8) $\frac{CP}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{AP}{AE}$ по отпр. подоб. \triangle -ков

9) $\triangle CAE$; AQ бис. по св-ву бис. \triangle -ка.
 $\frac{AC}{AE} = \frac{CQ}{QE} = \frac{\alpha}{\beta}$ 1) $\frac{CP}{DE} = \frac{\sqrt{2}x}{x}$

10) Пусть $AE = x$; $AC = \frac{2}{5}x$
 $\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}$ $AD^2 = x^2 \cdot \frac{2}{5}$ $AD = \sqrt{\frac{2}{5}}x$ Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$



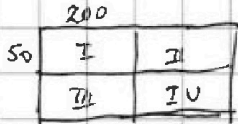
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

55.



1) Пусть это множество симметрично относительно центра тогда мы можем выбрать 4 точки из I и II коорд. четвертей а остальные 4 точки однозначно задаются центральной симметрией. способов это сделать

$$4 \cdot C_{20000}^4$$

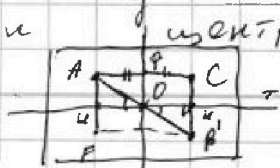
2) Пусть либо сим. относительно одной из осей. аналогично можно выбрать 4 точки из 2х коорд. четверт. в зависимости от осей. остальные однозначно задаются способами это сделать $2 \cdot C_{20000}^4$ (для 2х осей)

3) всего $3 \cdot C_{20000}^4$

4) найдем количество совпад. способов. Пусть мк-во обладает и центр. сим и сим. относительно 1-й из 2х осей. (или сим. относительно 2х осей) тогда мк-во однозначно задается 2-мя точками одной из коорд. 4-тей C_{10000}^2 (для совпадений центр + 1 осевая симметрия / центр - 2 осевые симметрии / 1 осевая симметрия - 2 осевые симметрии)

5) найдем количество способов мк-во. когда мк-во обладает всеми 3-мя свойствами

Заметим что если хотя бы 2 сим. совпадут то совпадут все 3. (пусть мк-во сим. относительно 1 осев. и



возьмем т. А, т. В' сим. ей относительно центра, а т. С сим. относительно вертикальной оси. тогда точки А, В', С, А'



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

OQ - ср. лин $\Delta CKB'$ $OQ \parallel CB'$
 $CB' \perp OT$

$CK_1 = BK_1 = AK$ из сим. т.е. т. B' и C сим. отн
гориз. - ср. лин.

F - сим. B' отн. OQ

F - сим A - отн ~~от~~ гориз. ср. лин. значит мн-во
сим отн. и гориз. ср. лин. тоже
(обратные случаи эквивалент.)

значит всего способов

$$3 C_{20000}^4 - C_{10000}^2$$

Ответ: $3 C_{20000}^4 - C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

\sqrt{b} .

1) $a^2 + b = 710$; $b = 710 - a^2$

$b - a \equiv 3$

введем обознач. $m \equiv n$, если m при делении на q дает остаток r , а n на модуль q

$b \equiv a \pmod{3}$

2) если $a \equiv 0 \pmod{3}$ то $b \equiv 710 \equiv 2 \pmod{3}$ не год.

если $a \equiv 1 \pmod{3}$ то $b \equiv 710 - 1 \equiv 1 \pmod{3}$ $b \equiv a \pmod{3}$ не год.

если $a \equiv 2 \pmod{3}$ то $b \equiv 710 - 4 \equiv 0 \pmod{3}$ год.

3) $(a-c)(b-c) = (a-c)(710 - a^2 - c) = p^2$ где p - какое-то простое число

$a < b$ значит $a - c < 710 - a^2 - c$

$(a-c)(710 - a^2 - c) = p^2$ если $a-c = 710 - a^2 - c = \pm p$

или если $a-c = 1$; $710 - a^2 - c = p^2$

($710 - a^2 - c \geq a - c$ поэтому $710 - a^2 - c$ не может быть 1)

1) $a - c = 710 - a^2 - c$

$a^2 + a - 710 = 0$

$D = 1 + 710 - 4 = 2841$

$2841 : 3$ но $2841 \neq 9$

значит \sqrt{D} - не целое действительное

a - не целое не год.

2) $a = c + 1$; $c = a - 1$

$710 - a^2 - (a-1) = p^2$; $710 - a^2 - a + 1 = p^2$

$711 - a(a+1) = p^2$

$711 : 3$; если $a \equiv 0 \pmod{3}$ то $a(a+1) : 3$

если $a \equiv 2 \pmod{3}$ то $(a+1) : 3$

значит $711 - a(a+1) : 3$ т.е. $p^2 : 3$ значит $p^2 = 9$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√6.

3)

$$711 - a(a+1) = 9$$

$$a^2 + a - 702 \geq 0$$

$$(a - 26)(a + 27) = 0$$

$$\begin{cases} a = -27 \\ a = 26 \end{cases} \text{ - не годятся}$$

$$a = -27$$

$$b = 710 - 27^2 = -19$$

$$b = a$$

$$b = a \times 3$$

$$c = a - 1 = -28$$

$$(a - c)(b - c) = 710 - 19 - (-28) = 9 \quad \text{- верно}$$

Ответ: $(-27; -19; -28)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

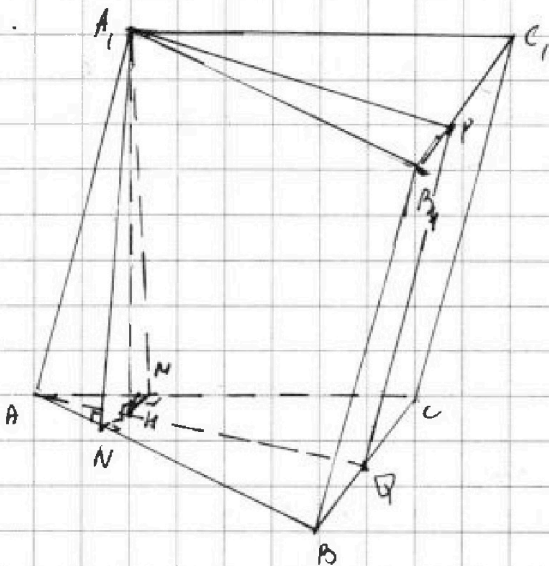


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7.



Решение:

1) Пусть $A_1K \perp (ABC)$; $K \in (ABC)$
 $(AB): KN \perp AB$; $N \in AB$; $HM \perp AC$; $M \in AC$
 доп. постро.

2) Пусть $AB = a$

3) $A_1M \perp (ABC)$; $M \in (ABC)$ }
 $KN \perp AB$; $AB \subset (ABC)$ } \Rightarrow
 $N \in (ABC)$

$\Rightarrow A_1N \perp AB$ по т.т.р.

4) аналог. $A_1M \perp AC$

5) $S_{A_1AB} = S_{A_1AC} = 3$
 $A_1N = \frac{3}{a}$

аналог $A_1M = \frac{3}{a}$

6) $\left. \begin{array}{l} \angle A_1KN = \angle A_1KM = 90^\circ \\ A_1K - \text{общ.} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta A_1NK \cong \Delta A_1MK$
 по катету и гип.

7) $AK = KM$

8) K - середина от. AC и AB значит AK - бис.

$\angle BAC$

9) $AK \cap BC = Q$

$(A_1AK) \cap (A_1BC) = A_1Q$

10) A_1K - бис.; $AK \perp BC$

$A_1Q \perp BC$

11) $A_1Q \perp BC$; $BC \subset (ABC)$

$A_1K \perp (A_1BC)$; $K \in (A_1BC)$ } $\Rightarrow A_1Q \perp BC$ по т.т.р.

$A_1Q \in (A_1BC)$

12) $AA_1 \parallel CC_1$, $AA_1 \in (AA_1C_1)$; $CC_1 \in (AA_1C_1)$

$AA_1 \in (AA_1C_1)$

$CC_1 \in (AA_1C_1)$

} $\Rightarrow AA_1 \parallel (BB_1C_1)$

по приз. пер-ту
 прям и плоск.

13) $(AA_1Q) \cap (BB_1C_1) = PQ$

; $AA_1 \parallel (BB_1C_1)$; $AA_1 \subset (AA_1Q)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

13) $AA_1 \parallel PQ$ но $r = 0$ т.к. пересек. 2х плоск. AA_1 и PQ из кот. проход через прям. парал. др. плоск.

14) $AA_1 \perp BC$
 $PQ \parallel AA_1$ } $\Rightarrow PQ \perp BC$

$$S_{\text{осн. } AA_1} = PQ \cdot BC; \quad PQ = \frac{2}{a}$$

15) AA_1, PQ - пар-м т.к. $AA_1 \parallel PQ$
 $AQ \parallel A_1P$ ($(A_1B_1C_1) \parallel (ABC)$)
 $(A_1B_1C_1) \cap (AA_1Q) = A_1Q$
 $(ABC) \cap (AA_1P) = AP$

$$AA_1 = PQ$$

16) $AA_1 = \frac{2}{a}$; $A_1N > \frac{3}{a}$, $a > 0$

ΔA_1NA ; $\angle N = 90^\circ$ $A_1N > AA_1$ что не возможно.
т.к. катет не может быть больше гипот.

Значит. такой призмы не существует
Ответ. такой призмы не существует



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a < b$$

$$b = 710 - a^2$$

$$a \approx 1 \approx b$$

$$b - a \approx 709$$

$$a \approx 2$$

$$a \approx 0$$

$$\begin{array}{r} 710 \ 3 \\ \underline{- 11} \\ 709 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 710 \ 2 \\ \underline{- 1} \\ 711 \end{array}$$

$$3+5+4 = 12$$



$$(a+c)(710-a^2-c) = p^2$$

$$a-c = 710 - a^2 - c$$

$$a^2 + a - 710 = 0$$

$$a-c = p^2$$

$$a = c+1$$

$$c = a-1$$

$$710 - a^2 - c = p^2$$

$$710 - c = a^2 + p^2$$

$$710 - a^2 - a + 1 = p^2$$

$$711 - a^2(a+1) = p^2$$

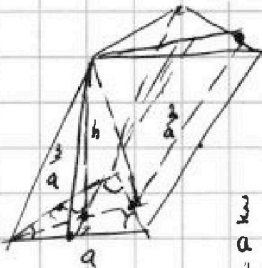
$$3 \cdot 5 \cdot 4 = 20$$

$$709 \quad 8$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ C \\ 25000 + \\ 10000 \\ + C \end{array}$$

$$a \leq b$$

$$a > c \leftarrow b - c$$



$$\frac{3}{a} \geq \frac{2}{a} \Rightarrow 3a = 2a$$

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 1$$

$$\frac{3}{a} = \frac{2}{a} + x^2$$

$$a^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$h^2 = \left(\frac{3}{a}\right)^2 - \left(\frac{2}{a}\right)^2$$

$$h^2 = \left(\frac{2}{a}\right)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{a}\right)^2$$

$$a(a+1) = p \cdot 711 - p^2$$

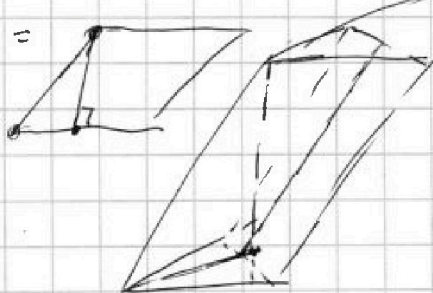
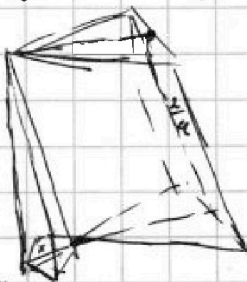
$$711 - 4 = 707$$

$$7 \cdot 101$$

$$711 - 9 = 702$$

$$= 2 \cdot 351$$

$$\frac{9}{a^2} = \frac{4}{a^2}$$



$$\frac{711}{25} = \frac{686}{686}$$

$$\frac{686}{343} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{343}{49} = \frac{7}{1}$$

$$\frac{331}{51} = \frac{7}{1}$$

$$\frac{21}{67} = \frac{3}{237}$$

$$279/7$$

$$\frac{711}{59} = 2 \cdot 331$$

$$\frac{711}{121} = 10 \cdot 59$$

$$\frac{711}{169} = 2 \cdot 231$$

$$(t-1)^2 = 0$$

$$\frac{711}{289} = 2 \cdot 24$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$t = 1$$

$$p - 1 = 0$$

$$p = 1$$

$$t = -1$$

$$-p - 6 - 1 = 0$$

$$p = -7$$

$$p = -7$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{(25x-9)(x-6)} = aq^b$$

$$x+3 = aq^b$$

$$q^b = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$(q^b)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^2}}$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = aq^{\frac{b}{4}}$$

$$a = \frac{x+3}{q^b} = \frac{(x+3)(x-6)^2}{q^b}$$

$$q^b = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{(x+3)(x-6)^2} = \frac{1}{x+3} \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \frac{1}{\sqrt{(x-6)^3}}$$

$$\sqrt{(25x-9)} = x+3$$

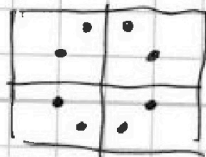
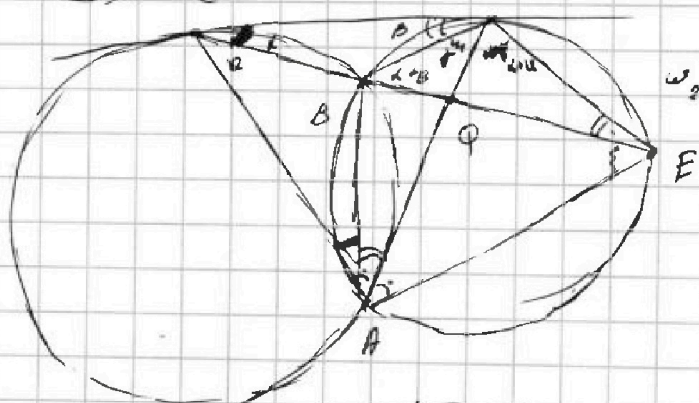
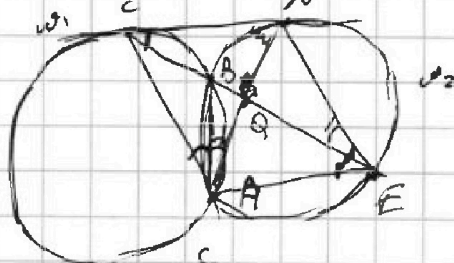
$$x > -3$$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$\begin{cases} x = 18 \\ x = 1 \end{cases}$$



$$x^2 + 6x + 9 = -25x + 9$$

$$x^2 + 31x = 0$$

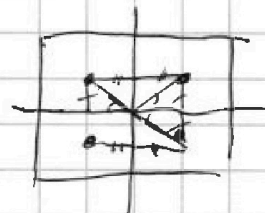
$$x = 0$$

$$x = -31$$

$$\frac{CQ}{QE} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{EP}{PD} = ?$$

$$\frac{CQ}{QD} = ?$$



$$CQ^2 = CQ \cdot CE$$

$$BQ \cdot QE$$

$$22 + 2/5 + 9 + 18 = 180^{\circ}$$

$$22 + 9$$

$$\frac{CQ}{QE} = \frac{CQ}{AD} = \frac{BQ}{BE}$$

$$\begin{array}{r} 711 \\ - 9 \\ \hline 702 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 702 \mid 2 \\ 351 \mid 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 351 \mid - \\ 117 \mid 3 \\ 39 \mid 3 \end{array}$$

$$13$$

$$13 \cdot 27 \cdot 2$$

$$26 \cdot 27$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \neq 6$

$$q^8 = \frac{\sqrt{(x-6)(25x-9)}}{\sqrt{(25x-9)(x-6)^3}} = \frac{1}{|x-6|}$$

$$(x-6)(25x-9) \geq 0$$

aq^6 aq^{14}

$$q^8 = \frac{1}{|(x-6)^4} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$q^4 = \frac{1}{|x-6|}$$

$$\begin{cases} x > 6 \\ x < \frac{9}{25} \end{cases} \quad aq^6 = (q^8)^{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{25x-9} \cdot |x-6|}{|(x-6)|^3}$$

$$aq^8 = a \frac{1}{(x-6)^2} = (x+3)$$

$$a = (x+3)(x-6)^2$$



52.

$$-5 \leq x \quad -x \leq 5$$

$$\sqrt{1-x-4z} \geq 0 \quad 4z \leq 1-x \leq 1+5=6$$

$$-9 \leq z \leq \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y+2-(x+2y-4)}$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p (\cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x) + 3(p+4) \cos x = 6(2\cos^2 x - 1) + 10$$

$$(2\cos^2 x - 1) \cos x - 2(1 - \cos 2x) \cdot \cos x$$

$$p (4\cos^3 x - 3\cos x) + 3(p+4) \cos x - 6(2\cos^2 x - 1) + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x - 12 \cos^2 x - 4 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$f(t) = p t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0 \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$f'(t) = 3pt^2 - 6t + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 9/10 \\ \hline 2840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2841 \overline{) 3} \\ -27 \\ \hline 14 \\ -12 \\ \hline 2 \end{array}$$

$p=1$

$$(\cos x - 1)^3 = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$\frac{6.9^8}{6.9^6} = \frac{\sqrt{(x+3)(x-6)^2}}{\sqrt{(x-9)(x-6)^3}}$$

947

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



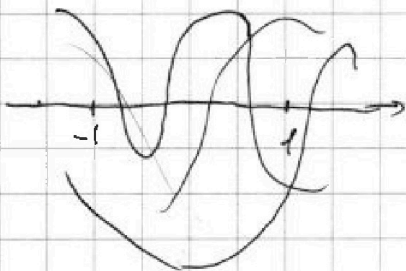
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$f(t) = (p+3t) \cos(3t) - 1$



$$3t^2 + 4t + 6 = \begin{cases} x \geq -5 \\ -x \leq 5 \end{cases}$$

$$1 - x - 4z \geq 0$$

$$4z \leq 1 - x \leq 6$$

$$\begin{cases} 2 \leq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$f(1) = f(-1) \geq 0$$

$$(p) (-p - 7) > 0$$

$$1 < p < 7$$

$$3t^2 + 4t + 6 = 0$$

~~...~~

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$(y+4) + 4(y+5) \geq \sqrt{81-z^2}$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + 12 \cos x + 3p \cos x = 6 \cos 2x + 10 \geq 4$$

$$u^2 + 6u + 10 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = \frac{3}{p} \\ t_1 t_2 = \frac{1}{p} \\ t_1 t_2 t_3 = \frac{1}{p} \end{cases}$$

$$p \geq 1$$

$$p \leq -1$$

$$\frac{16}{81} \frac{1}{35}$$

$$81 - z^2 = y^2 + 8y + 16 + 4y^2 - 40y + 100 = 81 - z^2$$

$$5y^2 + z^2 - 32y + 35 = 0$$

$$p = 7 \quad t = -1$$

$$-7t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$\begin{array}{r} -7t^3 + 7t^2 \\ \hline -10t^2 + 3t \\ -10t^2 - 10t \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{t+1}{t^2-10t}$$

$$x+5 + 1 - 4z + 4^2 + \dots - \sqrt{(x+5)(\dots)}$$

$$= 4y - 18x - 9x^2 + 4z$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y - 4x - x^2 + 2 \geq 0$$

~~$$y \geq x^2 + 4x - 2$$~~

$$y \geq 5$$

~~$$y < 4$$~~

$$y + 4 + 4y - 16 = 5y - 16$$

$$-4 < y < 5$$

$$-3y + 20 + 16 = -4$$

$$-5y + 20 - 16y \leq 9$$

$$-33 < 5y$$

$$y > \frac{-33}{5}$$

$$\frac{16 - 25}{4} = \frac{-9}{4}$$

$$a - b + 4 = 2ab$$

$$a - 2ab - b + 4 = 0$$