



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

пусть $b-1$ член прогрессии, q - ее знаменатель. тогда из условия:
 $bq^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$ $x \neq 5, x \neq 35, x \neq -1$, т.к. или иначе система
 не имеет, или это геом. прогрессия (2 члена
 $bq^{12} = \sqrt{5-x}$ 0 , а третий - нет). $b, q \neq 0$ однозначно.

$$bq^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$\frac{bq^{14}}{bq^6} = q^8 = \sqrt{(x+1)^4} \Leftrightarrow q^4 = |x+1| \Leftrightarrow q^2 = \sqrt{|x+1|}$$

1сл.) $x < -1$. тогда $q^2 = \sqrt{-(x+1)}$, а $bq^{12} = bq^{14} : q^2 =$
 тогда $13x-35 < 0$.

$$= \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{\sqrt{-(x+1)}} = \sqrt{35-13x} = 5-x \quad (2) \quad \begin{cases} 35-13x \geq 25-4x+x^2 \\ x < 5 \end{cases} \quad (2)$$

$$(2) \quad \begin{cases} x^2 + 3x - 20 \geq 0 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ из того, что } x < -1, \\ x = 2 \\ x < 5 \end{cases}$$

2сл.) $x > 13/35$ (т.к. оба корня отриц.) тогда $5-x = bq^{12} = \frac{bq^{14}}{q^2} =$

$$= \frac{\sqrt{13x-35}}{q^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 25-4x+x^2 = 13x-35 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 23x + 60 \geq 0 \\ x < 5 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x \geq 20 \\ x \geq 3 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \text{ (3)}$$

Ответ: $\{3; -5\}$

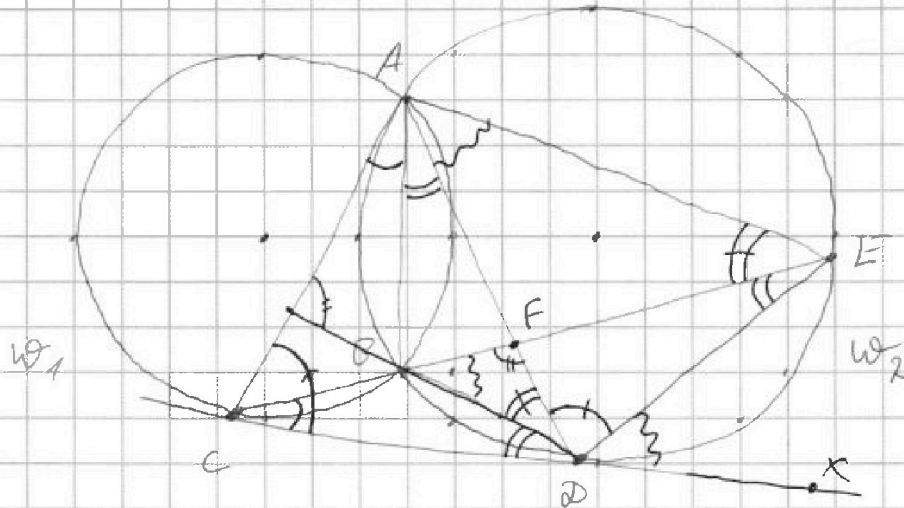


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) $F = AD \cap CE \Rightarrow$ по условию, $\frac{CF}{FE} = \frac{3}{10}$.
 - 2) $\angle BCD = \angle CAB$ как угол между хордой и кас-ой. аналог, $\angle BAD = \angle BDC$.
 - 3) $\angle FBD = \angle BCD + \angle BDC$ как внешний.
 - 4) $\angle FBD = \angle EDX = \angle DAE$ как угол между хордой и кас-ой.
 - 5) ~~$\angle C$~~ $\angle CAB + \angle BAD = \angle BCD + \angle BDC = \angle FBD = \angle DAE \Rightarrow \angle CAD + \angle BAD = \angle CAD = \angle FAE \Rightarrow AD$ — диаметр в $\triangle CAE$ по оп-ю $\Rightarrow \frac{CF}{FE} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{10}$.
 - 6) $\angle ACD + \angle CAD = \angle ADX = \angle ADE + \angle EDX = \angle ADF + \angle FE$ $\Rightarrow \frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AD}$ если $AC = 3y$, то $AE = 10y$ (из п. 5), и тогда $AD = y\sqrt{10}$.
- тогда $\frac{AC}{AD} = \frac{3y}{y\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$ из подобия, $\frac{CD}{DE} = \frac{AC}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разделим наш прямоугольник на 4 прямоугольника по "средним линиям". Тогда поставив тот же квадрат в один, мы однозначно определим по оси симметрии, какой в каком прямоугольнике закрашен еще квадрат. $\frac{1}{2}$

1) Пусть у нас задействована только 1 симметрия по $\frac{1}{2}$ в одной прямоугольнике закрашивается квадрат $6'$ симметричном по горизонтальной оси - еще 1. а из группы 4 квадрата ~~выбирается квадрат симметричный по горизонтальной оси (т.е. какие привнесет симметрия к 2 квадратам)~~ тогда если необходимо ~~поставить~~ как-то ^{распределить} 4 квадрата, остальные определяются однозначно ~~вдоль~~ если дано, что при симметрии мы получим группу или дополнительно, т.е. возможно, если для ~~каждого~~ первого два квадрата поставят в симметричные позиции по горизонтальной оси. Но если для двух квадратов, не поставив друг друга в симметричные по горизонтальной оси позиции, эта ситуация определена однозначно (а точнее, ^{в зависимости} ~~симметрично~~), так как можно переставить их на 4 позиции по 2, т.е. $C_4^2 = 6$.)

Тогда разделим все прямоугольники на 2 прямоугольника, если по средним линиям, или 2 треугольника, если по центру. Тогда мы ~~расставим~~ ^{распределим} 4 квадрата среди $100 \cdot 250$ клеток.

Так как симметрия 3 , то вариантов это будет $3 \cdot 100 \cdot 250$, но по группе ~~поставим~~ ^{распределим} ~~дважды~~ (т.е. и по вертикали) симметрии, тогда, надо учесть 2 варианта ~~двойной~~ ^{двойной} сим-ии, а таких вариантов, если воспользоваться двойным прямоугольником 6×6 - $\frac{C_{625}^1 \cdot C_{625}^1}{2}$, так как ~~поставим~~ ^{распределим} один и тот же квадрат.

Тогда итог: $3 \cdot C_{2500}^4 = 625 \cdot 624$.

Ответ: $3 \cdot C_{2500}^4 = 625 \cdot 624$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое, то есть несколько вариантов, как представить $(a-c)$ и $(b-c)$ через p и \pm (как множители квадрата)

$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$ и, так как $a > b$, то возникает 2 случая:

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = -1 \end{cases}$$

1сл.) $a = c+p^2$ тогда $a-b = p^2-1$ и не кратно 3
 $b = c+1$

$$\begin{cases} a-c = -1 \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

так как квадраты делятся на 3 тогда можно рассмотреть случаи 0 или ± 1 (нулю число $n = 3k+2$,

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$$

где $0 < 2 < 3$ тогда $n^2 = 9n^2 + 6n + 2^2$, тогда $n^2 \equiv 2^2$, если $2=0$, то $n^2 \equiv 0$, $2=1$ или 2 , то

$$\begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -p \end{cases}$$

$2^2 \equiv 1 \pmod{3}$), то p^2 делится на 3, следовательно

меньше, $p^2 \equiv 9 \pmod{3} \Rightarrow p \equiv 3$ найдем все это в

$$a+b^2 = 560; \quad c+p^2+c^2+c+1 = 560 \Leftrightarrow c^2+3c = 550 \Leftrightarrow (c+25)(c-22) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = -25, \text{ в таком случае: } c = -25, b = -24, a = -16 \\ c = 22, \quad c = 22, b = 23, a = 31. \end{cases}$$

2сл.) $a = c-1$ аналогично, $p = 3$, тогда $c-1+c^2-2c^2+p^2 = 560 \Leftrightarrow$

$$b = c-p^2 \Leftrightarrow c^2 - 17c = 490 \Leftrightarrow (c-32)(c+15) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 32 \\ c = -15, \end{cases}$$

6 таких случаев, $c = 32, b = 23, a = 31$
 $c = -15, b = -24, a = -16$

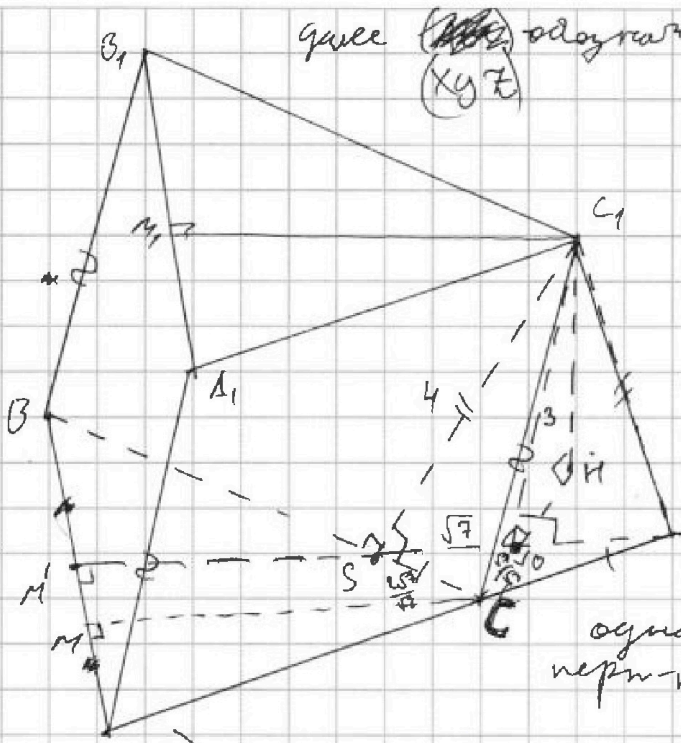
Ответ: $\{(-16; -24; -25), (31; 23; 22), (31; 23; 32), (-16; -24; -15)\}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



дана ~~ABC~~ ΔABC одна из сторон ни-то хуф хуф

1) пирамида не симметрична, так как одна сторона ее двугр. ребро перпендикулярно краю ребру основания, и тогда, или как $S_{\text{бок.}} = S_{\text{паралл.}} = 1 \cdot h$ (где 1 - длина ребра осн-а, h - высота), то двугр. ребро - 3, а одна из высот - 4, что невозможно, т.к. высота перпендикулярна стороне, меньш. чем одна из его сторон (каждой не перпен.)

2) тогда пусть C_1H - высота, C_1S, C_1F - высоты на BC и AC соответственно; тогда также, $S_{C_1B_1C_1} = S_{C_1A_1C_1} = 4$

3) тогда $C_1F = C_1S = 4$, $\angle C_1SF = 90^\circ$. тогда $C_1O \perp SF \Rightarrow SO = OF$. тогда, т.к. $C_1S \perp C_1F, C_1C \perp C_1S, C_1C \perp C_1F$, то $C_1S \perp C_1C, C_1F \perp C_1C$, $\Rightarrow SC = CF = CO$ - также высота тогда, так как $C_1O \perp SF$, но $OH \perp SF$ по теор. о 3 перпен. $\Rightarrow H, O, C$ - на одной прямой.

4) $OS \parallel CM$, где CM - высота ΔABC и OS - медиана ΔC_1SO (т.к. $CO \perp SF$, т.к. $\angle SCF = 120^\circ \Rightarrow \angle FSC = 30^\circ = 90 - 60 = 90 - \angle C_1CB$ т.е. $SF \perp BA$, и $CM \perp BA$). тогда, т.к. $C_1O \perp CO, SF \perp CO$, то $(C_1, SF) \perp CO$, т.е. $(C_1, SF) \perp BA$, тогда, $BA \perp C_1O \Rightarrow S_{BA, C_1O} = BA \cdot C_1O$ (так как $C_1O \perp BA$) переносим перпен. по OM' (где $M' \in SF \cap BA$) $O \rightarrow M', C_1 \rightarrow M_1$, т.к. $OM_1 = CM = C_1M_1 = 3$, то $S_{C_1O} = 3$.

5) по теор. Пифагора, $SO = SF \Rightarrow SC = \frac{SF}{\cos 30^\circ} = \frac{2SF}{\sqrt{3}} \Rightarrow CO = \frac{SF}{\sqrt{3}}$ (по теор. Пифагора)

$\Rightarrow C_1C$ по теор. Пифагора $= \sqrt{SC_1^2 + SC^2} = \sqrt{16 + \frac{28}{3}} = \frac{\sqrt{76}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{19}}{\sqrt{3}}$

6) по теор. косинусов для ΔC_1OC : $C_1O^2 = C_1C^2 + CO^2 - 2C_1C \cdot CO \cdot \cos \alpha$

$$3^2 = \frac{76}{3} + \frac{7}{3} - 2 \cdot \frac{2\sqrt{19}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{83}{3} - \frac{4\sqrt{133}}{3} \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{56}{4\sqrt{133}} = \frac{14}{\sqrt{133}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$c_1 c^2 - c_1^2 + c_0^2 - 2c_1 c_0 \cdot c_0 \cdot \cos \angle (C_1 O; C_0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{76}{3} = 9 + \frac{7}{3} - 2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cdot \cos \angle (C_1 O; C_0) \Leftrightarrow \frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \cos \angle (C_1 O; C_0) = -14.$$

~~$\frac{9 + \frac{76}{3} - \frac{7}{3}}{2 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}}$~~ $\frac{7}{3}$ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{3}$ Тогда $\angle C_1 O C_0$ не существует
т.е. изначальное предположение неверно. Тогда условие не корректно.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a-c = -p \\ b-c = -p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c-p \\ b = c-p \end{cases} \ominus$$

$$\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c+p \\ b = c+p \end{cases} \ominus$$

$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c+p^2 \\ b = c+1 \end{cases} \oplus$$

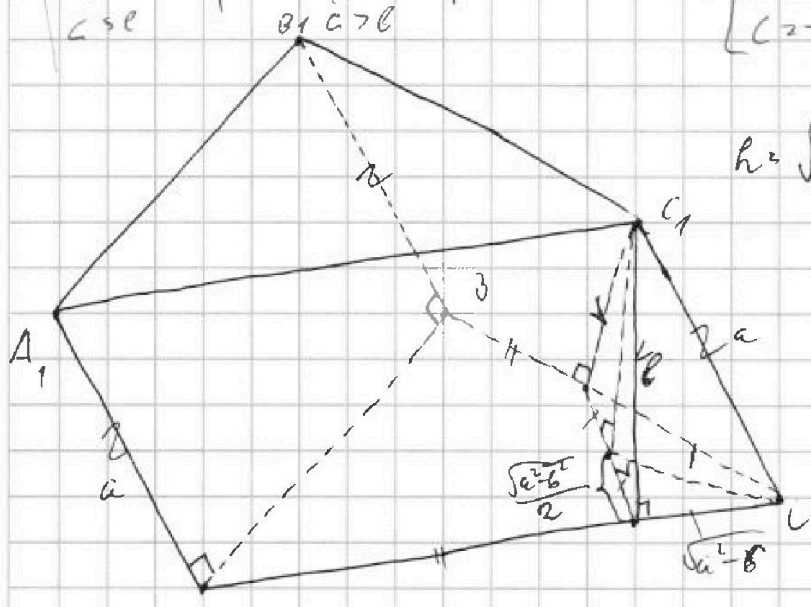
$$\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c-p^2 \\ b = c-1 \end{cases} \ominus$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c+1 \\ b = c+p^2 \end{cases} \ominus$$

$$\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = -p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c-1 \\ b = c-p^2 \end{cases} \oplus$$

1а) $a = c+p^2, b = c+1, p^2 \neq 1, 3$
 $c+p^2 + c^2+2c+1 = 560, p^2 \neq 1$
 Но $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ или $p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p=3$
 $c+3c = 550, 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 5$
 $c = 25 \Rightarrow \begin{cases} a: 24, b: 24, c: 25 \\ c: 22 \Rightarrow \begin{cases} a: 31, b: 23, c: 22 \end{cases} \end{cases}$

2а) $a = c-1, b = c-p^2$ аналогично, $p=3$
 $c-1 + c^2 - 2p^2c + p^4 = 560$
 $c^2 - 14c + 81 = 560$
 $c^2 - 14c + 480 = 4 \cdot 120 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5$
 $\begin{cases} c = 35 \Rightarrow a: 34, b: 26, c: 35 \\ c = 15 \Rightarrow a: -6, b: -24, c: -15 \end{cases}$



$$h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2 - b^2}{4}} = \sqrt{\frac{5b^2 - a^2}{4}}$$

$$a = \sqrt{x+3}, \quad a+b = 7-z$$

$$b = \sqrt{4-x-z}$$

$$ab = \sqrt{(x+3)(4-x-z)} =$$

$$= \sqrt{4x+12 - x^2 - 3x - zx - 3z} =$$

$$= \sqrt{x - x^2 - zx + 12 - 3z}$$

лучше одной сим-ти: упрощаем на 4, закрашиваем в одном, закрашиваем в другом симметричных позиции, тогда для закрашиваем

$$3 \left(4 \cdot C_{625}^1 \cdot 4 \cdot C_{624}^1 \cdot 4 \cdot C_{623}^1 \cdot 4 \cdot C_{622}^1 \right) = 384 \cdot 625 \cdot 624 \cdot 623 \cdot 622$$

или 2 симметрии, но закрашивая 1, мы точно закрашиваем еще 2, значит, еще 1-автономитетски, тогда необходимо 2 клетки. $4 \cdot C_{625}^1 \cdot 4 \cdot C_{624}^1 \cdot 4 \cdot C_{623}^1 \cdot 4 \cdot C_{622}^1$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot C_{625}^1 \cdot C_{624}^1, \quad 2 = 384 \cdot 625 \cdot 624 \cdot 623 \cdot 622 + 4 \cdot 625 \cdot 624 =$$

$$= 625 \cdot 624 (96 \cdot 623 \cdot 622 + 1)$$

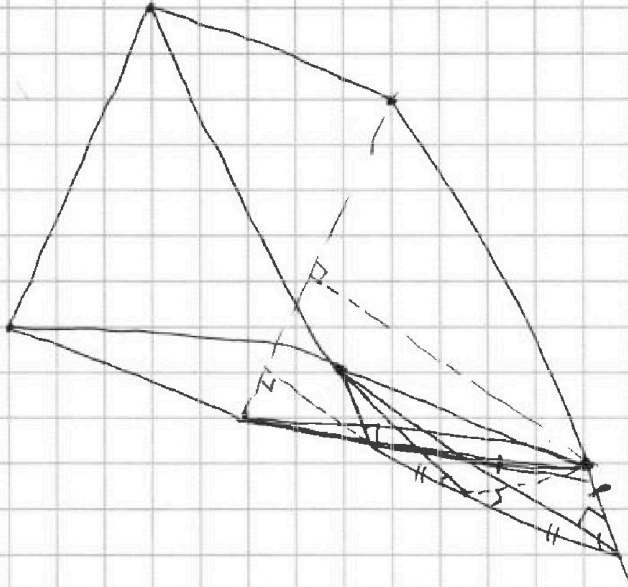


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

11

$$b, q \begin{cases} b \cdot q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \\ b \cdot q^{12} = 5-x \\ b \cdot q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x \neq -1 \\ q^6 &= (x+1)^2 \Rightarrow q^7 = \frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow q^2 = \sqrt{1(x+1)} \\ b \cdot q^7 &= \frac{1}{2}(x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1a.) x < -1. \quad q^2 &= \sqrt{-(x+1)} \quad b \cdot q^{14} = b \cdot q^6 \cdot q^4 \cdot q^2 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \\ &\quad q^4 = -(x+1) \\ \sqrt{-(x+1)} \cdot -(x+1) &\Rightarrow \sqrt{13x-35 \cdot (-1)} = \sqrt{35-13x} = 5-x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 35 - 26 \cdot 35x + 169(35-13x)^2 &= 25 - 10x + x^2 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \oplus \\ x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$2a.) x \geq \frac{35}{13} \quad \begin{cases} q^2 = x+1 \\ q^2 = \sqrt{x+1} \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{13x-35} = (5-x) \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 13x-35 = 25-10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 23x + 60 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = 3 \oplus \end{cases}$$

Ответ: 3, -5

12

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2}$$

$$q(y+1) + 3(y-2) = \sqrt{169-2^2}$$

$$1) y \geq 2. \quad y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 12y + 36 = 2(y^2 + 4y + 4) + 432 + 16y^2 - 66y - 72 = 169 - 2^2$$

$$16y^2 - 4y - 35 = 169 - 2^2 \Leftrightarrow 16y^2 - 16 \cdot 35y + 35^2 = 169 - 2^2$$

$$2) a = 4y, \quad (a-35)^2 + 2^2 = 13^2$$

13

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p$$

$$f = 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 3 \quad (2 \cos x + 1)^2 = 0$$

$$\geq 0 \Rightarrow f \text{ не убывает} \Leftrightarrow \cos x = -1/2 \text{ - минимальное значение}$$

$$\text{максимум: либо } x \text{ либо } -1 \quad 4+6+3-3=p \Rightarrow p=10, \quad f(-1)=4 \Rightarrow p \in [4; 10]$$

$$-4/8 \quad 3/2 \quad 6/x \quad 3 = \frac{4-12+12}{8} = 3/2 \quad -4+6-3-3=p \Rightarrow p=-4, \quad f(1)=20$$

2) 3, 5



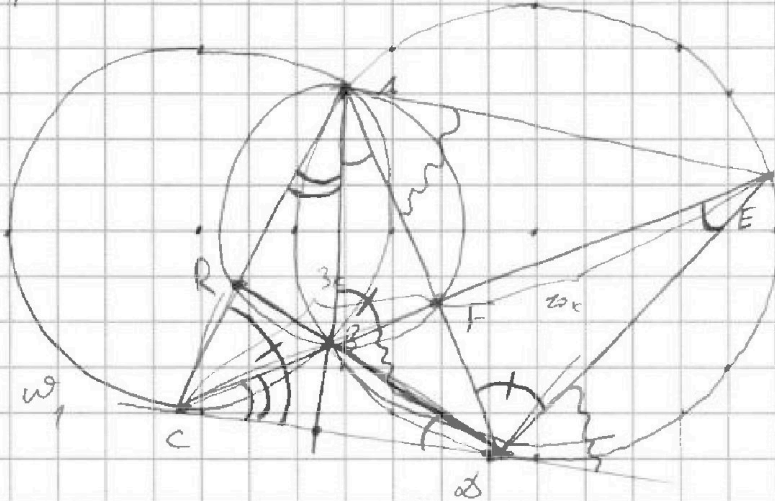
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№9



$$\frac{FE}{DR} = \frac{DE}{CP}$$

$$CB \cdot CE = CD^2$$

$$\omega_2 \frac{AC}{AE} = \frac{3}{20}$$

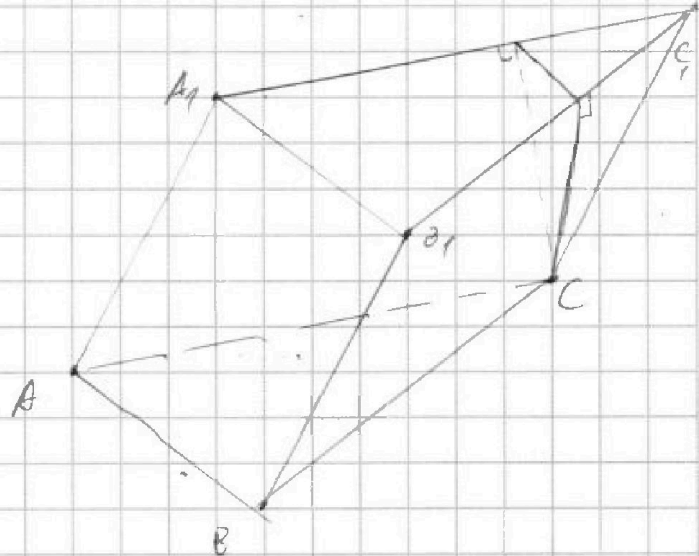
№5



относительно "средней линии" - $C_{\text{ср}}^4$
 разделим на 4 прямоугольника ($50 \cdot 125$)
 углы по соседней стороне тогда в сумме
 ω - не определена по условию
 определена по условию

сумма углов равна, тогда $C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_4^1$

№7



$$\begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + 1 \end{cases}$$

$$a = c + 1, b = c + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + 1 \end{cases}$$

$$a = c + 1, b = c + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + 1 \end{cases}$$

$$a = c + 1, b = c + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + 1 \end{cases}$$