



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

### 11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен  $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$ , двенадцатый член равен  $2 - x$ , а восемнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $7 : 20$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $500 \times 120$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 1000$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}; \quad b_{12} = 2-x; \quad b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

пусть знаменатель дроби равен  $q$ .

$$\sqrt{(25x+34)(3x+2)} = b_{10} = \frac{b_{12}}{q^2} = \frac{2-x}{q^2} \rightarrow \sqrt{(25x+34)^3(3x+2)^3} = \frac{(2-x)^3}{q^6}$$

$$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b_{18} = b_{12} \cdot q^6 = (2-x)q^6$$

$$\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3} \cdot (25x+34)^3 \cdot (3x+2)^3} = (2-x)^4 \quad \frac{q^6}{q^6}$$

$$(25x+34)^2 = (2-x)^4$$

$$25x+34 = (2-x)^2$$

$$25x+34 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 - \text{не подходит} \quad \text{ОДЗ} \\ x = 30 - \text{подходит} \quad \text{ОДЗ} \end{cases}$$

Ответ: 30

ОДЗ:  
 $\sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$   
 $3x+2 \neq 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{z}$

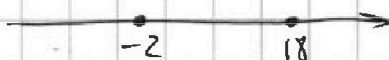
$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} \quad (1)$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \quad (2)$$

рассмотрим (2):

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}$$

макс. знач.  $\sqrt{400-z^2}$  равно 20,  
(достигается при  $z=0$ )



$ y+2 $	-	+	+
$ y-18 $	-	-	+

а)  $y \leq -2$ :

$$-y-2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-3y+34 = \sqrt{400-z^2}$$

т.к.  $y \leq -2$ , то  $-3y \geq 6$ ;  $-3y+34 \geq 40 > 20$ , т.е. нет. реш.

б)  $y > 18$ :

$$y+2+2y-36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$3y-34 = \sqrt{400-z^2}$$

т.к.  $y > 18$ , то  $3y > 54$   
 $3y-34 > 20$ , т.е. нет. реш.

в)  $y \in (-2; 18]$ :

$$+y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$-y+38 = \sqrt{400-z^2}$$

$-y+38$  убывает с ростом  $y$ ,

при этом наименьшее знач. на  $(-2; 18]$  достигается при  $y=18$ , и оно равно 20, т.е.

есть реш.  $y=18$  и нет других.

$$20 = \sqrt{400-z^2}, \text{ значит } z=0$$

т.е. реш. (2) является:  $\begin{cases} y=18 \\ z=0 \end{cases}$

подставим это в (1):  $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2 \cdot 0} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2+0}$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)} \quad (3)$$

область определения:

$$\begin{cases} x \geq -6 \\ 3-x \geq 0 \\ (x+6)(3-x) \geq 0 \end{cases}$$

$x \in [-6; 3]$ , при этом область опреф.  $\sqrt{(x+6)(3-x)}$  совпадает с областью опреф.  $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}$ , т.е.  $\rightarrow$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

√2 (продолжение)

→, т.е. ~~область~~  $\sqrt{(x+6)(3-x)} \Leftrightarrow \sqrt{x+6} \cdot \sqrt{3-x}$  - на области определения.

возведем левую и правую части (3) в кубы:

$$(x+6) + (3-x) + 49 + 14\sqrt{x+6} - 14\sqrt{3-x} - 2\sqrt{(x+6)(3-x)} = 4(x+6)(3-x)$$

$$29 + 7(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) = \sqrt{(x+6)(3-x)} + 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = \frac{1}{7} (\sqrt{(x+6)(3-x)} + 2(x+6)(3-x) - 29)$$

подставим  $\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}$  в (3):

$$\frac{1}{7} (\sqrt{(x+6)(3-x)} + 2(x+6)(3-x) - 29) + 7 = 2\sqrt{(x+6)(3-x)}$$

пусть  $\sqrt{(x+6)(3-x)} = t$ , тогда  $(x+6)(3-x) = t^2$  ( $t \geq 0$ )

$$\frac{1}{7} (t + 2t^2 - 29) + 7 = 2t; \rightarrow 2t^2 + t - 29 + 49 = 14t; \rightarrow$$

$$\rightarrow 2t^2 - 13t + 20 = 0 \rightarrow 2(t-4)(t-\frac{5}{2}) = 0$$

$\begin{cases} t=4 - \text{уб.} * \\ t=\frac{5}{2} - \text{уб.} * \end{cases}$   $\xrightarrow{\text{обратная замена}}$   $\begin{cases} \sqrt{(x+6)(3-x)} = 4 \\ \sqrt{(x+6)(3-x)} = \frac{5}{2} \end{cases}$

$$\rightarrow \begin{cases} 18 - 3x - x^2 = 16 \\ (18 - 3x - x^2) \cdot 4 = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 2 = 0 & D_1 = 9 + 2 \cdot 4 = 17 \\ 4x^2 + 12x + 25 - 18 \cdot 4 = 0 & D_2 = 144 + 4 \cdot 4 \cdot 47 = \\ & = 16 \cdot (9 + 47) = \\ & = 16 \cdot 56 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{-12 \pm 4 \cdot 2\sqrt{14}}{8} = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{14} \end{cases}$$

Нужно проверить корни на то, что они входят в область определ.

$$0 < \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} < \frac{-3 + \sqrt{25}}{2} = 1 \leq 3; \quad 0 > \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} > \frac{-3 - \sqrt{25}}{2} = -4 \geq -6;$$

$$* 0 < -\frac{3}{2} + \sqrt{14} < -\frac{3}{2} + \sqrt{16} = \frac{5}{2} \leq 3; \quad 0 > -\frac{3}{2} - \sqrt{14} > -\frac{3}{2} - \sqrt{16} = -\frac{11}{2} \geq -6,$$

т.е. все корни ~~область~~  $\downarrow$  продолжение следует



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{2}$  (число продолжение)

Ответ:  $y=18; z=0;$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x - \cancel{p \cdot 3 \cos x} + 6 \cdot 2 \cos^2 x - 6 +$$

$$+ \cancel{3p \cos x} + 12 \cos x + 10 = 0$$

$$p \cdot 4 \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cdot \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

~~мысль~~

мысль  $\cos x = t$ , тогда

$$\cancel{p t^3 + 3 t^2 + 3 t + 1 = 0}$$

$$f(t) = y = p t^3 + 3 t^2 + 3 t + 1$$

при  $t=0$ :  $y=1$

при этом, когда  $y = \cos x = t$  было же.

нужно, когда  $t \in [-1; 1]$ .

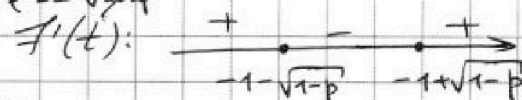
~~мысль~~

$$f'(t) = 3 p t^2 + 6 t + 3 = 0$$

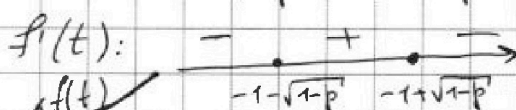
$$p t^2 + 2 t + 1 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4p}}{2} = -1 \pm \sqrt{1-p}$$

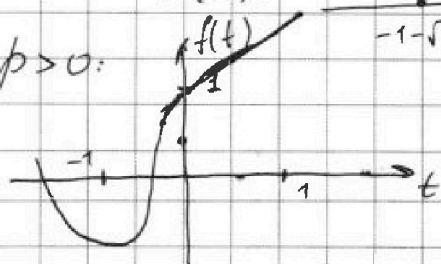
при  $p > 0$ :



или при  $p < 0$ :



т.е. при  $p > 0$ :



т.е. достаточно проверить  $f(-1) < 0$   
 $-p + 1 < 0$ , т.е.  $p > 1$

$$\cos 3x = \cos(2x+x) =$$

$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

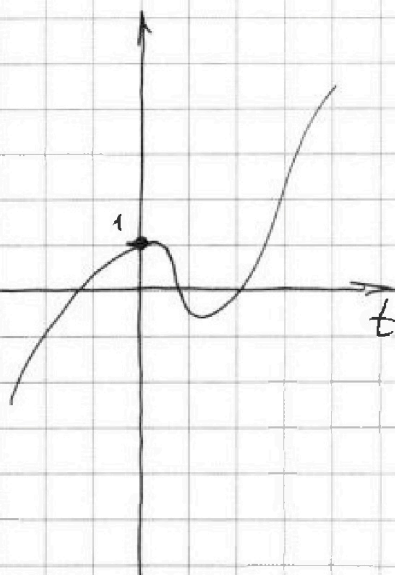
$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x -$$

$$- 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x +$$

$$+ 2 \cos^3 x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 (продолжение)

при  $p > 1$   $\sqrt{1-p}$  - не сущ., значит  $f'(t) > 0$  всегда,

т.е. есть только одно реш. на  $\mathbb{R} (-1; 0)$

при этом заметим, что при  $p = 1$  есть одно реш.  $t = -1$ ,

т.е.  $\cos x = -1$ ;  $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

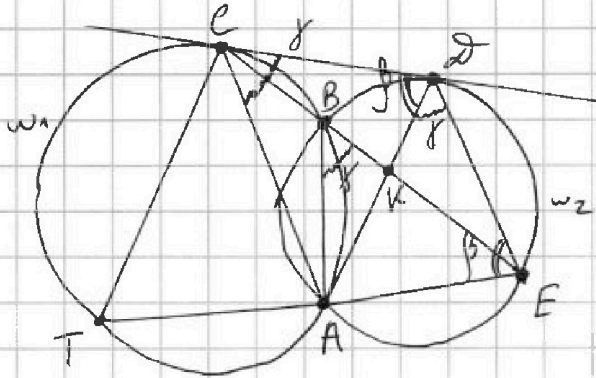
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$

0) пусть  $AD \cap CE = K$ , тогда по усл.  
 $CK/KE = 7/20$

пусть  $\angle DEA = \beta$   
1) пусть  $\angle DCA = \gamma$ , тогда



$\angle CBA = 180^\circ - \gamma$ ,  
~~определены~~  
( $\angle DCA = \angle CTA = \gamma$  - по л-с-сб-у  
угла между кас. и хордой,  
а  $\angle CTA + \angle CBA = 180^\circ$ , то.  
 $\angle CBA = 180^\circ - \gamma$ )  
тогда  $\angle EBA = 180^\circ - (180^\circ - \gamma) = \gamma$   
(или смежный  $\angle CBA$ )

$\angle ADE = \angle ABE = \gamma$  - как биссектрисе, опущ. на одну дугу.

2)  $\angle CDA = \angle DEA$  - по л-с-сб-у угла между кас. и хордой, тогда  
 $\triangle CDA \sim \triangle DEA$  - по л-с-сб-у углам,

значит  $\frac{CD}{DE} = \frac{DA}{AE} = \frac{CA}{AD}$

$\angle CAD = \angle DAE$  (т.к.  $\triangle CDA \sim \triangle DEA$ ), значит ( $AD \cap CE = K$ )

$AK$  - биссектр.  $\triangle ACE$ , т.е.  $\frac{CA}{AE} = \frac{CK}{KE} = \frac{4}{20}$

$AE = \frac{20}{4} CA$

3) из подобия  $DA^2 = AE \cdot CA = \frac{20}{4} CA^2$ ;  $DA = \sqrt{\frac{20}{4}} CA$ , значит

$\frac{CD}{DE} = \frac{CA}{AD} = \frac{1}{\sqrt{20}}$ ;  $\frac{DE}{CD} = \sqrt{20}$

Ответ:  $\frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{20}{7}}$





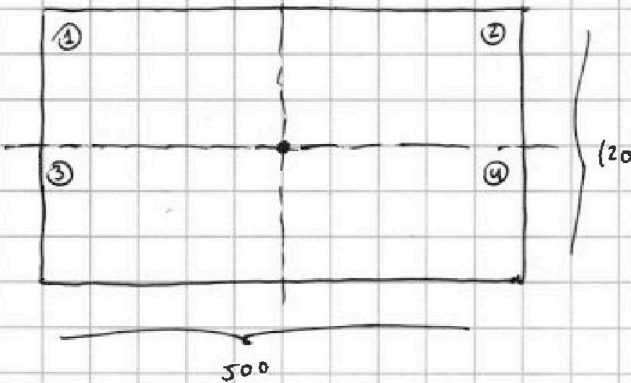
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 ср. линия - середина высоты



т.е. количество клеток в высоте и ширине прямоугольника, то 5-я линия в углу 4-х клеток, а ср. линия проходит по границам клеток.

Разобьем все способы на части:

1) существует центральная симметрия (при этом другие симметрии тоже могут существовать): центральная симметрия означает, что если мы закрасим некоторые клетки в прямоугольнике 1, то картинка в 4 уже будет определена. Аналогично для 2 и 3).

Значит, если мы закрасим 4 клетки в 1+2 (верхняя половина исходного прямоугольника), то мы сразу получим картинку для 3+4, т.е.

кол-во способов:  $\binom{15000}{4}$  (кол-во клеток в 1, 2, 3, 4 равно и равно:  $\frac{500 \cdot 120}{4} = 15000$ )

$\binom{30000}{4}$  (при этом закрас. 4 клетки, т.е. ~~какие-то~~ клеток, которые мы потом закрасим в нижней части столько же, сколько закрас. в верхней, а всего 8)

2) существует симметрия отн. горизонтальной ср. линии прямоугольника (при этом нет центральной симметрии).

2.1) Рассмотрим сразу наличие обеих симметрий: пусть мы закрасили какие-то клетки в 1, тогда мы знаем рисунок в 3 и 4,

при этом т.е. ч симм, то у рисунка в 3 на <sup>измени</sup> знаем рис. в 2, значит закрасить в 2 мы знаем, что нужно закрасить во всем прямоугольнике, т.е.

в 3 надо закрасить  $\frac{8}{4} = 2$  клетки, т.е. кол-во способов:

$\binom{15000}{2}$  заметим также, что если есть симм. отн. верт. и отн. гориз. ср. линии, то появляется и симм. отн. верт. ср. линии

(3 симметрии существуют только вместе, нет случаев сумм 2-х из 3-х <sup>только</sup>)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение)

2.2) если есть симм. отн. гориз. ср. линии и возможные другие симм. отн., если мы зафиксируем  $\frac{8}{2} = 4$  клетки в  $\textcircled{1} + \textcircled{4}$ , то определим рас. на всем прямоугол, т.е. кол-во способов:  $C_{30000}^4$

объединяя 2.1) и 2.2):  $C_{30000}^4 - C_{15000}^2$  - кол-во способов зафиксировать клетки, чтобы возникла симм. отн. гориз. ср. линии, но не было у-симм.

3) Аналогично пункту 2) (т.е. кол-во клеток в  $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}$  равно):

$C_{30000}^4 - C_{15000}^2$  - кол-во способов получить симм. отн. Вертик. ср. линии, и чтобы не было центр. симм. (а значит и гориз. симм.)

объединяя 1), 2), 3):  $C_{30000}^4 + C_{30000}^4 - C_{15000}^2 + C_{30000}^4 - C_{15000}^2 =$

$$= (3 \cdot C_{30000}^4) - (2 \cdot C_{15000}^2) = 3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$$

Ответ:  $3 \cdot C_{30000}^4 - 2 \cdot C_{15000}^2$



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$(a, b, c) - ?$   
 $\in \mathbb{Z}$

$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ b - a \not\equiv 0 \pmod{3} \\ (a-c)(b-c) = p^2, \text{ где } p - \text{ простое} \\ a^2 + b = 1000 \end{array} \right\} \text{ а } p - \text{ простое}$$

т.е.  $(a-c)(b-c) = p^2$ , при этом  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , то возможны только 6 случаев:

~~1)  $\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}$  тогда  $a=b$ , но  $a < b$ , т.е. не подходит~~

2)  $\begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases}$  тогда  $a-b = p^2 - 1 > 0$ , но  $a-b < 0$ , т.е. не подходит

3)  $\begin{cases} a-c=-p \\ b-c=-p \end{cases}$  тогда  $a=b$  - аналогично пункту 1)

4)  $\begin{cases} a-c=-p^2 \\ b-c=-1 \end{cases}$  тогда  $a-b = -p^2 + 1 < 0$  - т.е. подходит

5)  $\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$  тогда  $a-b = -p^2 + 1 < 0$  - т.е. подходит

6)  $\begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases}$  тогда  $a-b = p^2 - 1 > 0$  - не подходит аналогично пункту 2)

получаем, что для того, чтобы  $(a-c)(b-c) = p^2$  нужно, чтобы

$a-b = -p^2 + 1$ , т.е.  $b-a = p^2 - 1$ , при этом по условию  $b-a \not\equiv 0 \pmod{3}$ .

Используя Малую теорему Ферма:  $p_1^{3-1} \equiv 1 \pmod{3}$ , где  $p_1$  взаимно простое с 3,

т.е.  $p_1^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$ , значит для любого  $p_1$  - взаимно простого с 3, с 3 (а это любое число больше 1 и целое)  $p_1^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$ , а значит

$b-a \equiv 0 \pmod{3}$ , что не подходит по условию. При этом для целых чисел  $< -1$   $b-a \equiv 0 \pmod{3}$  тоже т.е.  $p_1^2 = (-p_1)^2$ . Осталось

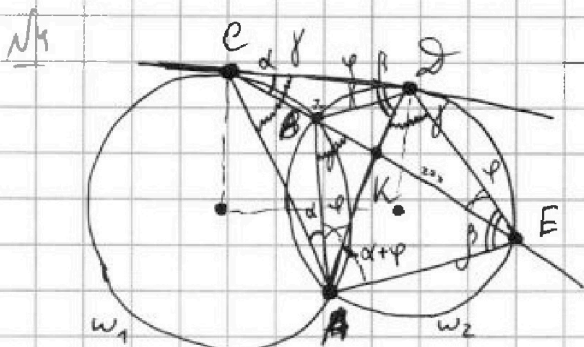
рассмотреть  $p = \pm 1$  и  $p = 0$ , но тогда  $p^2 - 1 \leq 0$ , а значит  $a \geq b$ , что тоже не подходит. Т.е. таких троек 0. Ответ: 0 (таких троек нет)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

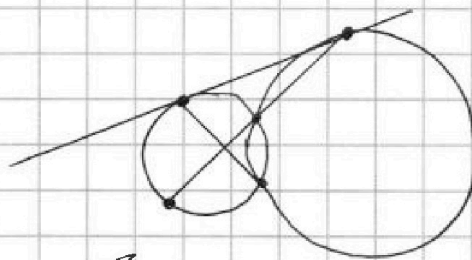
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\triangle ACD \sim \triangle ADE$

~~Решение~~



~~Решение~~

$$\frac{CA}{AE} = \frac{7}{20}; AE = \frac{20}{7} CA$$

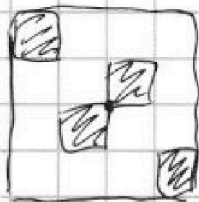
$$\frac{CA}{AD} = \frac{AD}{AE} = \frac{ED}{CD}$$

$$\frac{20}{7} CA^2 = AD^2 = \frac{8 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 5}{4 \cdot 8 \cdot 7} =$$

$$CA = \frac{2}{3} a$$

$$AD = \sqrt{\frac{50}{7}} a$$

$$500 \cdot 30 = 15000$$

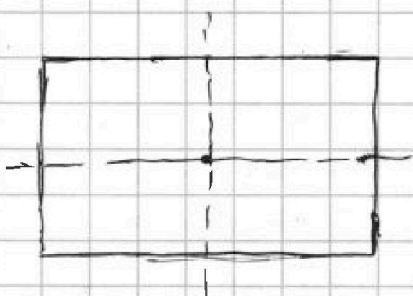


$$2 \cdot 1 + 32 + 36 = 70$$

$$AE = \frac{20}{7} a$$

$$2 \cdot C_4^4 + 2 \cdot C_4^3 \cdot 4 + C_4^2 \cdot C_4^2$$

$$2 \cdot C_{15000}^4 + 2 \cdot C_{15000}^3 + C_{15000}^2 \cdot C_{15000}^2 + 2 \cdot C_{30000}^1 - C_{15000}^2$$



$$1) 2 \cdot C_{15000}^4 + 2 \cdot C_{15000}^3 + (C_{15000}^2)^2$$

$$2) C_{30000}^4 - C_{15000}^2$$

$$3) C_{30000}^4 - C_{15000}^2$$

$$2 \cdot C_{15000}^4 + 2 \cdot C_{15000}^3 + C_{15000}^2 \cdot C_{15000}^2 + 2 \cdot C_{30000}^1 - C_{15000}^2$$

$$2 \cdot \frac{15000!}{4! \cdot (15000-4)!} + 2 \cdot \frac{15000!}{3! \cdot (15000-3)!} + \frac{15000! \cdot 15000!}{2! \cdot 2! \cdot (15000-2)! \cdot (15000-2)!} + 2 \cdot \frac{30000!}{4! \cdot (30000-4)!} - 2 \cdot \frac{15000!}{2! \cdot (15000-2)!}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~2. 15000...~~

$$\frac{1 \cdot 15000 \dots 14597}{4!} + \frac{2 \cdot 15000 \dots 14598}{3!} + \frac{15000 \cdot 14599 \cdot 15000 \cdot 14595}{2! \cdot 2!} +$$

$$+ 2 \cdot \frac{30000 \dots 25997}{4!} = 2 \cdot \frac{15000 \cdot 14599}{2!} =$$

$$= 15000 \left( \frac{\dots 97}{12} + \frac{\dots 98}{3} + \frac{14599^2}{4} + \frac{\dots 25997}{6} - 14599 \right) =$$

$$= 15000 \cdot 14599 \cdot \left( \frac{\dots 97}{12} + \frac{\dots 98}{3} + \frac{14599}{4} + \frac{25999 \cdot 25997}{3} - 1 \right)$$

$$39 - 31 = 8$$

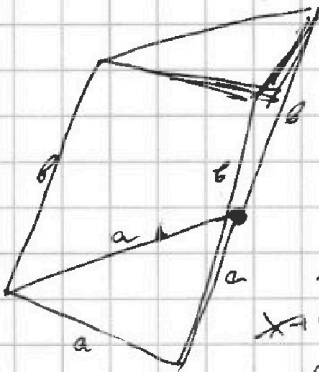
N6

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a-c = b-c$$

$$a-c=1; b-c=p^2$$

$$b-a = p^2 - 1$$



$$51 + 38$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ + 53 \\ \hline 86 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ + 52 \\ \hline 84 \end{array} \quad 31$$

861

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

$$a^2 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$u = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}; \quad a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$x \rightarrow 6+3-x + 49 + 14\sqrt{x+6} - 14\sqrt{3-x} -$$

$$- 2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} = 4(x+6)(3-x)$$

$$\frac{2}{11} \sqrt{2} \sqrt{3} = x \quad 29 + 4(\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x}) - \sqrt{(x+6)(3-x)} =$$

$$= 2(x+6)(3-x)$$

$$95 = 2h + 6 = 6 \quad 0 = \frac{1}{2}h - x + 2x = 81 - \frac{1}{2}h + x \quad 52 = h \cdot (2x - x - 81)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(3-x)(x+6)}$$

$$4 = \sqrt{3-x}(\sqrt{x+6} + 1) + \sqrt{x+6}(\sqrt{3-x} + 1)$$

$$\frac{13}{2} = \sqrt{3-x}(\sqrt{x+6} + \frac{1}{2}) - (\sqrt{x+6} + \frac{1}{2})$$

$$\frac{13}{4} = (\sqrt{x+6} + \frac{1}{2})(\sqrt{3-x} - \frac{1}{2})$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x+6}}(\sqrt{3-x} - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2\sqrt{3-x}}(\sqrt{x+6} + \frac{1}{2}) = \frac{13}{4} \cdot 0$$

$$\frac{\sqrt{3-x} - \frac{1}{2}}{\sqrt{x+6}} - \frac{\sqrt{x+6} + \frac{1}{2}}{\sqrt{3-x}} = 0$$

$$3-x - \frac{1}{2}\sqrt{3-x} - x - 6 - \frac{1}{2}\sqrt{x+6} = 0$$

$$-3-2x = \frac{1}{2}(\sqrt{3-x} + \sqrt{x+6})$$

$$9 + 12x + 4x^2 = \frac{1}{4}(3-x+x+6 + 2\sqrt{\dots}) \quad -3-2x \leq 0$$

$$2x \geq -3$$

$$x \geq -\frac{3}{2}$$

$\sqrt{3}$

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 6(2 \cos^2 x - 1) + 3 \cos x(p+4) + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 3 \cos x p + 12 \cos x - 3 \cos x - 6 + 10 = 0$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$-p \cdot 3 \cos^2 x \cdot \sin x - 6 \cos x \cdot \sin x - 3 \sin x = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$p \cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$$

$$D = 4 - 4p$$

$$-p + 1 \geq 0 \quad p \leq 1$$

$$\cos x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4p}}{2} = -1 \pm \sqrt{1-p}$$

$$p t^3 + 3t^2 + 3t + 1 = 0$$

$$-p + 1 \geq 0 \quad p + 1 \geq 0$$

$$\cos 3x = \cos(x+2x) =$$

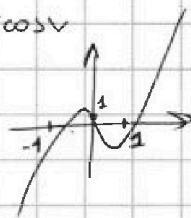
$$= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x =$$

$$= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \sin^2 x \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x =$$

$$= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x =$$

$$= 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$



$$p+1 \leq 0$$

$$p \leq -1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)(3x+2)}; \quad b_{12} = 2-x; \quad b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$\left(\frac{2-x}{9^2}\right)^3 = \sqrt{(25x+34)^3(3x+2)^3}$$

$$(2-x)9^6 = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}}$$

$$(2-x)^4 = \sqrt{(25x+34)^2(3x+2)^3} \cdot \frac{25x+34}{(3x+2)^3} = (25x+34)^2$$

$$(2-x)^2 = 25x+34$$

$$x^2 - 4x + 4 = 25x + 34$$

$$x^2 - 29x - 30 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 & \text{— не подходит} \\ x = 30 \end{cases}$$

№2

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z} & -y-2+2y+36 = \sqrt{\dots} \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} & -3y+34 = \sqrt{\dots} \end{cases}$$

$$x \geq -6$$

$$3-x-2z \geq 0; \quad x \leq 3-2z$$

$$2z \leq 3-x \quad -6 \quad 3-2z \geq -6$$

$$2z \leq 9 \quad (z \leq \frac{9}{2})$$

$$y \geq x^2 + 3x - 2 \geq$$

$$\geq -\frac{9}{2} - 2 \geq -9$$

$$y \in [-2; 18]$$

$$20 = \sqrt{400-z^2}$$

$$z = 0$$

$$-y+38 = \sqrt{400-z^2} \quad y+2-2y+36 = \sqrt{400-z^2}$$

$$18 \leq y \leq 38$$

$$\begin{cases} z = 0 \\ y = 18 \end{cases}$$

$$x^2 + 3x - 18 \leq 0$$

$$(x+6)(x-3) \leq 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{(3-x)(x+6)}$$

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{3-x} + 2\sqrt{(3-x)(x+6)}$$

$$\sqrt{x+6} + \sqrt{3-x} - 7 = 2\sqrt{3-x}(1 + \sqrt{x+6})$$

$$u - v + 7 = 2uv$$

$$\sqrt{x+6} + 7 = 2\sqrt{3-x}(2\sqrt{x+6} + 1)$$

$$x+6+7y+14\sqrt{x+6} = (3-x)(4(x+6)+1+4\sqrt{x+6})$$

$$x+55+14\sqrt{x+6} = (3-x)(4x+25+4\sqrt{x+6})$$