



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, b_9 = b_7 \cdot q^2 = x+3, b_{15} = b_7 \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}, \text{ где } b_i - i\text{-ый член прогрессии,}$$

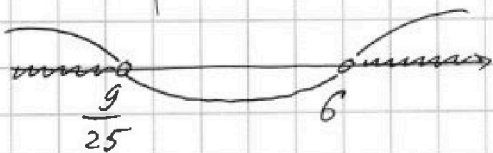
$q$  - знаменатель прогрессии

Заметим, что  $b_7 \neq 0, b_9 \neq 0, b_{15} \neq 0$ , т.к.

иначе  $b_7 = b_9 = b_{15} = 0$ , т.е.  $\begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{9}{25} \end{cases} \quad \times$

$$q^8 = \frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

1) Чтобы подкоренные выражения  $b_7$  и  $b_{15}$  были ~~равны~~ больше 0:



$$\begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ x > 6 \end{cases}$$

2) Заметим, что  $b_7 > 0, b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow b_9 > 0$ ,  
 $\begin{matrix} \nearrow > 0 & \nearrow > 0 \end{matrix}$

т.е.  $x > -3$

Из 1) и 2):  $\begin{cases} -3 < x < \frac{9}{25} & (\text{случай 1}) \\ x > 6 & (\text{случай 2}) \end{cases}$

Воздор случаев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Случай 1: } -3 < x < \frac{9}{25} \Rightarrow x - 6 < 0$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{6-x} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{6-x}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{6-x}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+3 = \sqrt{9-25x} \quad \left. \begin{array}{l} x+3 > 0 \\ \Rightarrow x^2+6x+9 = 9-25x \Rightarrow \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x^2+31x=0 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} x=0 \in (-3; \frac{9}{25}) \Rightarrow \text{подходит} \\ x=-31 < -3 \Rightarrow \text{не подходит} \end{array} \right.$$

$$\text{Случай 2: } x > 6$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{x-6} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+3 = \sqrt{25x-9} \quad \left. \begin{array}{l} x+3 > 0 \\ \Rightarrow x^2+6x+9 = 25x-9 \Rightarrow \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x^2-19x+18=0 \Rightarrow (x-1)(x-18)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} x=1 < 6 \Rightarrow \text{не подходит} \\ x=18 > 6 \Rightarrow \text{подходит} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \{0; 18\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + |y-5| = \sqrt{81-2z} \end{cases}$$

Рассмотрим второе ур-ние системы

Выбор случаев:

1)  $y \geq 5$

$$\underbrace{5y - 16}_{\geq 9} = \underbrace{\sqrt{81-2z}}_{\leq 9, \text{ т.к. } z \geq 0} \Rightarrow \text{такое возможно}$$

но, только если  $y=5, z=0$

2)  $-4 \leq y < 5$

$$\underbrace{-3y + 24}_{> 9} = \underbrace{\sqrt{81-2z}}_{\leq 9} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

3)  $y < -4$

$$\underbrace{-5y + 16}_{> 36} = \underbrace{\sqrt{81-2z}}_{\leq 9} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Значит, исходная система равносильна

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)} \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4\sqrt{(1-x)(x+5)} - 4 \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{(1-x)(x+5)} = 10 \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4\sqrt{(1-x)(x+5)} + 16 - \\ - 16\sqrt{(1-x)(x+5)} \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

Пусть  $t = \sqrt{(1-x)(x+5)}$ , тогда 1-ое ур-ние

системы равносильно

$$4t^2 - 14t + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2,5 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разбор случаев:

$$1) \sqrt{(1-x)(x+5)} = 1 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases} \leftarrow 2\sqrt{2} < 3 \Rightarrow \text{оба корня} \in [-5; 1]$$

$$2) \sqrt{(1-x)(x+5)} = 2,5 \Leftrightarrow -x^2 - 4x - 1,25 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1,25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \text{ не подходит} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \text{ не подходит} \end{cases}$$

$$\sqrt{11} < 4 \Rightarrow \text{оба корня} \in [-5; 1]$$

Ответ:  $y = 5, z = 0,$

$$\begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \\ x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(\cos 3x + \cos x) + (2p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$2p(\cos 2x \cdot \cos x + \cos x) + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$2p \cos x (\cos 2x + 1) = 12 \cos^2 x + 4 - 12 \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1 + \sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x)(\cos^2 x - 2 \cos x + 1 - \sqrt[3]{p-1} \cos x - 1) \cdot (\sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x) + (\sqrt[3]{p-1})^2 \cdot \cos^2 x = 0$$

Пусть  $f(x) = x^3$ , а  $t = \cos x$  ( $\Rightarrow t \in [-1, 1]$ )  $\Rightarrow$

$\Rightarrow f(t-1) = f(\sqrt[3]{1-p} \cdot t)$ ;  $f$  монотонно

возрастает по  $x \Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t-1 = \sqrt[3]{1-p} \cdot t \Rightarrow t(1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

При  $p=0$  равенство ~~не выполняется~~ не выпол-

нено  $\Rightarrow p \neq 0 \Rightarrow t = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}$ . Решений нет

при  $\begin{cases} \frac{1 - \sqrt[3]{1-p}}{1} < -1 & \text{случай 1} \\ p=0 & \\ \frac{1 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 1 & \text{случай 2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

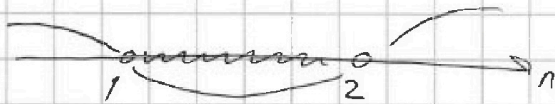
Разбор случаев:

Случай 1:

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < -1 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < 0$$

$$n = \sqrt[3]{1-p}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ \sqrt[3]{1-p} < 2 \end{cases}$$



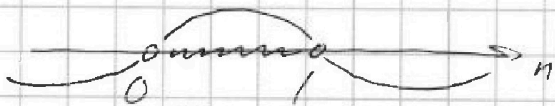
$$\Rightarrow \begin{cases} p < 0 \\ p > -7 \end{cases}$$

Случай 2:

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 0$$

$$n = \sqrt[3]{1-p}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ \sqrt[3]{1-p} > 0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} p < 0 \\ p < 1 \end{cases}$$

следовательно, решений нет при  $p \in (-7, 1)$

Ответ: решения есть при  $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$ ;  
~~тогда~~  $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



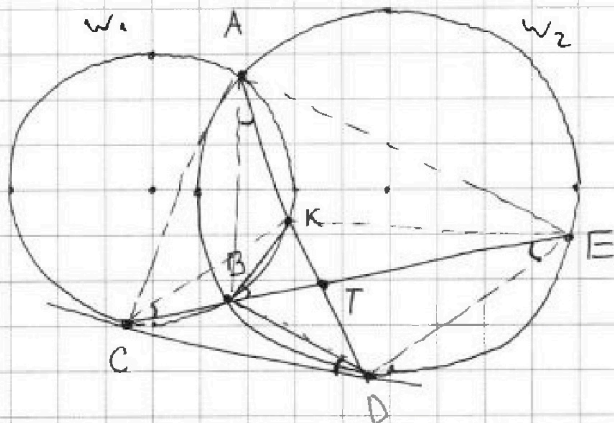


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$TA \cdot TK = TC \cdot TB \quad (\text{степень точки } T \text{ отн. } w_1)$$

$$TB \cdot TE = TA \cdot TD \quad (\text{степень точки } T \text{ отн. } w_2)$$

$$\Rightarrow \frac{TK}{TD} = \frac{TE}{TE} = \frac{2}{5} \Rightarrow \Delta BKT \sim \Delta DTE \Rightarrow \frac{BK}{DE} = \frac{2}{5}$$

$$\Delta BKT \sim \Delta BAT \Rightarrow \frac{BK}{AB} = \frac{TK}{BT} = \frac{BT}{AB}$$

$\angle BDC = \angle CED$  (углы между кас и хордой и угла, опир. на дугу, стяг. хордой)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CDB = \angle TAB$  (=  $\angle BED$  т.к. вписан. четырехугольник) =  $\angle KCT$  (с  $\Delta KB$  вписанной)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta CKT \sim \Delta ABT \Rightarrow \frac{BT}{KT} = \frac{AB}{CK} \Rightarrow BT = CK$$

$\angle KCB = \angle KBT \Rightarrow$  м.  $B$  совм. с м.  $C \Rightarrow$

$$\Rightarrow CD = BD, \quad \frac{CT}{TE} = \frac{2}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. стороны прямоугольника имеют четную длину, никакие клетки не лежат на линиях симметрии

1) Найдем кол-во им-в точек, обладающих симметрией относительно центра:

Каждой клетке в прямоугольнике симметрична относительно центра ровно одна другая клетка  $\Rightarrow$  выберем 4 клетки, другие задаются однозначно для центральной симметрии  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  всего вариантов  ~~$(100 \cdot 400 - 2)$~~

~~$(100 \cdot 400 - 2) \cdot (100 \cdot 400 - 4) \cdot (100 \cdot 400 - 6)$~~

$(100 \cdot 400) \cdot (100 \cdot 400 - 2) \cdot (100 \cdot 400 - 4) \cdot (100 \cdot 400 - 6)$

$4! \cdot 2^4$

$\nearrow$  выбираем 4 несим. друг другу клетки  $\leftarrow$  т.к. записав номер каждой клетки на сим. ей даст тот же случай

2) Сим. отн. средней линии при стороне 100. Выбираем 4 клетки в "верхней" половине прямоугольника, и оставшиеся задаются однозначно  $\Rightarrow$  вариантов  $(50 \cdot 400) \cdot (50 \cdot 400 - 1) \cdot (50 \cdot 400 - 2) \cdot (50 \cdot 400 - 3)$

3) Сим. отн. <sup>4!</sup> средней линии при стороне 400. Выбираем 4 клетки в "левой" половине



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

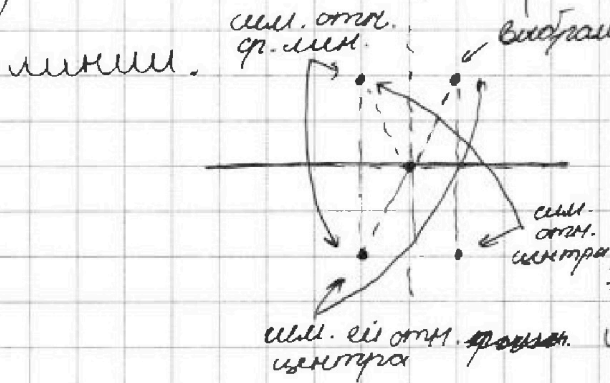
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

прямоугольника, 4 оставшиеся задаются однозначно  $\Rightarrow$  вариантов  $\frac{(100 \cdot 200)(100 \cdot 200 - 1)(100 \cdot 200 - 2)}{4! \cdot (100 \cdot 200 - 3)}$

4) И сим. отн. центра, и сим. отн. ср. линий.



Заметим, что для 4-ех точек в этом случае они образуют прямоугольник  $\Rightarrow$  от сим. отн. центра и обеих средних линий

Такой прямоугольник однозначно задается точкой в одной из четвертей первого исходного (прямоугольника)  $\Rightarrow$  вариантов  $\frac{(50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)}{2}$  — число способов

выбрать два  $m$  прямоугольника, т.е.

8 точек. Этот случай учитываем по одному разу в каждом из случаев 1-3, т.е. (т.е. 2-мишних раза)

всего вариантов

$$\frac{40000 \cdot (40000 - 2) \cdot (40000 - 4) \cdot (40000 - 6)}{4! \cdot 2^4} + 2 \cdot \frac{20000 \cdot (20000 - 1) \cdot (20000 - 2) \cdot (20000 - 3)}{4!}$$

$$- 2 \cdot \frac{10000 \cdot (10000 - 1)}{2} \text{ — ответ}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если  $(a-c)(b-c) = p^2$ , где  $p$  - простое число, то либо  $\begin{cases} a-c = b-c = p \\ a-c = 1, b-c = p^2 \\ b-c = 1, a-c = p^2 \end{cases}$ , а т.к.

$a < b$ , то возможен только случай  $c = a - 1, b - c = p^2$

$$b - a = p^2 - 1 \not\equiv 3$$

~~$$a^2 + b = a^2 + p^2 + a - 1 = 410$$~~

~~$$a^2 + b = a^2 + p^2 + a - 1 = 410$$~~

~~$a^2 \geq |a|$ , т.к.  $a$  - число  $\Rightarrow a^2 + p^2 + a - 1 \geq p^2 - 1$ ,  
т.е.  $p^2 - 1 \leq 410 \Rightarrow p \leq 26$~~

~~$p^2 - 1 \not\equiv 3$   
приведем~~

квадрат числа при делении на 3 может давать либо 0, либо 1  $\Rightarrow (p^2 - 1 \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 \not\equiv 3) \Rightarrow p = 3$

$$b - a = 8$$

$$a^2 + a + 8 = 410$$

$$a^2 + a - 402 = 0$$

$$D = 2809 = 53^2 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ a = -24 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \\ a = -24 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases}$$

← ответ:  $a = 26, b = 34, c = 25$  или  $a = -24, b = -19, c = -28$

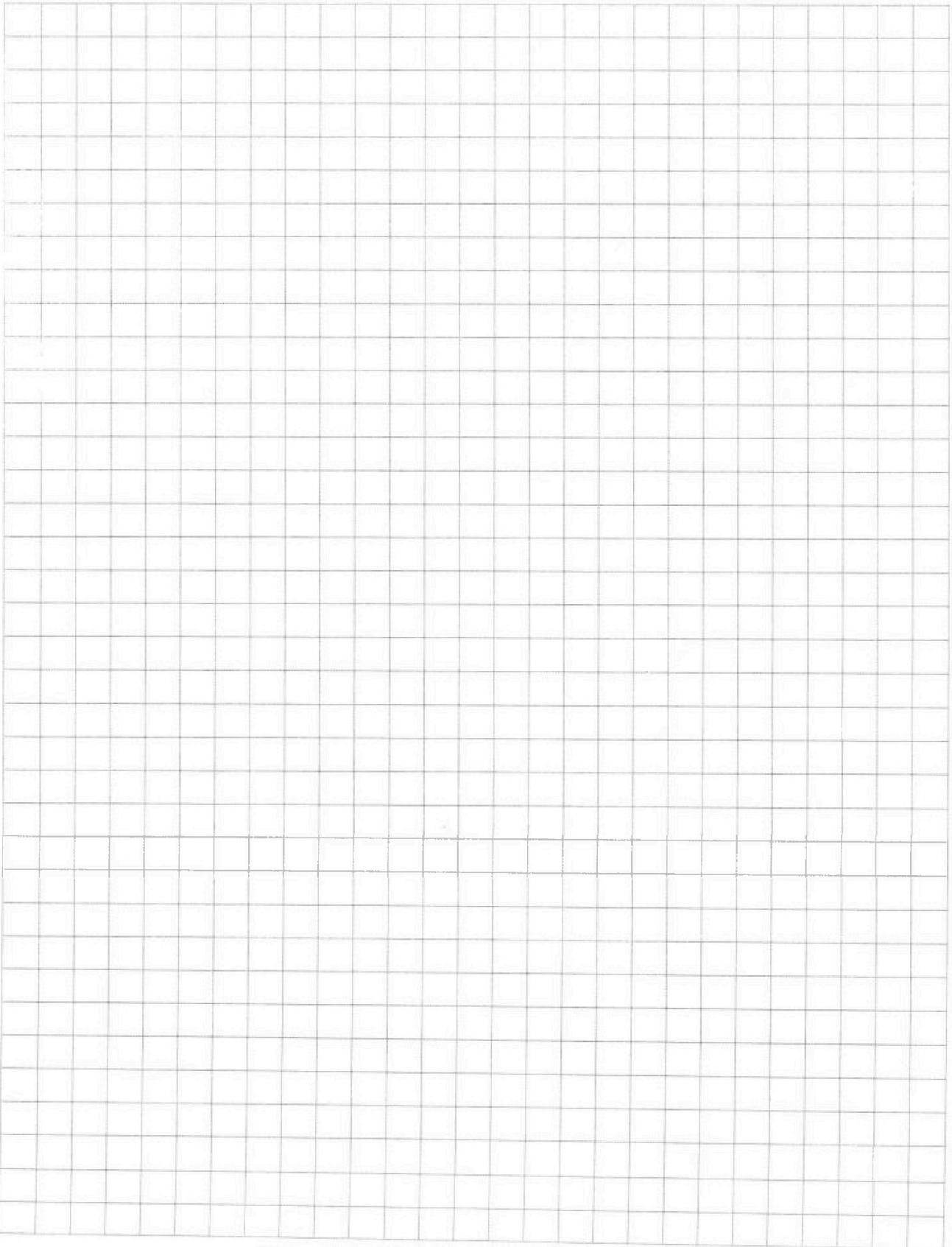


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

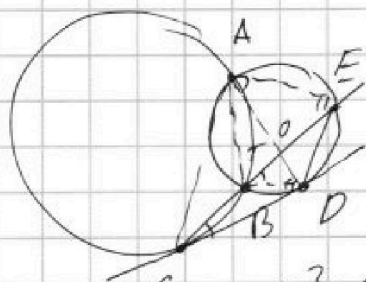
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$1y+41 + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2}$$

$$y^2+8y+16 + 4y^2 - 40y + 100 + 8|y-5| + 41 = 81-2^2$$

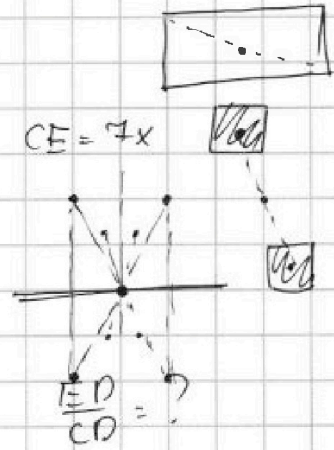
$$5y^2 - 32y + 116 + 8|y-5| + 41 = 81-2^2$$



CT-CE

$$\frac{189}{54} CD^2 = CE \cdot CB$$

$$\frac{629}{54} OE = \frac{AO}{CO} = \frac{5x}{2}$$



$$a^2 + a + 1 = 700D$$

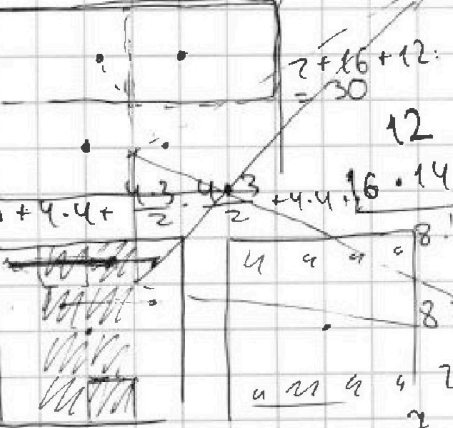
$$a^2 + a - 709 = 0$$

$$D = 1$$

$$4 \cdot 709 = 2836$$

$$2800 + 2836 = 5636$$

$$5636 - 2831 = 2805$$



$$CD^2 = CE \cdot CB$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$

$$\frac{DE}{AD} = \frac{DE}{AB} = \frac{DT}{BT}$$

$$\frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$

$$TB \cdot TC = TK \cdot TA$$

$$TD \cdot TB \cdot TE = TD \cdot TA$$

$$\frac{TD}{TK} = \frac{TE}{TC} = \frac{2}{5}$$

$$16 - 4 \cdot 1,25$$

$$CD^2 = PK \cdot AD$$

$$9(a-1) \geq 0 \Rightarrow CD^2 = CB \cdot CE$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -5$$

$$4z + x \leq 1$$

$$y - 4x - x^2 + 2 \geq 0$$

$$4z \leq 6 \quad z \leq 1,5 \quad y \geq 4x + x^2 - 2 = (x-1)(x+5)$$

$$y \geq (x+2)^2 - 2 - 4$$

$$1,5 + y \geq (x+2)^2 - 4$$

$$y \geq (x+2)^2 - 6,5$$

$$1) y > 5$$

$$5y - 16 = \sqrt{81 - 2z^2} \leftarrow \text{максимум } y$$

$$x \leq 2,5$$

$$2) -4 < y \leq 5$$

$$-4y \leq y + 4 + 20 - 4y = \sqrt{81 - 2z^2}$$

$$24 - 3y = \sqrt{81 - 2z^2}$$

$$24 - 3y \text{ максим. минимум } y$$

$$(x+1)(x+5)$$

$$2t^2 - 3t + 5 = 0$$

$$(x+1)(x+5)$$

$$(1-x)(4x-10)$$

$$(1-x)$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 1$$

$$-x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$D = 16 + 16 = 32$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad b_9 = b_7 \cdot q^2 = x+3 \quad b_{15} = b_7 \cdot q^8 =$$

$$= \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \quad q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} \quad \text{* все правильно. } x > 6$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} = \sqrt{25x-9}$$

$$x^2 + 86x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$
$$h \cdot l = e \quad h^2 + y^2 = x^2 \quad x^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} x \cdot x$$

$$h_1 \cdot l = 3 \quad h_2 \cdot l = 2$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2z}$$

$\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$   
 $\cos \alpha =$

$$x > -5 \quad x+4z < 1 \quad y+2-4+(x-2)^2$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab} \quad x - x^2 - 4z + 5 - 5x - 20z$$

$$x \cdot e \cdot \frac{h}{x}$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} + \sqrt{1-x-4z}$$

~~$x \geq -5$~~   
 $x+4z \leq 1$   
 ~~$4z \leq 1$~~   $4z \leq 6 \Rightarrow z \leq \frac{3}{2} = 1,5$   
 $4z \leq 6$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + p \cos x + (2p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot \cos 2x \cdot \cos x + (2p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2p \cdot \cos x \cdot \cos^2 x + (2p+12) \cdot \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$\cancel{2p \cos x} - \cancel{4p \cos^3 x} + \cancel{2p \cos x} + 12 \cos x = \cancel{12 \cos^2 x} + 10$$

2116

$$2p \cos x (\cos^2 x + 1) + 12 \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cos^2 x + 4$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + 1$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1 + \sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x) (\cos^2 x - 2 \cos x + 1 + \sqrt[3]{p-1} \cos x (\cos x - 1) + (\sqrt[3]{p-1})^2 \cdot \cos^2 x) = 0$$

$$f(x) = f(y) \quad \cos x = t$$

$$(t-1)^3 = (1-p) \cdot t^3 \quad f(x) = x^3 \uparrow \text{no } x$$

~~2116~~

$$\begin{matrix} 1-p < 8 \\ p > \end{matrix}$$

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < -1$$

$$f(t-1) = f(\sqrt[3]{1-p} \cdot t)$$

$$t(1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

$$1-p > 0 \Rightarrow p < 1$$

$$3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

9.