



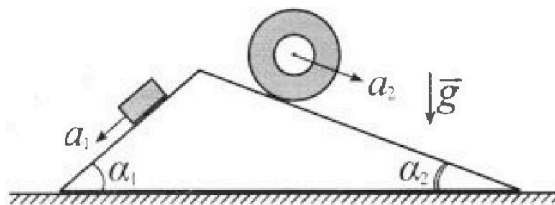
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

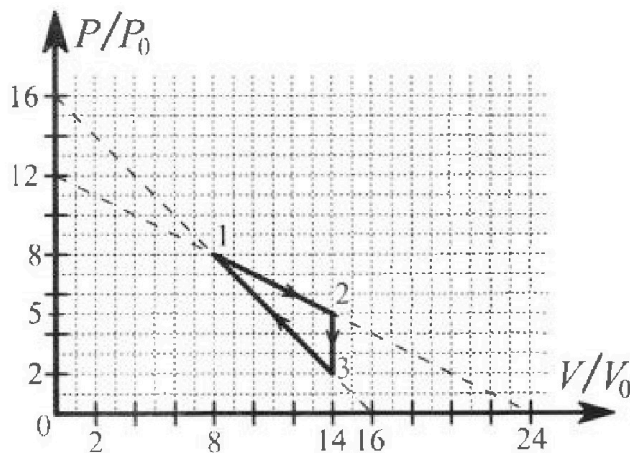


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

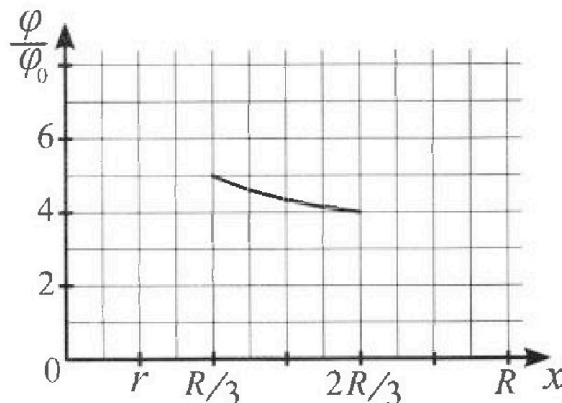
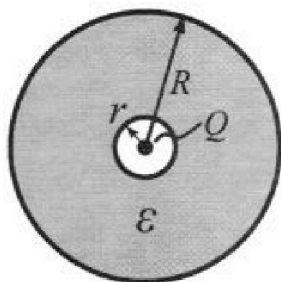
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



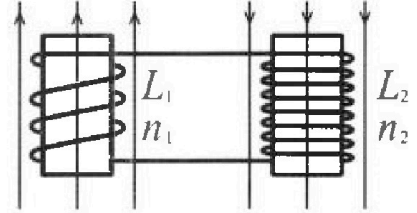
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

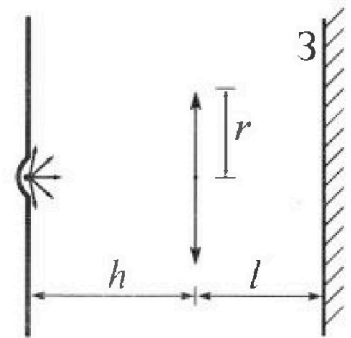


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_3 = \left(\frac{36 - 210 + 600 - 156}{25 \cdot 13} \right) \text{ mg} = \left(\frac{636 - 366}{13 \cdot 25} \right) \text{ mg} = \frac{27 \cdot 8 \cdot 2}{13 \cdot 5 \cdot 8} \text{ mg} =$$
$$= \frac{54}{65} \text{ mg}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{3}{65} \text{ mg}$; 2) $F_2 = \frac{4}{26} \text{ mg}$; 3) $F_3 = \frac{54}{65} \text{ mg}$;



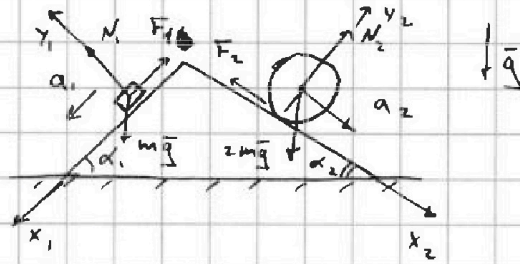
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

① II закон для бруска на ось x_1 :



$$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{6}{13} \right) = \frac{39-30}{65} mg = \underline{\underline{\frac{9}{65} mg}}$$

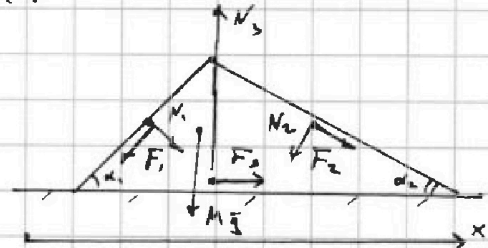
② Т.к. о движении с.м. для цилиндра на ось x_2 :

$$2ma_2 = 2mg \sin \alpha_2 - F_2 \rightarrow F_2 = 2m(g \sin \alpha_2 - a_2) =$$

$$= 2mg \left(\frac{5}{13} - \frac{1}{4} \right) = 2mg \cdot \frac{20-13}{52} = \underline{\underline{\frac{7}{26} mg}}$$

③ Рассм. силы, действ. на клин:

Т.к. клин не подвижен усл. равн. вдоль оси x :



$$F_{3x} + F_2 \cos \alpha_2 = F_1 \cos \alpha_1 \rightarrow$$

$$\rightarrow F_{3x} = F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 = \frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5}$$

$$F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 + F_3 = N_2 \sin \alpha_2 + F_1 \cos \alpha_1$$

$$\underline{\underline{F_3 = F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1}}$$

- Равновесия бруска и цилиндра на оси y_1 и y_2 , соотв.:

$$y_1: N_1 = m_1 g \cos \alpha_1, \quad y_2: N_2 = 2m_2 g \cos \alpha_2$$

$$\underline{\underline{T.O.}} \quad F_3 = F_1 \cos \alpha_1 - F_2 \cos \alpha_2 + 2mg \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2 - mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 =$$

$$= \left(\frac{9}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{7}{26} \cdot \frac{12}{13} + \frac{2 \cdot 5 \cdot 12}{13 \cdot 13} - \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 5} \right) mg = \frac{(9 \cdot 4 - 7 \cdot 6 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 5 - 3 \cdot 4 \cdot 13)}{5 \cdot 5 \cdot 13} mg$$

M - масса клина

N_3 - сила реакции со стор. стола на клин

N_1 - сила реакции со стор. бруска

N_2 - сила реакции со стор. цилиндра



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2.

① Работа газа за цикл - площ. внутри цикла в pV:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (p_2 - p_3)(V_2 - V_1), \text{ где } V_i - \text{объем в } i\text{-ом сост.}$$

$$A = 3p_0V_0$$

p_i - давление в i -ом состоянии

Изм. внутр. энергии газа в процессе 1-2:

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (70 - 60) p_0 V_0 = 3 p_0 V_0$$

Т.о. $\frac{\Delta U_{12}}{A} = 1$

② Температуру в сост. 3 находим из ур. сост.

уг. газа: $p_3 V_3 = \nu R T_3 \rightarrow T_3 = \frac{28 p_0 V_0}{\nu R}$

~~т. Первое нач. термодин. для беск. малого процесса:~~

~~$\delta Q =$~~ Зададим функцию процесса 1-2:

$$p(V) = -\frac{p_0}{2V_0} V + 12 p_0$$

Ур. беск. малого процесса: $p dV + V dp = \nu R dT$
 $V = \text{const}$, при T_{max} имеет след. вид: $p dV + V dp = 0$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p_0}{2V_0} \text{ - из диффер. функции;}$$

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V}$$

$$p_1 = \frac{p_0 V_1}{2V_0} \leftarrow \text{давл. при } T_{\text{max}}$$

Т.о. $\frac{p_0 V_1}{2V_0} = -\frac{p_0 V_1}{2V_0} + 12 p_0 \leftarrow p_1 = p(V_1)$

$$\rightarrow V_1 = 12 V_0 \rightarrow p_1 = p(12 V_0) = 6 p_0$$

Тогда ур. сост. для газа при T_{max} :



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p, V_1 = \nu R T_{\max} \rightarrow T_{\max} = \frac{72 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\text{Т.О.} \quad \frac{T_{\max}}{T_s} = \frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7}$$

③ КПД будем искать по формуле: $\eta = \frac{A}{Q_n}$

$$A = 9 p_0 V_0 \quad \text{— из п.1.}$$

$$Q_n = Q_{n12} + Q_{n31}, \text{ где}$$

(в процессе 2-3 — работ. холодильник)

Q_{nij} — кол-во теп.

нагр. в а. ij процесс.

- Первое нач. термодин. для беск. малого процесса:

$$\text{— из п.2} \rightarrow p dV + V dp = \nu R dT$$

$$\delta Q = \frac{3}{2} \nu R dT + p dV$$

$$\delta Q = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp$$

- Зададим ур. 1-2 и 3-1 проц.:

$$(1-2) \text{ из п.2. : } p(V) = -\frac{p_0}{2V_0} V + 12 p_0 \rightarrow \frac{dp}{dV} = -\frac{p_0}{2V_0}$$

$$(3-1) \text{ из п.2. : } p(V) = -\frac{p_0}{V_0} V + 16 p_0 \rightarrow \frac{dp}{dV} = -\frac{p_0}{V_0}$$

Если $\delta Q > 0$, то нагр. если $\delta Q < 0$, то холог.

$$\bullet \text{ Рассм. процесс 1-2: } \delta Q = -\frac{5}{4} \cdot \frac{p_0}{V_0} V dV + 30 p_0 dV +$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{p_0}{V_0} V dV = 30 p_0 dV - 2 p_0 \frac{V}{V_0} dV = 2 \frac{p_0}{V_0} (15V_0 - V) dV$$

$$\delta Q > 0 \text{ при } V < 15V_0 \quad (\text{из п.1}) \quad (dV > 0)$$

$$\text{Т.О.} \quad Q_{n12} = Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = 9 p_0 V_0 + \left(\frac{8 \cdot 16 - 5 \cdot 10}{2} \right) p_0 V_0 =$$

$$= (8 + 64 - 25) p_0 V_0 = 48 p_0 V_0$$

$$\bullet \text{ Рассм. процесс 3-1: } \delta Q = -\frac{5}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V dV + 40 p_0 dV =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} V dV = 40 p_0 dV - 4 \frac{p_0}{V_0} V dV = 4 \frac{p_0}{V_0} (10V_0 - V) dV \quad (dV < 0)$$

Т.К. В.Ф. СЕРОВ



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\delta Q > 0 \quad \text{при} \quad V > (V_0 \cdot 10)$$

Т.о. Нагреватель В 3-1 работает от 14% до 10%

$$Q_{н31} = \frac{3}{2} (6\rho_0 \cdot 10V_0 - 2\rho_0 \cdot 14V_0) = \underbrace{\left(\frac{36\rho_0 V_0}{2} - \frac{4\rho_0 V_0}{2} \right)}_A =$$

$$= (30 - 12 - 16) \rho_0 V_0 = \underline{32 \rho_0 V_0}$$

Т.о. $Q_n = 80 \rho_0 V_0 \rightarrow \underline{\underline{\eta = \frac{3}{80}}}$

Ответ: 1) $\frac{\Delta U_{12}}{A} = 1$; 2) $\frac{T_{max}}{T_3} = \frac{18}{7}$; 3) $\eta = \frac{3}{80}$;



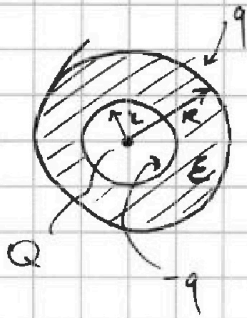
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

53.



① Поле вне шара будет, как от заряда Q , а в диэл. также, но в ϵ раз меньше (т.к. диэл. — линейный)

Пусть поляриз. заряды q и $-q$, снаружи и в полости соотв. Найдем q из усл. на поле внутри диэлектрика:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2} \cdot \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(-q)}{x^2} \rightarrow q = \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon} Q$$

Тогда потенциал на $x = \frac{5R}{6}$ будет созд.

$Q, -q$ — как точ. заряды на расст. $x = \frac{5R}{6}$ и q — как на поверхности R :

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{x} + \frac{(-q)}{x} + \frac{q}{R} \right) \xrightarrow{x=\frac{5R}{6}} \varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{6Q}{5R} + \right. \\ &+ \left. \left(-\frac{(\epsilon-1)}{\epsilon} \cdot \frac{6Q}{5R} \right) + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{R} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{6}{5} + \frac{-6(\epsilon-1)}{5\epsilon} + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon} \right) \frac{Q}{R} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{6\epsilon - 6\epsilon + 6 + 5\epsilon - 5}{5\epsilon} \right) \frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(5\epsilon+1)}{5\epsilon} \cdot \frac{Q}{R} \end{aligned}$$

② Рассм. крайние точки на графике:

1. $\varphi_1 = 5\varphi_0$, $x_1 = \frac{R}{3}$;

2. $\varphi_2 = 4\varphi_0$, $x_2 = \frac{2R}{3}$;

Находим формулу для потен. внутри диэл. $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{Q}{x} - \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{x} + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{R} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{R+x(\epsilon-1)}{\epsilon x R} \right) Q$$

Подставим φ_1 и φ_2 :

$$1. \quad 5\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1 + \frac{1}{3}(\epsilon-1)}{\frac{\epsilon}{3} R} \cdot R Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(2+\epsilon)}{\epsilon R} \cdot Q \quad (1)$$

$$2. \quad 4\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1 + \frac{2}{3}(\epsilon-1)}{\frac{\epsilon}{3} R} \right) Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(5+\epsilon)}{\epsilon R} \cdot Q \quad (2)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \quad 5\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot (2 + \epsilon) \frac{Q}{\epsilon R}$$

$$(2) \quad 4\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{2} + \epsilon\right) \frac{Q}{\epsilon R}$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5}{4} = \frac{2 + \epsilon}{\frac{1}{2} + \epsilon}$$

Решаем получ. ур.: $8 + 4\epsilon = \frac{5}{2} + 5\epsilon \rightarrow \underline{\underline{\epsilon = \frac{11}{2}}}$

Ответ: 1) $\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(5\epsilon + 1)Q}{5\epsilon R}$;

2) $\epsilon = \frac{11}{2} = 5,5$;



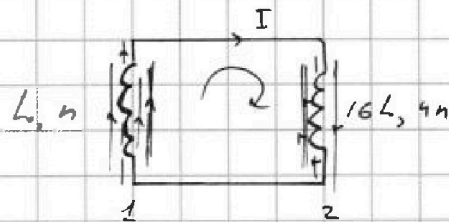
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

54.

① Напряж. на катушках
равны, через них ток один
и тот же.



- Поток через первую катушку: $\Phi_1 = LI + B_1 Sn$

- Поток через вторую катушку: $\Phi_2 = 16LI + 4B_2 Sn$

Обход контура: $-\frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d\Phi_2}{dt} = 0 \rightarrow L$

$$\frac{dB_1}{dt} = \alpha, \quad \frac{dB_2}{dt} = 0 \quad (\text{т.к. } B_2 = \text{const}) \quad \Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\Phi = 17LI + (B_1 + 4B_2)Sn \quad - \text{полный поток через весь контур.}$$

- Т.к. контур — сверхпроводящий, то $\Phi = \text{const}!$

$$\text{Т.о.} \quad \frac{d\Phi}{dt} = 17L \frac{dI}{dt} + \alpha Sn = 0 \rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{\alpha Sn}{17L}$$

② Т.к. $\Phi = \text{const}$, то поток B на в. равен потоку в конце: $\Phi_0 = \Phi_1$

$$\Phi_0 = \left(\frac{B_0}{3} + 4 \cdot 3B_0\right)Sn, \quad \Phi_1 = 17LI + \left(\frac{B_0}{3} + 4 \cdot \frac{3}{4}B_0\right)Sn$$

$$\Phi_0 = 13B_0Sn, \quad \Phi_1 = \frac{28}{3}B_0Sn + 17LI$$

$$\text{Т.о.} \quad \Phi = \text{const} \rightarrow I = \frac{11}{3} \cdot \frac{B_0Sn}{17L} = \frac{11}{51} \cdot \frac{B_0Sn}{L}$$

$$\text{Ответ: } 1) \left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\alpha Sn}{17L}; \quad 2) I = \frac{11}{51} \cdot \frac{B_0Sn}{L};$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ОТВЕТ: 1) $S_1 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$; 2) $S_2 = \frac{100}{9} \pi \text{ см}^2$;