

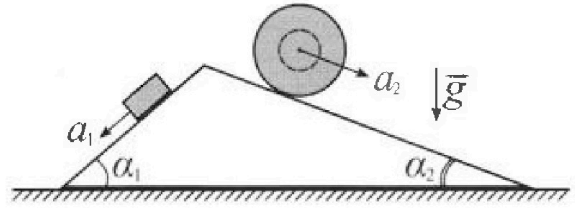
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

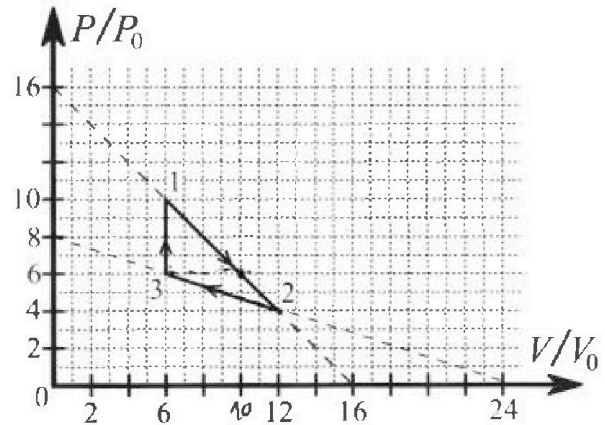
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

К каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

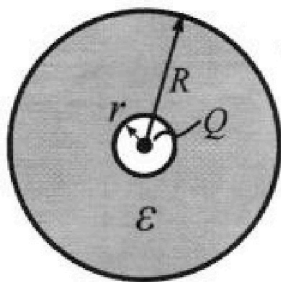


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

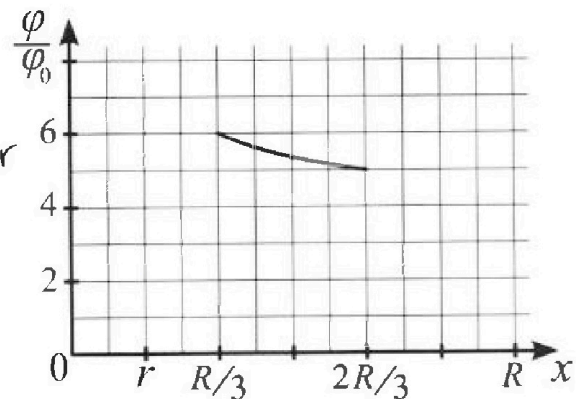
Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right)$



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

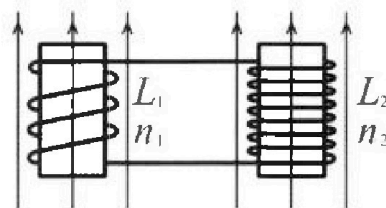
Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

$$\varepsilon = \Phi B \cos \alpha \quad \Phi = BS \cos \alpha$$

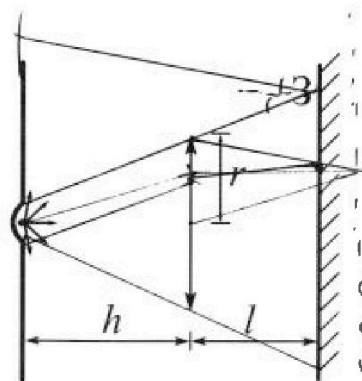


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



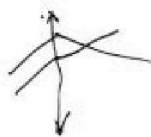
- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало Z . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 244 \\ \hline 884 \\ 432 \\ \hline 5184 \\ - 49 \\ \hline 5135 \end{array}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{12} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

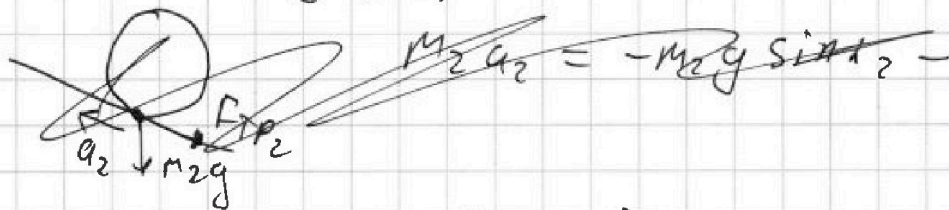
СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} \sqrt{1} \\ 1) \quad m_1 a_1 &= m_1 g \sin \alpha_1 - F_1 \\ F_1 &= m_1 (g \sin \alpha_1 - a_1) = \\ &= m \left(\frac{3}{5} g - \frac{5}{17} g \right) = \\ &= m \left(\frac{51 - 25}{85} g \right) = \frac{26}{85} mg \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad m_2 a_2 &= m_2 g \sin \alpha_2 + F_2 \\ F_2 &= m_2 (a_2 - g \sin \alpha_2) = m_2 (g \sin \alpha_2 - a_2) = \\ &= \frac{9}{4} mg \cdot g \left(\frac{8}{17} - \right. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} m_2 a_2 &= -m_2 g \sin \alpha_2 - \\ m_2 a_2 &= m_2 g \sin \alpha_2 - F_2 \\ F_2 &= m_2 (a_2 - g \sin \alpha_2) = m (g \sin \alpha_2 - a_2) = \\ &= \frac{9}{4} mg \cdot \left(\frac{8}{17} - \frac{8}{27} \right) = 18 mg \cdot \frac{10}{17 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{20}{51} mg \end{aligned}$$

3) Трусик и шар взаимодействуют на клин с силами $P_1 = m_1 |\vec{N}_1|$ и $P_2 = |\vec{N}_2|$

$$\begin{aligned} N_1 &= m_1 g \cos \alpha_1 & N_2 &= m_2 g \cos \alpha_2 \\ P_1 &= \frac{4}{5} mg & P_2 &= \frac{9}{4} mg \cdot \frac{15}{17} = \frac{135}{68} mg \end{aligned}$$

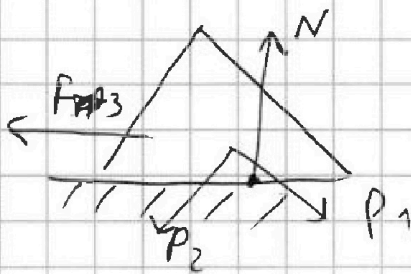


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$289 + 400 + 160 + 18 = 3468$~~
 ~~$N = P1 \cos \alpha + P2 \cos \alpha =$~~
 ~~$= \frac{13}{4} Mg$~~
 ~~$27000 + 27000 = 54000$~~
 ~~$13500 + 13500 = 27000$~~
 ~~$6750 + 6750 = 13500$~~

$$0 = F_3 + P_2 \cdot \sin \alpha_2 - P_1 \cdot \sin \alpha_1$$

$$F_3 = P_1 \sin \alpha_1 - P_2 \sin \alpha_2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} Mg - \frac{135}{68} \cdot \frac{8}{17} Mg =$$

$$= Mg \left(\frac{12}{25} - \frac{270}{172} \right) = \frac{12 \cdot 289 - 270 \cdot 25}{(17.5)^2} \cdot Mg =$$

$$= \frac{-3468 - 6750}{(17.5)^2} Mg = \frac{-3282}{(17.5)^2} Mg$$

$$|F_3| = \frac{3282}{(17.5)^2} Mg$$

Ответ: $F_1 = \frac{26}{85} Mg$, $F_2 = \frac{250}{51} Mg$

$$F_3 = \frac{3282}{(17.5)^2} Mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \quad |\Delta U_{12}| = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \left| \frac{3}{2} (48 p_0 V_0 - 60 p_0 V_0) \right| =$$

$$= .78 p_0 V_0$$

$$A_{12} = \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (V_2 - V_1) = .7 p_0 \cdot 6 V_0 = 42 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A_{12}} = \frac{9}{27}$$

$$2) \quad p_3 V_3 = \nu R T_3 \Rightarrow T_3 = \frac{36 p_0 V_0}{\nu R}$$

Найдем уравнение прямой графика

$$12 \quad \frac{p}{p_0} = 16 - \frac{V}{V_0}$$

$$p V = \nu R T_{\max}$$

T_{\max} — максимальная температура на графике 12

$$T_{\max} = \frac{pV}{\nu R}$$

T_{\max} будет максимальным при $p \cdot V$ максимальном

$$p \cdot V = p_0 V_0 \left(16 p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \right) \rightarrow \max$$

парабола ветви вниз

$$V^* = \frac{16 p_0 V_0}{2 \cdot \frac{p_0}{V_0}} = 8 V_0$$

$$p^* = 8 p_0$$

$$T_{\max} = \frac{64 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{\frac{64 p_0 V_0}{\nu R}}{\frac{36 p_0 V_0}{\nu R}} = \left(\frac{8}{6} \right)^2 = \left(\frac{4}{3} \right)^2 = \frac{16}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \quad J = \frac{Q_+}{A} \quad A_{123} = \frac{1}{2} \cdot 6V_0 \cdot 4\rho_0 = 12\rho_0 V_0$$

$$Q_{13} > 0 \quad Q_{23} < 0$$

А на участке 12 $Q_{system} > 0$,
а u - по \rightarrow Q_{system} эту точку (4)

$$\delta Q_{sys} = \delta U + \delta A \quad \delta Q_{\pm} = 0$$

$$\delta U = -\delta A \quad dU = \frac{3}{2} \cdot (p_1 V_1^2 - pV)^{\cdot}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \left(16\rho_0 - \frac{\rho_0}{V_0} V^2 \right) - V \left(16\rho_0 - \frac{\rho_0}{V_0} V \right)^{\cdot}$$

$$= \frac{3}{2} \left(16\rho_0 - \frac{2\rho_0}{V_0} V - 16\rho_0 + \frac{2\rho_0}{V_0} V \right) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{2\rho_0}{V_0} (V - V_0) = \frac{3\rho_0}{V_0} (V - V_0)$$

$$\delta A = - \left(\frac{p_1 + p}{2} (V - V_0) \right)$$

$Q = \text{const}$ или $p_0 V_0 = \text{const}$. $\gamma = \frac{5}{3}$ - адиобата

$$\left(\left(16\rho_0 - \frac{\rho_0}{V_0} V \right) V^{\frac{5}{3}} \right)^{\cdot} = (\text{const})^{\cdot}$$

$$\frac{5}{3} \cdot 16\rho_0 V^{\frac{2}{3}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\rho_0}{V_0} V^{\frac{5}{3}} \Rightarrow V = 10V_0$$

адиобата касается V прямой $\frac{p}{\rho_0} = 16 - \frac{V}{V_0}$

в точке $(10, 0)$ это точка 4 \Rightarrow

$$Q_+ = Q_{13} + Q_{14} = \frac{1}{2} (60\rho_0 V_0 - 30\rho_0 V_0) + \frac{1}{2} \cdot 4^2 \rho_0 V_0 = 36\rho_0 V_0 + 8\rho_0 V_0 = 44\rho_0 V_0 \Rightarrow J = \frac{12\rho_0 V_0}{44\rho_0 V_0} = \frac{3}{11}$$

ответ: $A_{123} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$; $J = \frac{3}{11}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем на участке 23 точку
где будем пересекать $Q > 0$ и $Q < 0$
таким образом эта точка 5

$$pV^\gamma = \text{const} \quad \gamma = \frac{5}{3}$$

$$\left(8p_0 - \frac{p_0}{3V_0} V \right) V^{\frac{5}{3}} = 0$$

$$\frac{40}{3} p_0 V^{\frac{2}{3}} - \frac{8p_0}{V_0} V^{\frac{5}{3}} = 0 \Rightarrow V = \frac{5}{3} V_0$$

эта точка не принадлежат
отрезку ~~32~~ 23 поэтому Q_{2350}

$$Q_+ = Q_{13} + Q_{14} = \frac{1}{2} (60 p_0 V_0 - 36 p_0 V_0) +$$

$$+ \frac{42}{2} p_0 V_0 = 36 p_0 V_0 + 8 p_0 V_0 = 44 p_0 V_0$$

$$\eta = \frac{12 p_0 V_0}{44 p_0 V_0} = \frac{3}{11}$$

$$\text{Ответ: } \left| \frac{A_{41}}{A_{12}} \right| = \frac{9}{27}$$

$$\frac{\Gamma_{\text{max}}}{\Gamma_3} = \frac{16}{9}$$

$$\eta = \frac{3}{11}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \quad -L_1 \frac{dI_1}{dt} = \frac{d(B_1 S)}{dt} n_1 \cos \alpha = 1$$
$$I_1 = \frac{2 S n}{L_1}$$

$$\text{Ответ: } \dot{I}_1 = \frac{2 S n}{L_1}$$

$$2) \quad -\frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) = \frac{d(B_1 S)}{dt} n_1 - \frac{d(B_2 S)}{dt} n_2$$

$$-\frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) = S \left(\frac{dB_1}{dt} n_1 - \frac{dB_2}{dt} n_2 \right)$$

$$-(L_1 + L_2) \int_0^I dI = S n_1 \int_{B_0}^{\frac{3}{2} B_0} dB_1 - S n_2 \int_{B_0}^{\frac{3}{2} B_0} dB_2$$

$$I \cdot (L_1 + L_2) = \frac{B_0 n S}{4} - 2 B_0 n S$$

$$\Rightarrow |I| = \frac{7 B_0 n S}{4(L_1 + L_2)}$$

$$\text{Ответ: } \dot{I}_1 = \frac{2 S n}{L_1}$$

$$I = \frac{7 B_0 n S}{4(L_1 + L_2)}$$

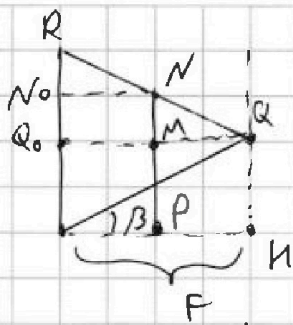


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$QN = \operatorname{tg} \beta \cdot F = \frac{r_0 F}{h} = \frac{2}{3} r_0; \quad NN_0 = L = \frac{h}{2}$$

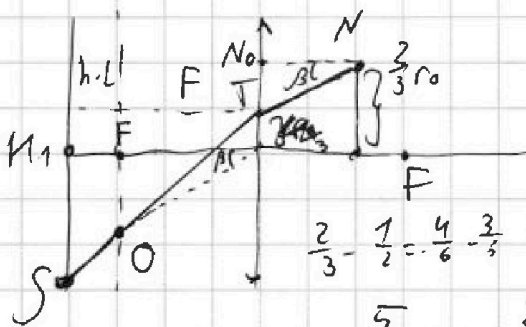
$$\frac{NM}{RQ_0} = \frac{F-L}{F} = 1 - \frac{L}{F} = \frac{1}{4}$$

$$RQ_0 = r_0 - QN = \frac{r_0}{3} \Rightarrow NM = \frac{r_0}{12}$$

$$\operatorname{tg} \angle RNN_0 = \frac{r_0}{2h} = \frac{r_0}{2h}$$

Этот луч отражается под таким же углом от зеркала

и этот луч еще раз пересекает миззу



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{OF}{F} \Rightarrow OF = \frac{r_0 F}{h} = \frac{2}{3} r_0$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{NO_T}{NN_0} \Rightarrow NO_T = \frac{r_0}{h} \cdot \frac{h}{2} = \frac{r_0}{2}$$

$$\frac{h}{3} + \frac{r_0}{6} = \frac{F}{h} = \frac{2}{3}$$

$$h_1 S = \frac{5}{6} r_0 \cdot \frac{2}{3} - \frac{r_0}{6} = \frac{r_0}{6} \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} - 1 \right) = \frac{7}{18} r_0$$

чем больше r_0 тем больше освещенная часть, $r_0 = r = 3 \text{ см}$

$$R_2 = h_1 S = \frac{7}{6}$$

$$S_2 = \pi \left((2R_1)^2 - (R_2)^2 \right) = \pi \cdot \left(144 - \frac{49}{36} \right) = \pi \left(\frac{144 \cdot 36 - 49}{36} \right) = \frac{5135}{36} \pi \text{ см}^2$$

Ответ: $S_1 = 27\pi \text{ см}^2$

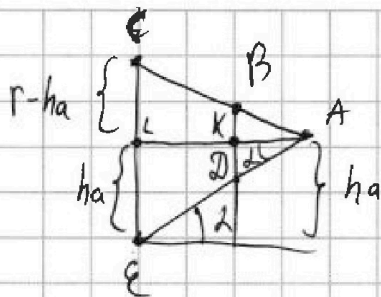
$$S_2 = \frac{5135}{36} \pi \text{ см}^2$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Надо найти высоту точки B ^{на}

~~$\frac{AD}{DE} = \frac{F-L}{L} = \frac{AK}{KL}$~~

$$\frac{AD}{AE} = \frac{F-L}{F} = \frac{AK}{AL} = \frac{KB}{CL}$$

$$KB = (r-ha) \cdot \frac{F-L}{F} = \frac{1}{3r} \cdot (1 - \frac{3}{4}) = \frac{1}{3} \text{ см}$$

$$R_{\text{осв}} = ha + KB = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = 3 \text{ см} - \text{радиус освещаемой окружности}$$

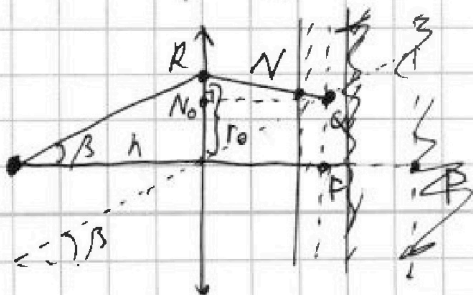
$$S_1 = \pi (R_1^2 - R_{\text{осв}}^2) = 24\pi \text{ см}^2 - \text{площадь освещенной части зеркала}$$

2) Если мы опять зациклимся между предметом и зеркалом, тогда она не пропускает свет, но радиус освещенной части будет равен $2R_1$, т.к. луч пойдет от зеркала под таким же углом.

~~Если мы уберем предмет, то рассмотрим предельный случай, когда луч проследит через верхнюю часть линзы~~

~~$\tan \angle CAE = \frac{r-ha}{F} = \frac{\frac{1}{3}r}{\frac{2h}{3}} = \frac{r}{2h} = \frac{3}{4} \text{ см}$~~

~~от которого опоздает луч от зеркала~~
Уберем предмет и пусть луч проследит линзу на высоте r_0



$$\tan \beta = \frac{r_0}{h} \quad \text{RA - предельный луч}$$

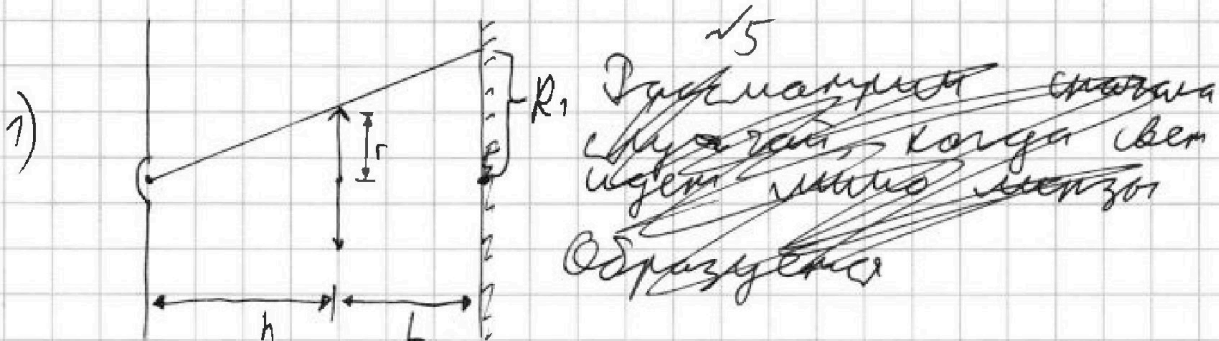


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Если мы поставим перед линзой предмет, тогда она не пропускала свет, но образуется неосвещенная часть окружности радиуса R_1

$$h = \frac{h+L}{R_1} \quad R_1 = r \left(1 + \frac{L}{h} \right) = 6 \text{ см}$$

Теперь уберем предмет от линзы и она будет пропускать свет

Рассмотрим предельный случай, когда свет проходит через верхнюю точку м.к. линзы собирающей линзы



$\text{tg} \alpha = \frac{f}{h}$
 Проведем прямую // данной через центр линзы

Оба луча пересекутся в одной точке на оптической оси

Найдем точку пересечения луча и зеркала
 высота точки A $h_a = \text{tg} \alpha \cdot f = \frac{2}{3} h \cdot \frac{f}{h} = \frac{2}{3} f$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P = 8 P_0 \left(\frac{V}{3 V_0} \right)^{\frac{5}{3}}$$
$$P \cdot V^{\frac{5}{3}} = 8 P_0 V_0^{\frac{5}{3}} \left(\frac{V}{3 V_0} \right)^{\frac{5}{3}}$$
$$P \cdot V^{\frac{5}{3}} = \frac{8 P_0 V_0^{\frac{5}{3}}}{3^{\frac{5}{3}}} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{\frac{5}{3}}$$
$$\frac{4}{3} P_0 \cdot V^{\frac{2}{3}} = \frac{8 P_0}{V_0} \cdot V^{\frac{5}{3}} = 0$$
$$V = \frac{5}{3} V_0$$