

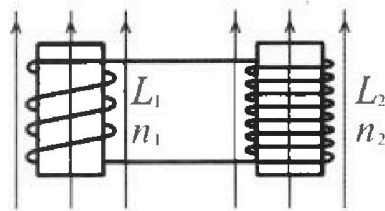
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

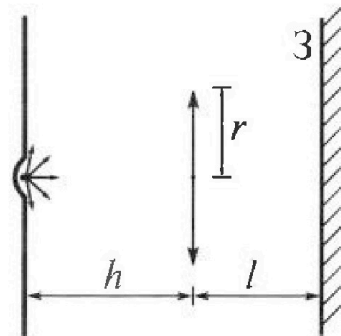


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L/4$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n/2$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. В начале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $3B_0/4$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $4B_0$  до  $8B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 4$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h/2$  расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $u\pi$ , где  $u$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



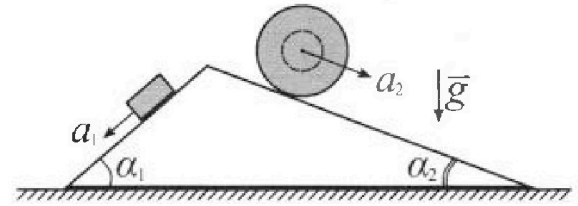
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

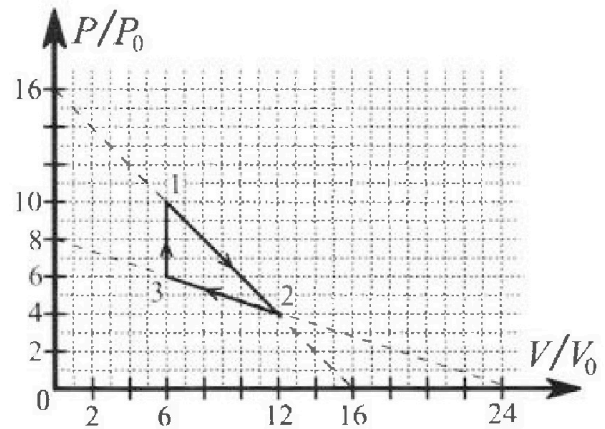
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $9m/4$  с ускорением  $a_2 = 8g/27$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

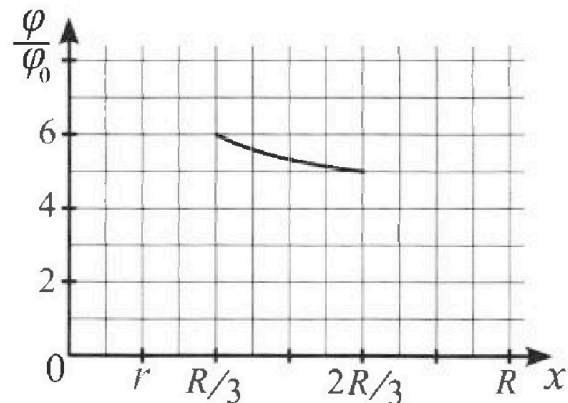
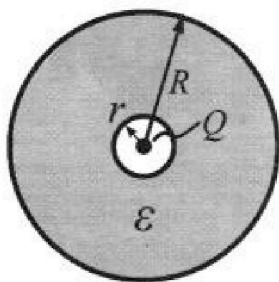


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 11R/12$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



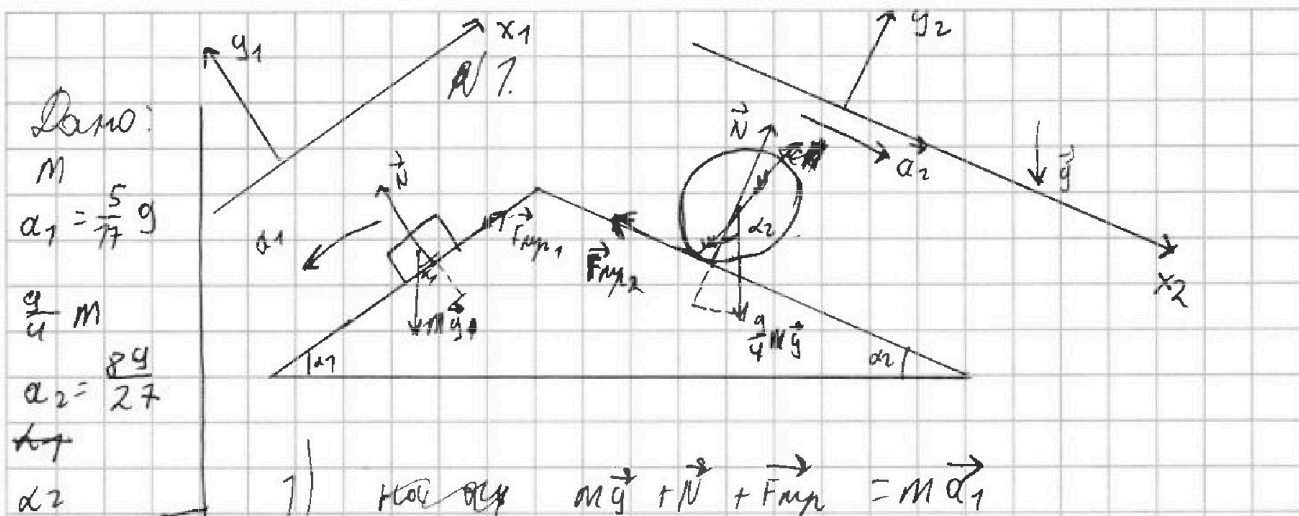


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



на ось  $x_1$ :

$$-Ma_1 = F_{mp1} - Mg \cdot \sin \alpha_1$$

$$F_{mp1} = Mg \sin \alpha_1 - Ma_1$$

$$F_{mp1} = M \left( g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5}{27}g \right)$$

$$F_{mp1} = Mg \left( \frac{3 \cdot 27 - 5 \cdot 5}{5 \cdot 27} \right)$$

$$F_{mp1} = Mg \left( \frac{81 - 25}{135} \right)$$

$$F_{mp1} = \frac{56}{135} Mg$$

$$2) \frac{g}{4}M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{mp2} = 0$$

на ось  $x_2$ :  $\frac{g}{4}Mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{mp2} = \frac{g}{4}M a_2$

$$F_{mp2} = Mg \left( \frac{g}{4} \cdot \sin \alpha_2 - \frac{g}{4} \cdot \frac{8}{27} \right)$$

$$F_{mp2} = Mg \left( \frac{g}{4} \cdot \frac{8}{17} - \frac{g}{4} \cdot \frac{8}{27} \right)$$

$$F_{mp2} = Mg \left( \frac{18}{17} - \frac{2}{3} \right) = F_{mp2} = Mg \left( \frac{18 \cdot 3 - 2 \cdot 17}{77 \cdot 3} \right)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

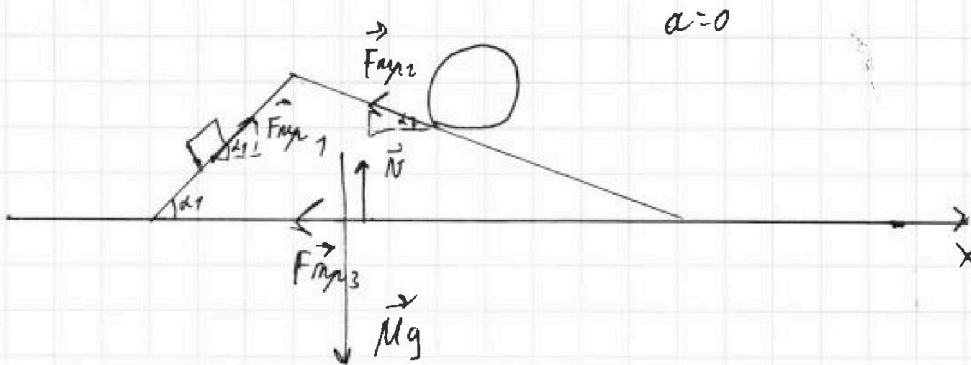
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$F_{\text{мр}2} = Mg \left( \frac{54-37}{51} \right) \quad F_{\text{мр}2} = \frac{20}{51} Mg$$

3)



$$\begin{array}{r} \times 51 \\ 357 \\ \hline 887 \end{array}$$

Силы на ось x:  $F_{\text{мр}1} \cos \alpha_1 - F_{\text{мр}2} \cos \alpha_2 - F_{\text{мр}3} = 0$

$$F_{\text{мр}3} = \frac{26}{85} Mg \cdot \frac{4}{5} - \frac{20}{51} Mg \cdot \frac{15}{17}$$

$$\begin{array}{r} \times 289 \\ 7156 \\ \hline 29556 \end{array}$$

$$F_{\text{мр}3} = Mg \left( \frac{704}{425} - \frac{300}{867} \right) = Mg \left( \frac{704}{425} - \frac{700}{289} \right)$$

$$F_{\text{мр}3} = \frac{704 \cdot 289 - 42500}{425 \cdot 289} Mg = \frac{29556 - 42500}{425 \cdot 289} Mg < 0 \Rightarrow$$

направление действия силы вдоль OX.

$$F_{\text{мр}3} = \frac{(42500 - 29556) Mg}{722825} = \frac{12944 Mg}{722825}$$

$$\begin{array}{r} \times 425 \\ 7145 \\ 578 \\ \hline 122825 \end{array}$$

$$\frac{72999}{722825} Mg$$

Ответ:  $F_1 = \frac{26}{85} Mg$ ;  $F_{\text{мр}2} = \frac{20}{51} Mg$ ;  $F_{\text{мр}3} = \frac{72999}{722825} Mg$

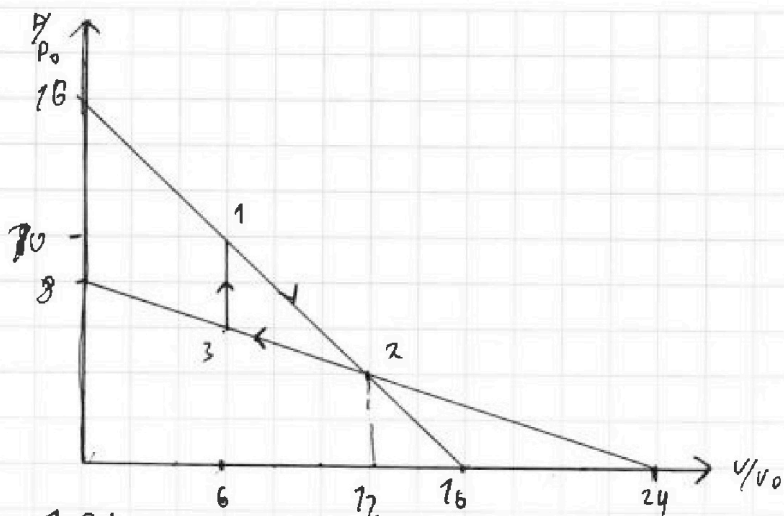
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1-2:  
Процесс 1-2 может быть изохорно нагрев и изохорно охлаждение. Для этого нужно найти  $T_{max}$  и  $P, V$  при  $T_{max}$ .

- 1) К-?
- 2) П-?
- 3) Д-?

1-2:  
2) 1-2:  $\frac{P}{P_0} = 16 - \frac{V}{V_0}$   $P = P_0(16 - \frac{V}{V_0})$

$PV = \nu RT$   $T \rightarrow \max$  при  $\frac{PV}{\nu} \rightarrow \max$   $PV = P_0 V (16 - \frac{V}{V_0})$  |  $dV$

~~$P = 16 P_0 - \frac{2V}{V_0} P_0$~~

$\nu RT = P_0 V (16 - \frac{V}{V_0})$

$\nu RT = 16 P_0 V - \frac{P_0}{V_0} \cdot V^2$  |  $dV$

$0 = 16 P_0 - \frac{2 P_0 V}{V_0}$

$\frac{2V}{V_0} = 16$   $V = 8 V_0$   $P = P_0 (16 - 8) = 8 P_0$

при  $T_{max}$  на 1-2:  $V = 8 V_0$   $P = 8 P_0$

$\nu RT_{1-2} = 64 P_0 V_0$

в точке 3:  $\nu RT_3 = 6 V_0 \cdot 6 P_0$

$\nu RT_3 = 36 V_0 P_0$

$P = P_0$   
 $V = 6 V_0$  } из условия.

$\eta = \frac{T_{1-2}}{T_3} = \frac{64 P_0 V_0}{\frac{36 P_0 V_0}{\nu R}} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} UR \Delta T = \frac{3}{2} UR (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} (72V_0 \cdot 4P_0 - 70P_0 \cdot 6V_0)$$

$$= \frac{3}{2} (42V_0P_0 - 60V_0P_0)$$

$$\Delta U_{1-2} = -\frac{3 \cdot 6}{2} V_0 P_0 = -78 V_0 P_0$$

$$A_y = \frac{(72V_0 - 6V_0)(70P_0 - 6P_0)}{2} = \frac{6V_0 \cdot 4P_0}{2} = 72 P_0 V_0$$

- из мощности

$$K = \frac{|\Delta U_{1-2}|}{A_y} = \frac{78 P_0 V_0}{72 P_0 V_0} = 1,5$$

3) В процессе 1-2 может быть точка адiabаты.

$\Delta U = \Delta A$ . Если она есть, то процесс слева от нее нагрев, справа охлаждение.

тогда объем в точке адiabаты равен  $\frac{5}{8}$  от начального  $V_{01} = \frac{5}{8} \cdot 6V_0 = 7,5V_0 > 7,2V_0 \Rightarrow$

точки адiabаты под 1-2 - нет.  $\Rightarrow Q_{12}$  - полностью нагрев. Аналогично с 2-3 - всегда охлаждение.

$$Q_H = Q_{31} + Q_{12} \quad |Q_{x1}| = |Q_{23}|$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2} UR (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} (70P_0 \cdot 6V_0 - 6P_0 \cdot 6V_0) = \frac{3}{2} \cdot 24 P_0 V_0$$

$$= 36 P_0 V_0$$

$$Q_{12} = \Delta U + A = \frac{3}{2} UR (T_2 - T_1) + \frac{(70P_0 + 4P_0)}{2} \cdot 6V_0$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} (72 \cdot 4 P_0 V_0 - 70 \cdot 6 P_0 V_0) + 7 P_0 V_0 \cdot 6V_0$$

$$Q_{12} = -78 V_0 P_0 + 42 V_0 P_0 = 24 P_0 V_0$$

$$Q_H = 36 P_0 V_0 + 24 P_0 V_0 = 60 P_0 V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|Q_x| = |Q_{23}| = (\Delta U + A) = \frac{3}{2} U R (T_2 - T_3) + (6P_0 + 4P_0) \cdot 6V_0$$
$$= \frac{3}{2} (72V_0 \cdot 4P_0 - 6V_0 \cdot 6P_0) \neq 30P_0V_0 = 1,5 \cdot 72V_0P_0 + 30P_0V_0 =$$

$$48P_0V_0$$

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = \frac{A}{Q_H} = \frac{60P_0V_0 - 48P_0V_0}{60P_0V_0} = \frac{1}{5}$$

$$(\eta = 20\%)$$

Ответ: 1)  $K=1,5$  2)  $n=\frac{16}{9}$  3)  $\eta=\frac{1}{5}$  ( $\eta=20\%$ )



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из графика видно:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{6}{5} \quad \frac{\cancel{Q} \cdot \frac{\xi+2}{4\sqrt{60R}}}{\frac{\cancel{Q} \cdot \frac{2\xi+1}{2\xi}}{4\sqrt{60R}}} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{2(\xi+2)}{2\xi+1} = \frac{6}{5}$$

$$70(\xi+2) = 72\xi+6$$

$$70\xi+20 = 72\xi+6$$

$$2\xi = 14$$

$$\underline{\xi = 7}$$

$$\text{Ответ: 1) } \varphi_x = \frac{Q}{4\sqrt{60R}} \cdot \left( \frac{17\xi+1}{72\xi} \right) \quad 2) \xi = 7$$





1  2  3  4  5  6  7

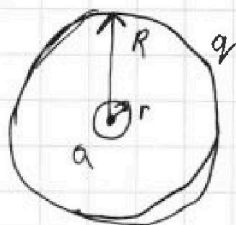
СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:  
r, R  
q, ε

N3

$$\varphi = \frac{k q}{\epsilon x}$$



На шаре радиусом R находится поляризованный заряд q

$$q = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \cdot Q$$

1) найдем потенциал  $\varphi_x$

$$\varphi_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{12Q}{\epsilon \cdot 11R}$$

$$\varphi_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q(\epsilon - 1)}{R \epsilon} + \frac{12Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon \cdot 11R}$$

$$\varphi_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} + \frac{12}{\epsilon \cdot 11} \right)$$

$$\varphi_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \left( \frac{11\epsilon - 11 + 12}{11\epsilon} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \left( \frac{11\epsilon + 1}{11\epsilon} \right)$$

2) найдем потенциал в точках  $\frac{R}{3}$ ;  $\frac{2R}{3}$ .

В точке  $\frac{R}{3}$ :

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3Q}{\epsilon R}$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \left( \frac{(\epsilon - 1)Q}{\epsilon} + \frac{3Q}{\epsilon} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \left( \frac{\epsilon - 1 + 3}{\epsilon} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \cdot \frac{\epsilon + 2}{\epsilon}$$

В точке  $\frac{2}{3}R$ :

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3Q}{2\epsilon R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \left( \frac{(\epsilon - 1)}{\epsilon} \cdot Q + \frac{3Q}{2\epsilon} \right) =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \left( \epsilon - 1 + 1,5 \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \cdot \frac{2\epsilon + 1}{2\epsilon}$$

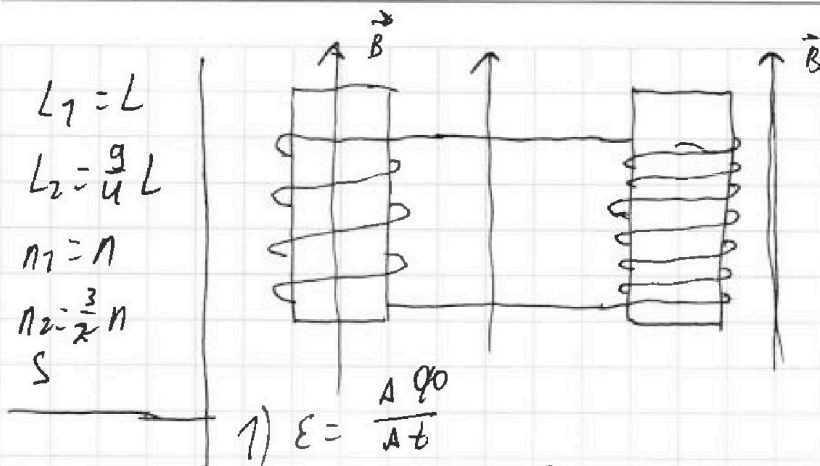


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \mathcal{E} = \frac{\Delta \Phi_0}{\Delta t}$$
$$-L \frac{dI}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot S$$
$$-L \dot{I} = -\dot{\Phi} \cdot S$$
$$\dot{I} = \frac{\dot{\Phi} S}{L}$$

Ответ: 1)  $\dot{I} = \frac{\dot{\Phi} S}{L}$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{угл. пад.} = \text{угл. отр.} \Rightarrow \triangle EGT = \triangle EGM$$

$$TE = LE - LT$$

$$TE = LE - GO$$

$$GO = \frac{EG}{2} = 3$$

$$TE = 4 - 3 = 1$$

$$LE = r = 4$$

$$TG = \frac{R}{2}$$

из  $\triangle TGE$ :

$$\text{tg } \beta = \frac{1}{\frac{R}{2}} = \frac{2}{R}$$

из  $\triangle HXG$ :

$$\text{tg } \beta = \frac{HX}{XG} = \frac{HX}{1.5R}$$

$$\text{tg } \beta = \frac{HX}{1.5R}$$

$$\frac{2}{R} = \frac{HX}{1.5R}$$

$$HX = 3.$$

т.к.  $HX = 3 = GO \Rightarrow$  все лучи <sup>которые проходят через точку</sup> проходят в

центр линзы  $\Rightarrow$  нет ослепленного круга

внутри  $\Rightarrow S_{\text{тени}} = S_1 = \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 144\pi$

Ответ: 1)  $27\pi$  2)  $144\pi$

лучи вышедший из центра по краю линзы  
после всех преобразований выйдут параллельными  
лучами нормальному направлению

$$TE = LE - LT$$

$$LE = r = 4$$

$$S_{\text{тени}} = \pi \cdot 4^2 \cdot 5 - \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 144\pi$$

$$TE = 4 - 3 = 1$$

$$LT = GO = \frac{EG}{2} = 3$$

$$S_{\text{света}} = 27\pi$$

Ответ: 1)  $27\pi$   
2)  $144\pi$

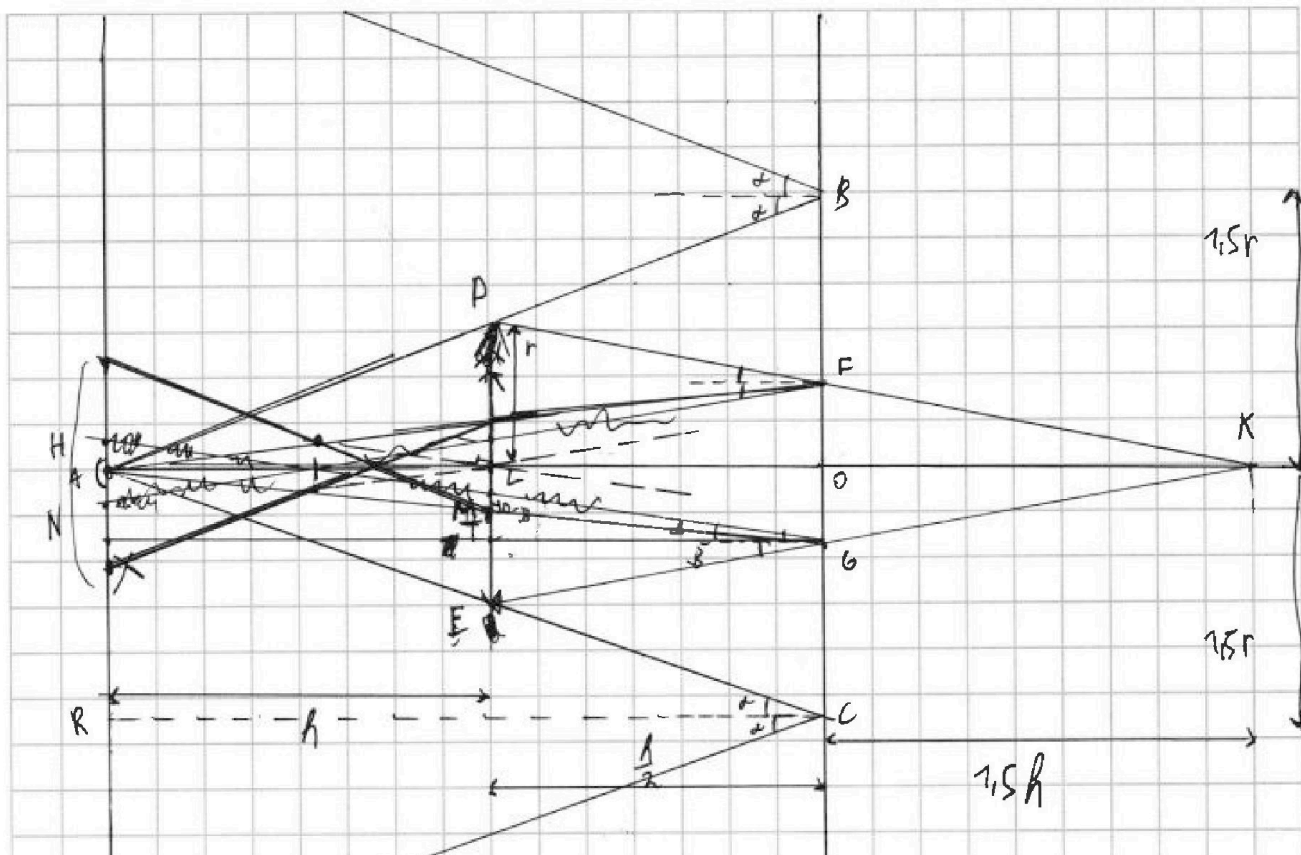
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Угол падения равен углу отражения  $\Rightarrow$

получаются 2 равных  $\Delta \triangle ABC$ ;  $\Delta RCP$

$$\Rightarrow AR = OC = RP \Rightarrow AP = 2OC = 2 \cdot \frac{BC}{2} = BC = 72$$

первый не искаженный в мнзе

т. P - т, где  $\checkmark$  отраженный от зеркала луч касается

стены: Аналогично с  $\checkmark$  стороны  $\Rightarrow$  ~~результат~~  
 $r_{\text{круга}} = 72$   $S_1 = 50 \cdot 72^2 = 74 \text{ и } 50$

- Найдём площадь круга искаженного века



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

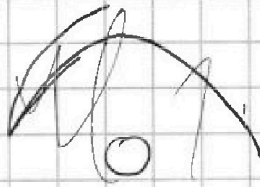
5

6

7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N3

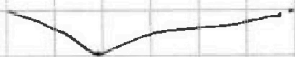
$\frac{R}{3}$

$\frac{R}{3}$

$$\frac{1}{4\sqrt{\epsilon_0}} \cdot \frac{Q}{R} + \frac{1}{4\sqrt{\epsilon_0}} \cdot \frac{3Q}{\epsilon R}$$

$$\frac{Q(\epsilon-1)}{4\sqrt{\epsilon_0} \epsilon R} + \frac{3Q}{4\sqrt{\epsilon_0} \epsilon R} = \frac{Q}{4\sqrt{\epsilon_0} \epsilon R} \quad (102)$$

$$Q = \frac{Q(\epsilon-1)}{\epsilon}$$



$\frac{2R}{3}$

$$\varphi_2 = \frac{Q(\epsilon-1)}{4\sqrt{\epsilon_0} \epsilon R} + \frac{3Q}{4\sqrt{\epsilon_0} \epsilon R}$$

$$\frac{Q}{4\sqrt{\epsilon_0} \epsilon R} \left( \epsilon-1 + \frac{3}{2} \right) = \frac{Q}{4\sqrt{\epsilon_0} \epsilon R} \frac{\epsilon+1}{2}$$

$$\Delta = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = 1 - \frac{Q_x}{Q_H}$$

$$= \frac{A}{Q_H} = \frac{72\%}{36\%} = 2$$