



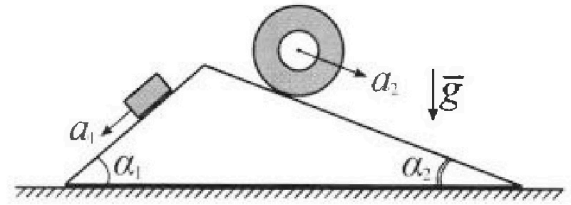
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

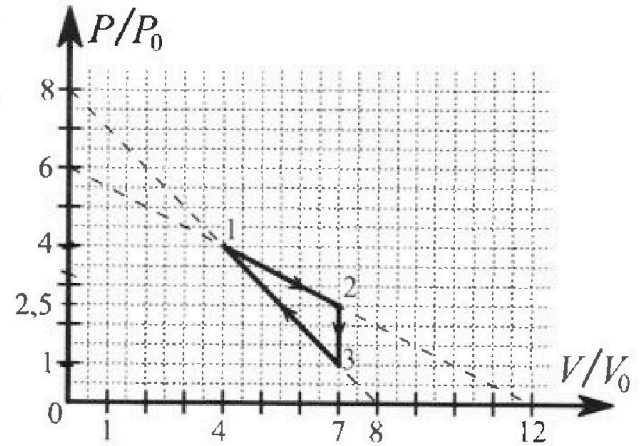
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

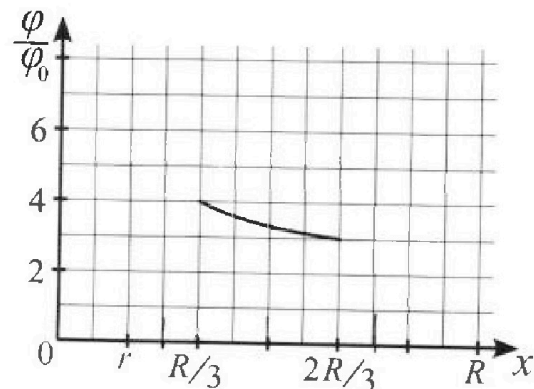
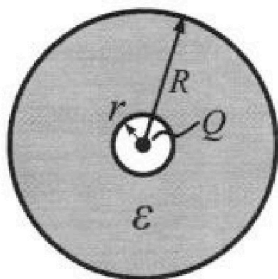


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



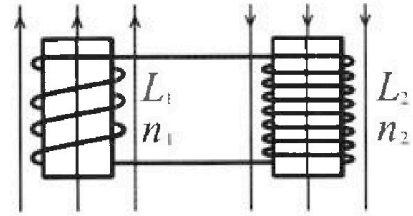
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

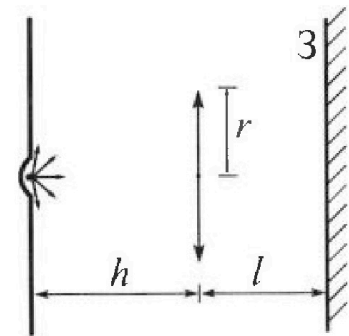


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало. З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

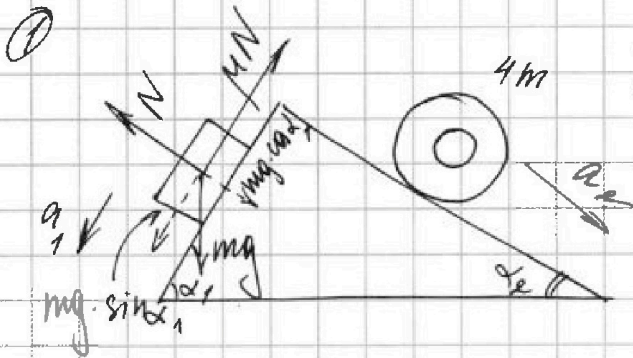


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



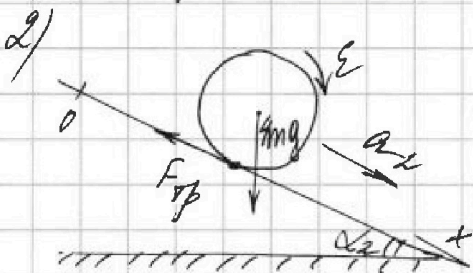
1) 2-й закон Ньютона на ось направленную по углу α_1 к горизонтали:

$$mg \cdot \sin \alpha_1 = \mu N + ma_1$$

$$\Rightarrow \mu N = mg \cdot \sin \alpha_1 - ma_1 =$$

$$= \frac{mg \cdot \sin \alpha_1 - ma_1}{mg \cdot \cos \alpha_1} = g \cdot \tan(\alpha_1) - \frac{a_1}{g \cdot \cos \alpha_1}$$

$$F_{sp1} = \mu N = mg \cdot \sin \alpha_1 - ma_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - mg \cdot \frac{5}{13} = mg \cdot \frac{14}{65}$$



$$F_{sp2} \cdot R = I \epsilon = \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot R^2 \cdot \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{a_2}{R}$$

$$\Rightarrow F_{sp2} = \frac{1}{2} \cdot 4m \cdot a_2 = 2ma_2$$

Закон сохранения энергии:

$$4mg \cdot \sin \alpha_2 \cdot dx - F_{sp2} \cdot dx = dE_k = d\left(\frac{I\omega^2}{2} + \frac{4m v^2}{2}\right)$$

работа трения и норм. силы

$$4mg \cdot \sin \alpha_2 \cdot dx - F_{sp2} \cdot dx = d\left(\frac{4m \cdot R^2}{2} \cdot \frac{v^2}{R^2} + \frac{4m v^2}{2}\right) = d\left(\frac{4}{3} m v^2\right)$$

$$(4mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{sp2}) \cdot dx = 8ma_2 \cdot v \cdot dt$$

Решим правую и левую часть на dt, сократим



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(4mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{\text{тр}}) dx = d \left(\frac{I \cdot v^2}{2R^2} + 4m \frac{v^2}{2} \right)$$

$$(4mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{\text{тр}}) \left(\frac{dx}{dt} \right) \cdot v = I \cdot a_2 \cdot v \cdot \frac{1}{R^2} + 4m a_2 v$$

$$4mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{\text{тр}} = \frac{I}{R^2} \cdot a_2 + 4m a_2$$

С другой стороны: $R \cdot F_{\text{тр}} = I \cdot \varepsilon = I \cdot \frac{a_2}{R}$

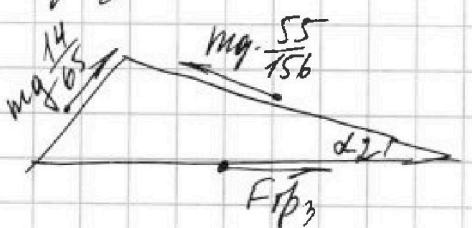
$$F_{\text{тр}} = \frac{I}{R^2} \cdot a_2 \Rightarrow \frac{I}{R} a_2 = \frac{F_{\text{тр}}}{a_2}$$

$$4mg \cdot \sin \alpha_2 = F_{\text{тр}} \left(1 + \frac{I}{a_2^2} \right) + 4m a_2$$

$$F_{\text{тр}} = \frac{4mg \cdot \sin \alpha_2 - 4m a_2}{2} = mg \cdot 2 \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right) =$$

$$= mg \cdot \left(\frac{10}{13} - \frac{5}{12} \right) = mg \cdot \frac{55}{156}$$

3) Равенство сил, действующих на кисть по горизонтали:



$$F_{\text{тр}3} = mg \cdot \frac{55}{156} \cdot \cos \alpha_2 - mg \cdot \frac{14}{65} \cdot \cos \alpha_2 =$$

$$= mg \left(\frac{55}{156} \cdot \frac{12}{13} - \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} \right) =$$

$$= mg \cdot \frac{55 \cdot 25 - 14 \cdot 4 \cdot 13}{13 \cdot 13 \cdot 25}$$

Ответ: 1) $\frac{14}{65} mg$ 2) $\frac{55}{156} mg$ 3) $\frac{55 \cdot 25 - 14 \cdot 4 \cdot 13}{13 \cdot 13 \cdot 25} mg = \frac{2103}{4225} mg$



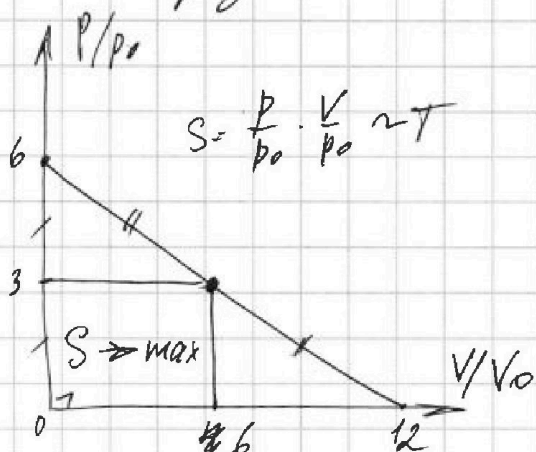
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Известный факт, что максимальную площадь вписанного в прямоугольник Δ -ик можно получить тогда, когда одна из сторон Δ -ка — это средняя линия Δ -ка.



$$S = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} \sim T$$

\Rightarrow точка с максимальной T имеет координаты (6; 3)

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{6V_0 \cdot 3p_0}{V R} = \frac{18V_0 p_0}{V R}$$

$$T_1 = \frac{4p_0 \cdot 4V_0}{V R} - \text{температура в м. } T_1$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\max}}{T_1} = \left(\frac{16}{18}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} = \frac{9}{8}$$

$$3) Q_{12} = 3,25p_0 \cdot 3V_0 + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{35}{2}p_0 V_0 - 16p_0 V_0\right) =$$

$$= \cancel{11,5p_0 V_0} + 12p_0 V_0$$

$$Q_{23} = 0 + \frac{3}{2} (4p_0 V_0 - 2,5 \cdot 4p_0 V_0) < 0$$

$$Q_{34} = -3p_0 \cdot 3V_0 + \frac{3}{2} (16p_0 V_0 - 4p_0 V_0) = 4,5p_0 V_0$$

$$\Rightarrow Q_+ = Q_{12} + Q_{34} = \cancel{11,5p_0 V_0} + 12p_0 V_0 + 4,5p_0 V_0 = 16,5p_0 V_0$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{9/4 p_0 V_0}{16,5 p_0 V_0} = \frac{9}{66} = \frac{3}{22}$$

Объем: 1) 7 2) $\frac{9}{8}$ 3) $\frac{9}{65}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) 1) Вторым закон Кирхгофа:

$$\frac{d\Phi}{dt} = L_1 \dot{I} + L_2 \dot{I}$$

$$S \cdot n_1 \frac{dB}{dt} = (L_1 + L_2) \dot{I}$$

$$\Rightarrow \dot{I} = \frac{S n_1}{L_1 + L_2} \frac{dB}{dt} = \frac{S n_1 \cdot \alpha}{L_1 + L_2} \Rightarrow |\dot{I}| = \frac{S n_1 \alpha}{L_1 + L_2} = \frac{S n \alpha}{5L}$$

$$2) \frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} = (L_1 + L_2) \dot{I}$$

из формулы

$$L \dot{I} = \int (d\Phi_1 + d\Phi_2)$$

$$\Delta I = \sum_1 \dot{I} \cdot \Delta t = \sum_1 \frac{(\Delta \Phi_1 + \Delta \Phi_2)}{L_1 + L_2} = \frac{\Delta \Phi_1 + \Delta \Phi_2}{L_1 + L_2}$$

$$\Delta I = \frac{S n_1 (B_0 - \frac{1}{2} B_0) + S n_2 (2 B_0 - \frac{2}{3} B_0)}{L_1 + L_2} = \frac{S n_1 \frac{1}{2} B_0 + S n_2 \frac{4}{3} B_0}{L_1 + L_2}$$

$$= \frac{S}{L_1 + L_2} \left(\frac{1}{2} n_1 + \frac{1}{3} n_2 \right) = \frac{S}{L_1 + L_2} \cdot n \cdot \frac{4}{6} = \frac{S n}{L} \frac{4}{30}$$

Если максимальный ток через катушки был равен нулю, то итоговый ток:

$$I = 0 + \Delta I = \frac{S n}{L} \frac{4}{30}$$

Ответ: 1) $\frac{S n \alpha}{5L}$ 2) $\frac{S n}{L} \frac{4}{30}$

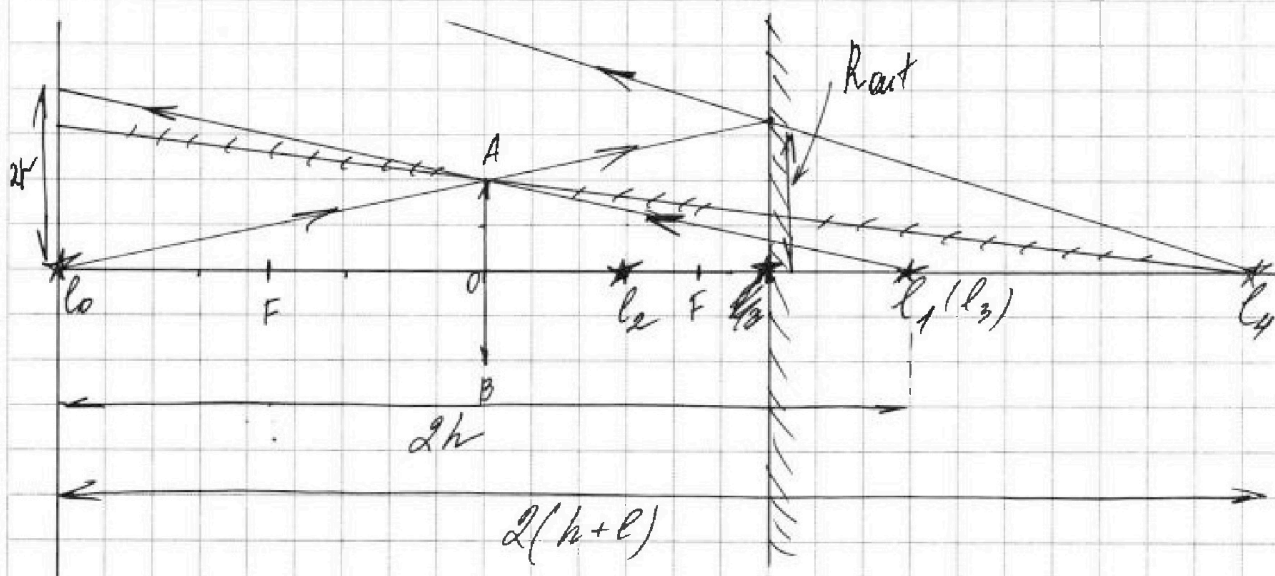


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Трассировка за крайними лучами, выходящими из линзы l_1 (т.е. l_3), который пройдет через линзу АВ:

Он придет в точку на етене отстоящую от l_0 на: $R_{act}' = r \cdot \frac{2h}{h+l} = 2r$.
 l_4 - изображение l_0 в зеркале. Из него будут исходить все лучи, l_3 не показываю на плоскости линзы.

Крайний луч, который отражился от зеркала на расстоянии R_{act} от ГО, придет на етене в точку:

$$R_{act}' = R_{act} \cdot \frac{2(h+l)}{h+l} = R_{act} \cdot 2 = \frac{10}{3} r$$

$$\Rightarrow S_{сечки} = \pi (R_{act}'^2 - R_{act}^2) = \pi \left(\frac{100}{9} r^2 - 4r^2 \right) = \pi r^2 \cdot \left(\frac{100}{9} - 4 \right) = \pi r^2 \cdot \frac{64}{9} = 64\pi [cm^2]$$

Ответ: 1) $24\pi [cm^2]$ 2) $64\pi [cm^2]$

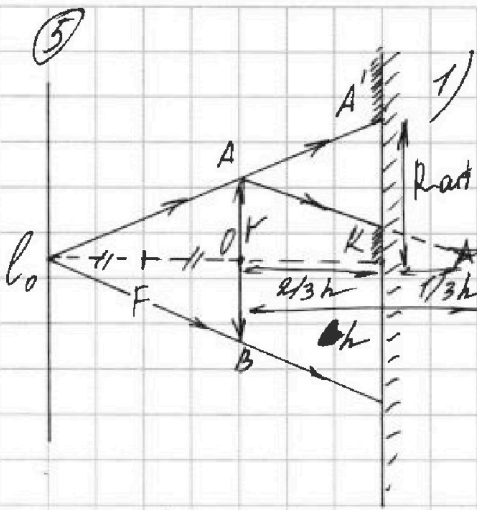


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) По формуле Ньютона для собирающей линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2F} + \frac{1}{d} \Rightarrow d = 2F \Rightarrow \text{изобра-}$$

жение сфокусируется на расстоянии $h = 2F$ за линзой, более того, за плоскостью зеркала (т.к. $2/3h < 2F$)

Найдем внешний радиус освещенной части:

Из подобия треугольников S_0-A-O и $S_0-A'-K$

получаем:

$$R_{\text{aif}} = r \cdot \left(h + \frac{2}{3}h \right) = r \cdot \frac{5}{3}$$

Найдем внутренний радиус освещенной части, где это сфокусируется (A и минимальное изображение S_1 за зеркалом:

Аналогично из подобия треугольных S_0-B-O :

$$R_{\text{in}} = r \cdot \frac{h - \frac{2}{3}h}{h} = r \cdot \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S_3 = \pi R_{\text{aif}}^2 - \pi R_{\text{in}}^2 = \pi r^2 \left(\left(\frac{5}{3} \right)^2 - \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right) = \pi r^2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{3} \pi r^2$$

2) Отраженное от зеркала изображение S_2 сфокусируется на расстоянии $1/3h$ перед линзой, или $2/3F$. Формула Ньютона:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{2/3F} + \frac{1}{d_3} \Rightarrow d_3 = -2F = -h \Rightarrow \text{изображение } S_3,$$

которое является изображением S_2 , сфокусируется в плоскости зеркала. Изображение S_1 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



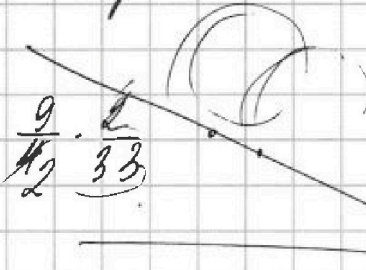
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$Mg \cdot \frac{5}{13} ? Mg \cdot \frac{5}{24}$



$9,45 + 2,25 =$

~~$F_{sp} dx = d(\frac{I\omega^2}{2}) + \frac{4mR^2}{2} \omega^2$~~

~~$d(4m\omega R^2)$~~

~~$\frac{9}{29} \cdot \frac{9}{42} = \frac{9}{58}$~~

~~$F_{sp} dx = F_{sp} dq \cdot R = I\omega \cdot dq + 4m\omega \cdot dq R$~~

~~$-F_{sp} dx + 4mg \cdot dx \cdot \sin \alpha = d(\frac{I\omega^2}{2}) + d(\frac{m\omega^2}{2})$~~

~~$\omega = v/R$~~

~~$-F_{sp} dx + 4mg \cdot dx \cdot \sin \alpha = d(\frac{4mR^2 \cdot v^2}{2R^2}) + d(\frac{mv^2}{2})$~~

~~$-F_{sp} dx + 4mg \cdot dx \cdot \sin \alpha = d(2mv^2) + d(\frac{mv^2}{2})$~~

~~$= d(2,5mv^2)$~~

~~$-F_{sp} + 4mg \cdot \sin \alpha = 5m a_2 \cdot v \cdot dt$~~

~~$-F_{sp} + 4mg \cdot \sin \alpha = 5m a_2$~~

$F_{sp} = 4mg \cdot \sin \alpha - 5m a_2$

$4mg \cdot \frac{5}{13} - 5 \cdot m \cdot \frac{5}{24} g = mg \cdot (\frac{20}{13} - \frac{25}{24}) = mg (\frac{4}{13} - \frac{1}{24})$

$\frac{20}{13} - \frac{25}{24} = \frac{4}{13} - \frac{1}{24} = \frac{4 \cdot 24 - 13}{13 \cdot 24}$

$\frac{4 \cdot 24 - 13}{13 \cdot 24} = \frac{96 - 13}{312} = \frac{83}{312}$

$(\frac{20}{13} - \frac{25}{24}) = (\frac{4}{13} - \frac{1}{24})$

$\frac{4}{13} - \frac{1}{24} = \frac{4 \cdot 24 - 13}{13 \cdot 24} = \frac{96 - 13}{312} = \frac{83}{312}$

100 - 65 = 35
13.12 = 156
100 + 50 + 6 = 156
55
55
55

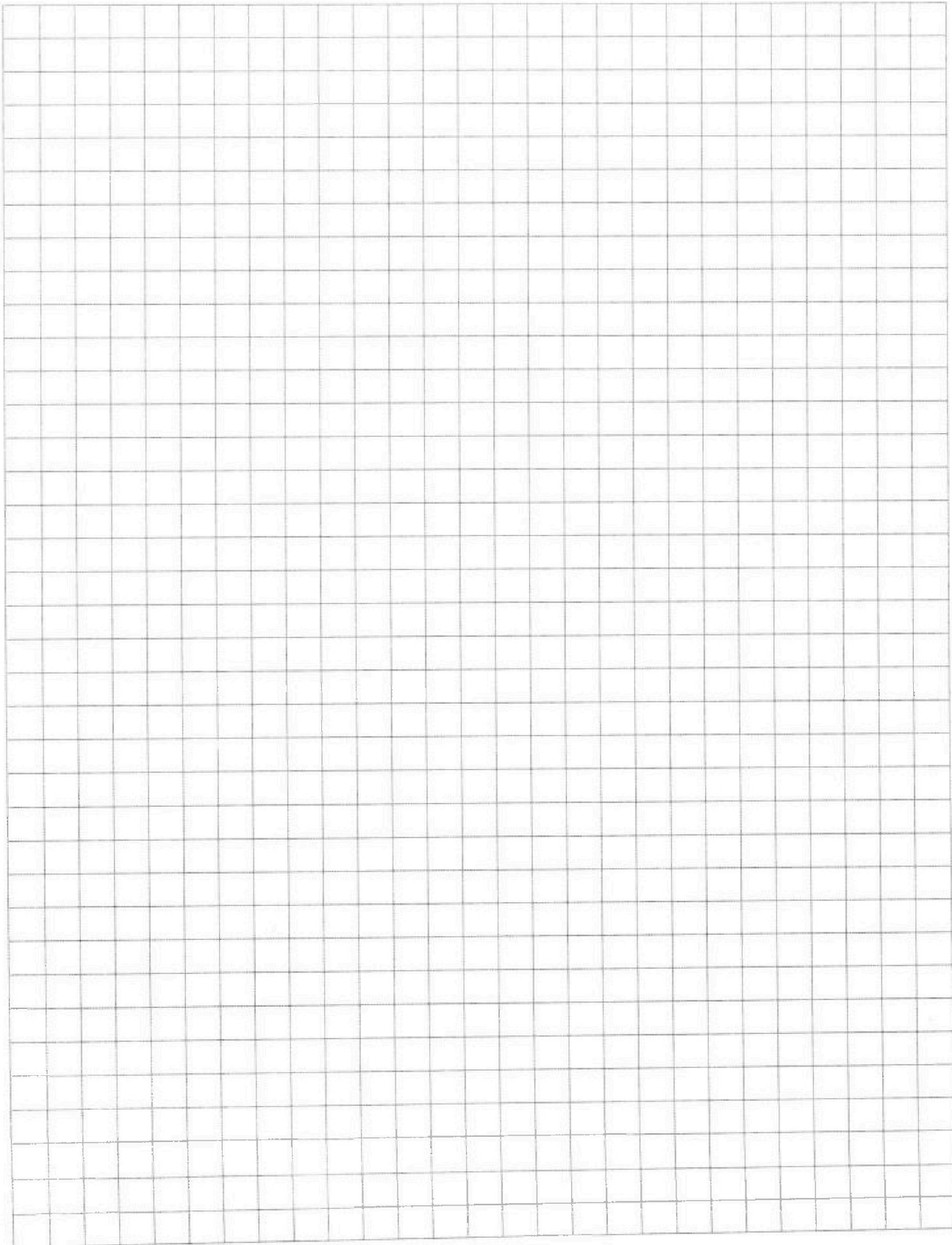


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4mg \cdot \sin \alpha_2 - F_{\text{тр}} = 8ma_2$$

$$F_{\text{тр}} = 4mg \cdot \sin \alpha_2 - 8ma_2 = mg \left(4 \cdot \frac{5}{13} - \frac{40}{24} \right) =$$
$$= -\frac{5}{39} mg < 0$$

\Rightarrow цилиндр не мог скатываться с клина без проскальзывания с ускорением a_2 .

Без того, если клин неподвижен, фиксировано g , дана масса цилиндра

Математика

$$\left| \frac{1}{2}x + 1 \right| = \frac{3}{4}(2x + 1)$$

$$\frac{1}{2}x + 1 = \frac{3}{2}x + \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \varepsilon = 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) 1) А найдем как площадь треугольничка:

$$A = \frac{1}{2} \cdot (2,5p_0 - p_0) \cdot (7V_0 - 4V_0) = \frac{9}{4} p_0 V_0$$

Приращение внутр. энергии по уравнению Менделеева-Клапейрона: $\Delta U = \frac{1}{2} \nu R \Delta T = \frac{1}{2} \Delta(pV) = 1,5 \Delta(pV)$
(т.к. газ одноатомный)

$$\Rightarrow \Delta U = 1,5 (p_3 \cdot V_3 - p_2 \cdot V_2) = 1,5 (p_0 \cdot 7V_0 - 2,5p_0 \cdot 7V_0) =$$

$$= -\frac{9}{4} \cdot 7 p_0 V_0$$

Модуль: $|\Delta U| = \frac{9}{4} \cdot 7 p_0 V_0$

$$\Rightarrow \frac{|\Delta U|}{A} = \frac{\frac{9}{4} \cdot 7 p_0 V_0}{\frac{9}{4} p_0 V_0} = 7.$$

2) Самая высокая температура, которая пересекает с участком 1-2, однозначно достигается на (точке минимума предельной температуры, идущую вниз)

Прямая касается прямой температуры тогда, очевидно, только в одной точке.

Для прямой 1-2 коэф. угла наклона:

$$k = \frac{b}{12} = -\frac{1}{2}$$

$T \Rightarrow \max$ тогда, когда $pV \Rightarrow \max$. (см. ур-ие Менделеева-Клапейрона)

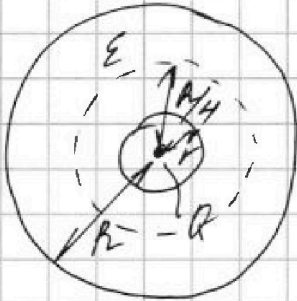


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3



1) По м. Гаусса:

~~$$4\pi x^2 \cdot E(x) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$~~

$$\Rightarrow E_{in}(x) = \frac{Q}{4\pi x^2 \cdot \epsilon} \quad - \text{ где}$$

нам внутри диэлектрика.

Для нас вне диэлектрика: $E_{out}(x) = \frac{Q}{4\pi x^2 \cdot \epsilon_0}$

$$\varphi(x) = \int_x^{+\infty} E(x) \cdot dx = \int_x^R E_{in}(x) \cdot dx + \int_R^{+\infty} E_{out}(x) \cdot dx =$$

$$= \left(\frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 \cdot x} - \frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 \cdot R} \right) + \left(\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \cdot R} - 0 \right) =$$

$$= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon x} - \frac{1}{\epsilon R} + \frac{1}{R} \right) \quad - \text{ где любого } x \leq R.$$

При $x = R$:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{4}{\epsilon R} - \frac{1}{\epsilon R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{3}{\epsilon R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{Q}{R \cdot 4\pi \epsilon_0} \left(\frac{3}{\epsilon} + 1 \right)$$

$$2) \varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{2}{\epsilon R} + \frac{1}{R} \right) = 4 \frac{\varphi}{\epsilon_0} \quad (\text{из графика})$$

$$\varphi\left(\frac{2}{3}R\right) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{2\epsilon R} + \frac{1}{R} \right) = 3 \frac{\varphi}{\epsilon_0} \quad (\text{из графика})$$

Ставим вратоние друг на друга:

$$\frac{\frac{2}{\epsilon} + 1}{\frac{1}{2} \frac{1}{\epsilon} + 1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{2}{\epsilon} = 2 \Rightarrow \epsilon = 2.$$

Ответ: 1) $\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R} \left(\frac{3}{\epsilon} + 1 \right)$ 2) $\epsilon = 2$.