



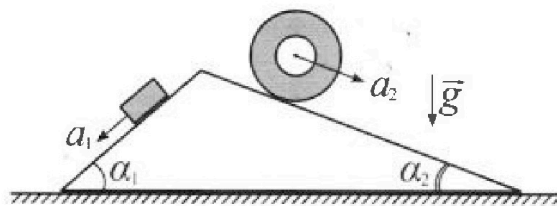
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

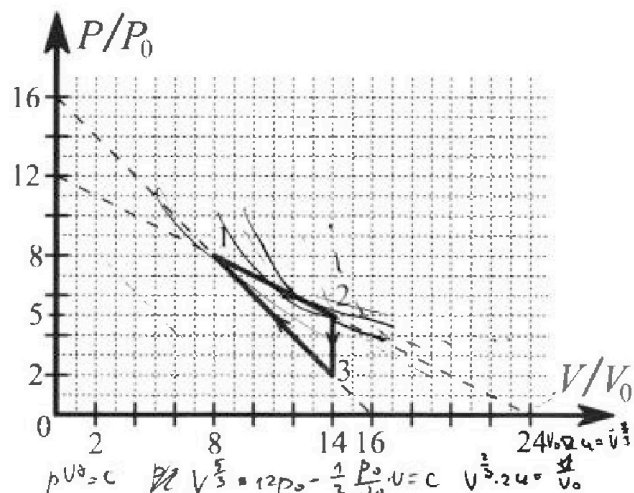


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

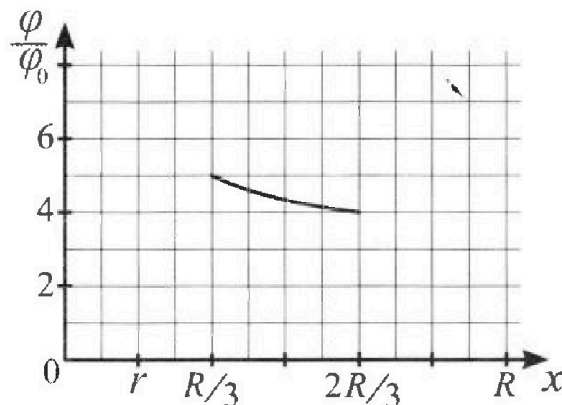
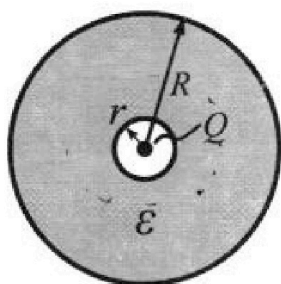
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



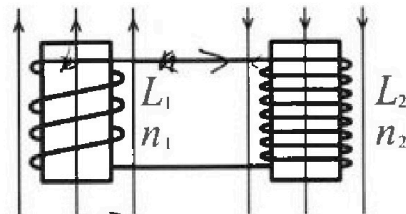
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



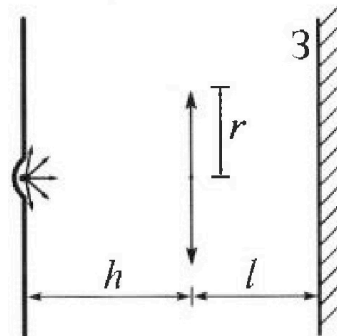
4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



$$B_{in} = \mu_0 \cdot \frac{I \cdot n}{l} \quad L = \mu_0 \frac{n^2 S}{l} \quad \Phi = LI \quad \mathcal{E}_i = L \frac{dI}{dt}$$

- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
 $v = \frac{\alpha}{2\mu_0}$
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3 . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

$$B_{0n}S + \frac{I_1 n^2 \mu_0}{l} S = \frac{2}{3} B_{0n}S + \frac{I_1 \cdot h^2 \mu_0 S}{l}$$

$$3 B_0 \cdot 4n^2 S \frac{I_1 \cdot 16n^2 \mu_0}{l} S = \frac{9}{4} B_0^2 S + \frac{I_1 16n^2 \mu_0}{l} S$$

$$\frac{B_{0n}S}{3} = + (I_1 - I_1) \cdot \frac{h^2 \mu_0 S}{l}$$

$$\frac{3}{4} B_{0n}S = \frac{(I_1 + I_1) 16n^2 \mu_0 S}{l}$$

$$B_{0n}S + \frac{I_1 n^2 \mu_0 S}{l} =$$

$$\frac{2}{3} B_{0n}S = \frac{I_1 n^2 \mu_0 S}{l}$$

$$\frac{3}{4} B_0 S = \frac{I_1 16n^2 \mu_0}{l} S$$

$$B_{0n}S + 3LI + 42LI - 27B_{0n}S =$$

$$= 51LI - 20B_{0n}S$$

$$B_{0n} + 3LI - 48LI + 9B_{0n} = 0$$

$$10B_{0n} =$$

$$B_{0n} = 3LI - 48LI + 27B_{0n} =$$

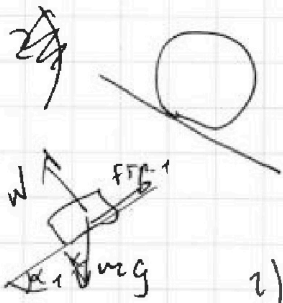
$$= 28B_{0n}S - 45LI$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновой и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



F_2 - сила трения покоя, нечетверскода-
мая $\mu_2 N_1$

F_1 - сила трения скольжения

$$F_1 = \mu_1 N_1$$

F_{1x} - проекция вниз по склону

$$1) \quad mg \sin \alpha_1 + F_{\text{тр} 1x} = m a_1$$

$$+ F_{\text{тр} 1x} = m (-g \sin \alpha_1 + a_1) = m \left(-g \cdot \frac{3}{5} + \frac{6}{13} g \right) =$$

$$= m g \frac{-39 + 30}{65} = -\frac{9}{65} m g$$

F_2 проекция вниз по склону.

$$2) \quad 2m g \sin \alpha + F_{2x} = 2m a_2$$

$$F_{2x} = 2m (a_2 - g \sin \alpha) = 2m \left(\frac{g}{4} - g \cdot \frac{5}{13} \right) =$$

$$= 2m g \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{13} \right) = 2m g \left(\frac{13 - 20}{52} \right) = -\frac{7}{26} m g$$

3) По теореме о движ. у-м. на horiz. ос.

(клин покоится \Rightarrow Σ хор. сил равна 0)

$$\Rightarrow \quad 2m a_2 \cdot \cos \alpha_2 - m a_1 \cos \alpha_1 + F_{3x} = 0$$

$$2m \cdot \frac{g}{4} \cdot \frac{12}{13} - m \cdot \frac{6g}{13} \cdot \frac{4}{5} + F_{3x} = 0$$

$$m g \left(\frac{2 \cdot 12^3}{4 \cdot 13} - \frac{6 \cdot 4}{13 \cdot 5} \right) + F_{3x} = 0$$

$$F_{3x} = m g \left(\frac{24}{65} - \frac{6}{13} \right) = m g \left(\frac{24 - 30}{65} \right) = -m g \frac{6}{65}$$

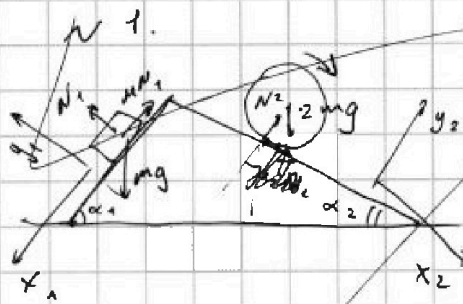
Ответ: $F_1 = \frac{9}{65} m g$; $F_2 = \frac{7}{26} m g$; $F_3 = \frac{6}{65} m g$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На первом: Два бруса:

на ось y_1 : $N_1 = mg \cos \alpha_1$
на ось x_1 : $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - \mu_1 N_1$

$ma_1 = mg \sin \alpha_1 - \mu_1 mg \cos \alpha_1$

$\frac{6g}{13} = g \cdot \frac{3}{5} - \mu_1 \cdot g \cdot \frac{4}{5} \Rightarrow \mu_1 = \left(\frac{6}{13} - \frac{3}{5} \right) \cdot \left(-\frac{5}{4} \right)$

$\mu_1 = \frac{3 \cdot 13 - 6 \cdot 5}{5 \cdot 13} \cdot \frac{5}{4} = \frac{39 - 30}{13 \cdot 4} = \frac{9}{52}$

Для цилиндра: $F_{fr} = F_{fr. \text{скольжения}} = \mu_2 mg \cos \alpha_2$

т.к. цилиндр движется без проскальзывания, значит его угловое ускорение связано с поступательным как $\epsilon = \frac{a_2}{R}$

На цилиндр вдоль оси x_2 действуют проекция ~~силы~~ силы тяжести и сила трения \Rightarrow

$m(a_2 - g \sin \alpha_2) =$

на ось y_2 : $N_2 = 2mg \cos \alpha_2$

на ось x_2 : $2ma_2 = \mu_2 N_2 + 2mg \sin \alpha_2$

$2ma_2 = 2\mu_2 mg \cos \alpha_2 + 2mg \sin \alpha_2$

$a_2 = \mu_2 g \cos \alpha_2 + g \sin \alpha_2 \Rightarrow \frac{g}{4} = \mu_2 \cdot g \cdot \frac{12}{13} + g \cdot \frac{5}{13}$

$\mu_2 = \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{13} \right) \cdot \frac{13}{12} =$

$F_{fr1} = F_{fr. \text{скольжения}} = \mu_1 mg \cos \alpha_1 =$

$= \frac{9}{52} \cdot mg \cdot \frac{4}{5} = \frac{9}{65} mg$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$1) \Delta U_{12} = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2} (5 p_0 \cdot 14 V_0 - 8 p_0 \cdot 8 V_0) =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot 6 p_0 V_0 = 9 p_0 V_0 \quad (\Rightarrow T_2 > T_1)$$

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31} = A_{12} + A_{31} = \frac{8 p_0 + 5 p_0}{2} \cdot (14 - 8) V_0 +$$

$$+ \frac{2 p_0 + 8 p_0}{2} \cdot (8 - 14) V_0 = p_0 V_0 \left(\frac{14 - 8}{2} \right) \cdot (8 + 5 - 2 - 8) = 9 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A} = \frac{9 p_0 V_0}{9 p_0 V_0} = 1$$

2) В процессе 12 $\Rightarrow pV = \nu RT \Rightarrow T_{\max}$ или $(pV)_{\max}$

$$12: p = 12 p_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{V_0} \cdot V$$

$$\Rightarrow pV = 12 p_0 V - \frac{p_0}{2 V_0} \cdot V^2, \text{ max по величине производной}$$

$$V_m = -\frac{b}{2a} = -12 p_0 \cdot \frac{1}{2 \cdot -\frac{p_0}{2 V_0}} = \frac{12 p_0}{\frac{p_0}{V_0}} = 12 V_0$$

$$\Rightarrow p_m = 12 p_0 - \frac{1}{2} p_0 \cdot 12 \frac{V_0}{V_0} = 6 p_0$$

$$\Rightarrow \frac{T_m}{\nu R} = p_m \cdot V_m = 6 p_0 \cdot 12 V_0 = 72 p_0 V_0 \Rightarrow \frac{T_m}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{18}{7}$$

$$\frac{T_3}{\nu R} = p_3 V_3 = 2 p_0 \cdot 14 V_0 = 28 p_0 V_0$$

$$3) \eta = \frac{A}{Q_+}; \text{ На отрезке } 23: Q_{23} = \frac{3}{2} (p_3 V_3 - p_2 V_2) =$$

$$= \frac{3}{2} (28 p_0 V_0 - 70 p_0 V_0) = -63 p_0 V_0 < 0, \text{ аналогично}$$

на отрезке 31 $Q_{31} < 0$, тепло тоже отводится.

Тогда рассмотрим отрезок 12.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть точка 4: ~~$(12 \frac{p_0}{\rho_0}; 6 \frac{p_0}{\rho_0})$~~ $(12 \frac{p_0}{\rho_0}; 6 \frac{p_0}{\rho_0})$

На отрезке 14 $\Rightarrow Q_{14} = A + U_{14} = A_{14} + \frac{\gamma}{2} \rho_0 V_0 (T_4 - T_1)$,

где $A_{14} > 0$; $(T_4 - T_1) > 0 \Rightarrow Q_{14} > 0$

Далее рассмотрим отрезок 42: $Q_{42} = A_{42} + U_{42} =$
 $= A_{42} + \frac{\gamma}{2} \rho_0 V_0 (T_2 - T_4)$, однако $(T_2 - T_4) < 0$.

Темно будет обводиться, если ~~$A + \delta U < 0$~~ , однако

$$A_{42} = 2 \cdot \frac{6+5}{2} \rho_0 V_0 = \frac{11}{2} \rho_0 V_0 = \frac{11}{2} \rho_0 V_0 \quad \delta U =$$

Адиабата: $pV^\gamma = \text{const} \Rightarrow$ для 12: $(12 \rho_0 - \frac{1}{2} \rho_0) V^{\frac{\gamma}{3}} = \text{const}$

$$12 V^{\frac{\gamma}{3}} = \frac{1}{2} V^{\frac{\gamma}{3}}$$

$$(24 - \frac{1}{2}) V^{\frac{\gamma}{3}} = \text{const}$$

$$24 V_0 V^{\frac{\gamma}{3}} - V^{\frac{\gamma}{3}} = \text{const}$$

$$\uparrow U_{42} = \frac{\gamma}{2} (70 \rho_0 V_0 - 72 \rho_0 V_0) = -3 \rho_0 V_0, \text{ это значит меньше } A_{42} \text{ по модулю}$$

Значит А для точки 25 (где $p_5 = 4 p_0$, $V_5 = 16 V_0$) \Rightarrow

$$\Rightarrow U_{25} = \frac{\gamma}{2} (16 \cdot 4 \rho_0 V_0 - 70 \rho_0 V_0) = -9 \rho_0 V_0$$

$$A_{25} = (5+4) \rho_0 V_0 \Rightarrow U_{15} = U_{25} \Rightarrow \text{на всем}$$

узком 12 темно обводиться.

$$\text{Значит, } \eta = \frac{Q_{12}}{A} = \frac{U_{12} + A_{12}}{A} = 1 = \frac{9 \rho_0 V_0 + 39 \rho_0 V_0}{9 \rho_0 V_0} = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{|U_{12}|}{A_{12}} = 1$$

$$\frac{T_m}{T_3} = \frac{18}{7}$$

$$\eta = \frac{3}{16}$$



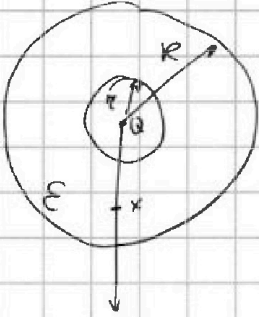
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3.



На внутренней поверхности сферы радиуса r распределится $-Q$, а на внешней заряд Q .
 Поле от точечного заряда зависит по формуле $E = \frac{kQ}{x^2}$, если заряд находится в вакууме, в области, где ось диаметра поле в ϵ раз меньше. $d\varphi = E dx$, значит

$$\text{при } x = \frac{5}{6}R \Rightarrow \varphi = \varphi_r - \frac{E}{\epsilon}(x-r)$$

$$d\varphi = \frac{kQ}{\epsilon x^2} dx \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{kQ}{\epsilon} \int_r^x x^{-2} dx =$$

$$= \frac{kQ}{\epsilon} \frac{x^{-1} - r^{-1}}{-1} = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\varphi_x = \varphi_r - \Delta\varphi = \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right) = kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\epsilon r} + \frac{1}{\epsilon x} \right) =$$

$$= kQ \left(\frac{\epsilon x - x + r}{rx\epsilon} \right) = kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\epsilon r} + \frac{6}{5\epsilon R} \right)$$

2) По условию $r = \frac{R}{6}$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{5}{4} = \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{\epsilon r} + \frac{3}{\epsilon R}}{\frac{1}{R} - \frac{1}{\epsilon R} + \frac{3}{2\epsilon R}} = \frac{6 - \frac{6}{\epsilon} + \frac{3}{\epsilon}}{6 - \frac{6}{\epsilon} + \frac{3}{2\epsilon}}$$

$$30 - \frac{30}{\epsilon} + \frac{15}{2\epsilon} = 24 - \frac{24}{\epsilon} + \frac{12}{\epsilon}$$

$$6 = \frac{30 \cdot 2 - 15 - 24 \cdot 2 + 12 \cdot 2}{2\epsilon} = \frac{21}{2\epsilon} \Rightarrow \epsilon = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

Ответ: $\varphi_x = kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\epsilon r} + \frac{6}{5\epsilon R} \right)$
 $\epsilon = \frac{7}{4}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4.

1) Когда магнитное поле в катушке начнет меняться через нее будет меняться поток \Rightarrow в ней возникнет ЭДС индукции, где $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = n_1 S \cdot -\frac{dB_0}{dt} = -\alpha n_1 S$

$$\Phi = LI \Rightarrow \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \left(\frac{dI}{dt}\right) = -LI'$$

$$\text{Значит } I' = \frac{\mathcal{E}_i}{L} = +\frac{\alpha n_1 S}{L} = \frac{\alpha n_1 S}{L}$$

2) Катушки с очень маленьким сопротивлением \Rightarrow сверхпроводящие, значит поток поля через них всегда равен начальному.

$$\Phi_1 = B_0 n_1 S \quad \Phi_2 = -3B_0 \cdot 4n_1 S \quad (\text{ось } \times \text{ вверх})$$

$$\Phi_1 = \Phi_1 = \frac{B_0}{3} n_1 S$$

$$L = \frac{\mu_0 n^2 S}{\ell}$$

$$16L = \frac{\mu_0 n^2 4^2 S}{\ell} \Rightarrow \ell_1 = \ell_2 = \ell$$

$$\Phi_1 = \Phi_1' = \Phi_1 - \frac{2}{3} B_0 n_1 S + B_0 n_1 S$$

$$\Phi_2 = \Phi_2' = \Phi_2 - \frac{3}{4} B_0 \cdot 4n_1 S + B_0 4n_1 S$$

$$\frac{B_0 n_1 S}{3} + LI - 16LI - \frac{B_0 4n_1 S}{4} = 0$$

$$B_0 n_1 S \cdot \frac{25}{3} = 17LI$$

$$I = B_0 n_1 S \cdot \frac{16}{51}$$

$$\left\{ \begin{aligned} B_0 n_1 S + \frac{I_1 n^2 S \mu_0}{\ell} - 3B_0 \cdot 4n_1 S + \frac{I_1 \cdot 16n^2 S \mu_0}{\ell} &= \Phi_1 \\ \frac{B_0 n_1 S}{3} + \frac{I_2 n^2 S \mu_0}{\ell} - 9B_0 n_1 S + \frac{I_2 \cdot 16n^2 S \mu_0}{\ell} &= \Phi_2 \end{aligned} \right. \quad \Phi_1 = \Phi_2 = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} B_0 \ell + I_1 n \mu_0 - 12B_0 \ell + I_1 \cdot 16n \mu_0 &= \Phi_1 \cdot \frac{\ell}{S n} = 0 \\ B_0 \ell + I_2 n \mu_0 \cdot 3 - 27B_0 \ell + 48 I_2 n \mu_0 &= \Phi_2 \cdot \frac{3\ell}{S n} = 0 \end{aligned} \right.$$

$$17 I_1 n \mu_0 - 11 B_0 \ell = 0$$

$$\frac{51}{17} I_2 n \mu_0 - 26 B_0 \ell = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{26 B_0 \ell}{51 n \mu_0}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. катушка сверхпроводящая, то Φ через нее = 0.

$$\Phi = 0 = \frac{B_0}{3} \cdot nS + IL + I \cdot 16L - \frac{9}{4} B_0 \cdot 4nS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 IL = \left(9 - \frac{1}{3}\right) B_0 nS = \frac{26}{3} B_0 nS$$

$$I = \frac{26}{51} \frac{B_0 nS}{L}$$

Ответ: $\left| \frac{dI}{dt} \right| = \frac{\alpha nS}{L}$

$$I = \frac{26}{51} \cdot \frac{B_0 nS}{L}$$

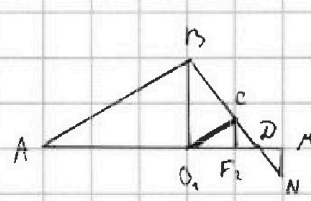
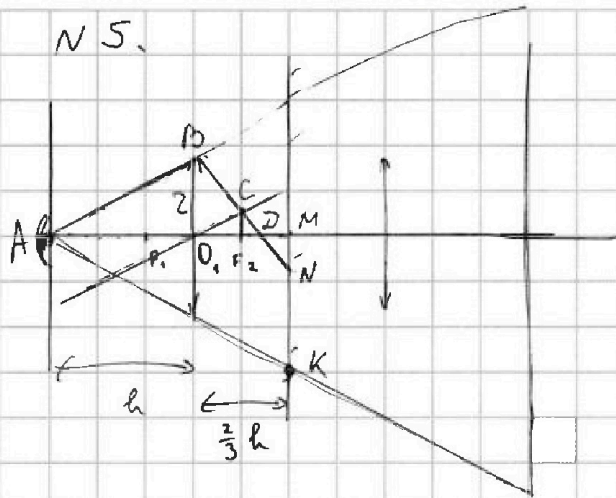


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AO_1 = h; O_1M = \frac{2}{3}h$$

$$AB \parallel O_1C; BO_1 = z$$

(ABCEN - хорда крайнего луча)

Из подобия $\triangle O_1AB \sim \triangle O_1CN$

$$\frac{BO_1}{CF_2} = \frac{AO_1}{AF_2} \Rightarrow \frac{z}{h} = \frac{CF_2}{h/3}$$

$$\Rightarrow CF_2 = \frac{z}{3} \Rightarrow h \text{ пополам } \frac{1}{3}$$

$$\text{Также } \frac{BO_1}{CF_2} = \frac{O_1D}{F_2D} \Rightarrow \frac{z}{h/3} = \frac{\frac{h}{3} + DF_2}{\frac{2}{3}h - DF_2}$$

$$\Rightarrow z = \frac{h + 3DF_2}{h - 3DF_2}$$

$$3h - 9DF_2 = h + 3DF_2 \Rightarrow 2h = 12DF_2 \Rightarrow DF_2 = \frac{h}{6}$$

$$\text{Тогда } DM = \frac{2}{3}h - \frac{h}{3} - \frac{h}{6} = \frac{h}{6} \Rightarrow \triangle CDF_2 \sim \triangle NDM \Rightarrow$$

$\Rightarrow CF_2 = NM = \frac{z}{3}$. Весь отрезок NM (и симметричный сверху отрезок, также освещена часть зеркала, на которую падают лучи не преломляясь.)

Тогда осв. часть зеркала это круг "без центра", образованный вращением отрезка NK.

$$\frac{AO_1}{O_1B} = \frac{AM}{MK} \Rightarrow \frac{h}{z} = \frac{\frac{5}{3}h}{MK} \Rightarrow MK = \frac{5}{3}z$$

$$\text{Тогда } S_{\text{осв. зерк.}} = \pi \cdot \left(\frac{5}{3}z\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{z}{3}\right)^2 = \pi \cdot \frac{25}{9}z^2 - \pi \cdot \frac{z^2}{9} = \frac{\pi \cdot 24z^2}{9} =$$

$$= \frac{\pi \cdot 24}{9} \cdot 25 = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$$

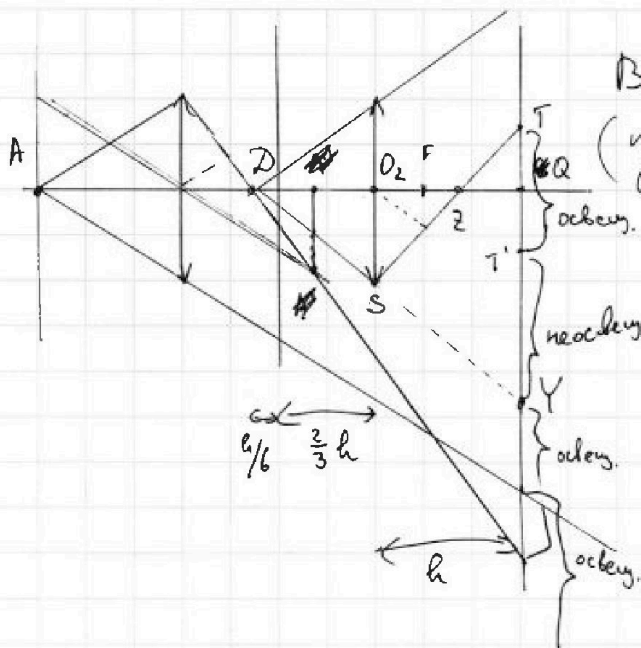


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



В зеркале после преломления (первого) лучей, лучи собираются в точке D на расстоянии $\frac{h}{3+6} = \frac{h}{9}$ от линзы. Рассмотрим ход луча в зазеркалье. Крайний луч не преломится и продолжит освещать «зазеркальную» область. А крайний луч который попадет в линзу преломится, лучи соберутся в точке Z,

ее положение можно найти из подобия или по формуле тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{DO_2} + \frac{1}{O_2Z} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{3}{h} = \frac{1}{\frac{h}{6} + \frac{2h}{3}} + \frac{1}{O_2Z} \Rightarrow \frac{3}{h} - \frac{6}{h+4h} = \frac{1}{O_2Z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{h} - \frac{6}{5h} = \frac{1}{O_2Z} = \frac{1}{O_2Z} \Rightarrow O_2Z = \frac{5h}{9}$$

Дальше из подобия: $\frac{SO_2}{O_2Z} = \frac{TQ}{ZQ} \Rightarrow \frac{\frac{5}{8}h}{\frac{5}{9}h} = \frac{TQ}{h - \frac{5}{9}h}$

$$TQ = r \cdot \frac{1 - \frac{5}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{5}r$$

$$\frac{DO_2}{O_2S} = \frac{O_2Q}{O_2Y} \Rightarrow \frac{\frac{5}{6}h}{r} = \frac{\frac{11}{6}h}{O_2Y} \Rightarrow O_2Y = \frac{11}{6} \cdot r \cdot \frac{6}{5h} = \frac{11}{5}r$$

Тогда освещ. часть это: $\pi \cdot (O_2Y)^2 - \pi \cdot (O_2T)^2 = \pi \left(\left(\frac{11}{5}r \right)^2 - \left(\frac{4}{5}r \right)^2 \right) =$
 $= \pi r^2 \left(\frac{121}{25} - \frac{16}{25} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{105}{25} = \frac{21}{5} r^2 \pi = \frac{21}{5} \cdot 25 \cdot \pi = 105 \pi \text{ см}^2$

Ответ: $S_{\text{осв.з.}} = \frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$

$S_{\text{осв.ст.}} = 105 \pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

