



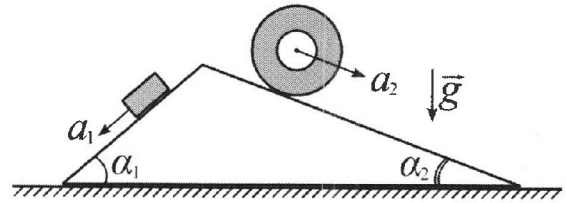
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

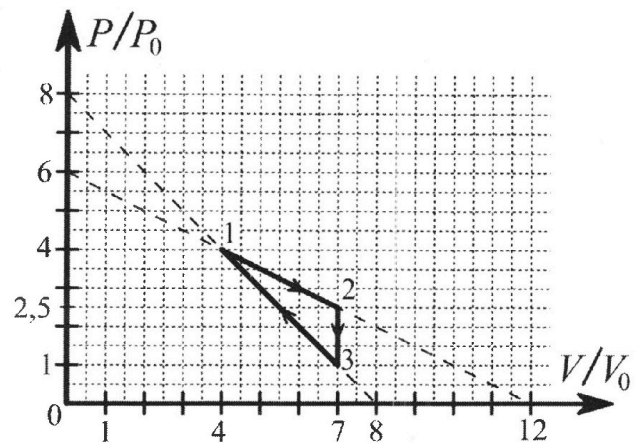


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.

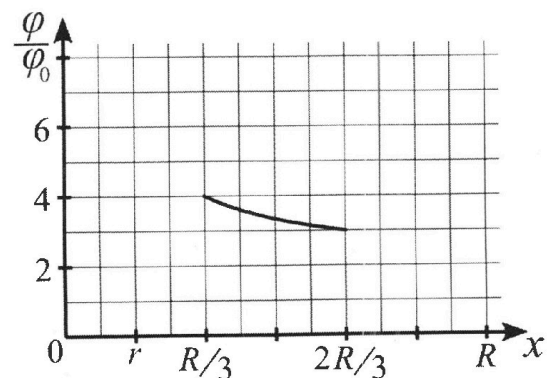
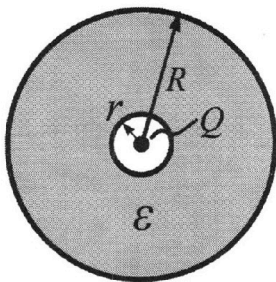


Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.).

Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





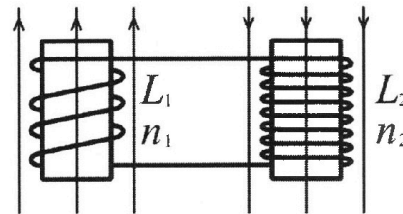
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



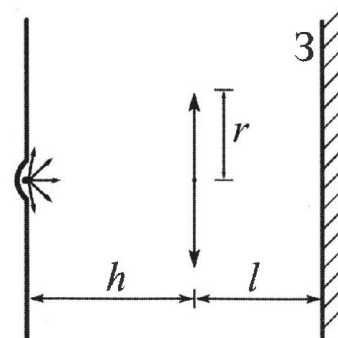
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

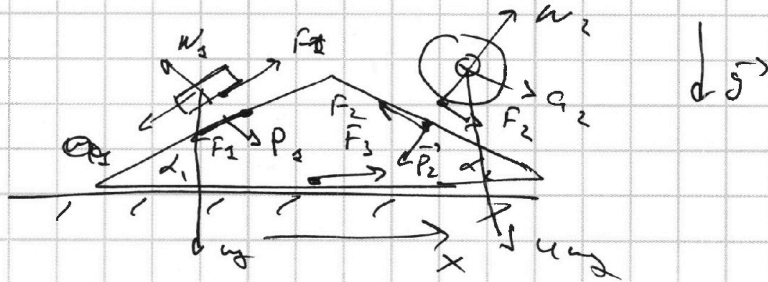


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА 1 из 1,

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$N \leq$
 given:
 $a_1, a_2, m, \alpha_1, \alpha_2$



Рассчитаем
 силы, где F_1, F_2, F_3 - силы сцепки

N_1, N_2 - силы реакции опоры
 равные по модулю N_1 и N_2 соответственно

F_1, F_2 - силы сцепки
 равные по модулю F_1 и F_2 соответственно

по 2-му закону Ньютона на ось
 сонаправленные с ускорением $a \perp$ ось

учитывая $\left\{ \begin{aligned} m a_1 &= m g \sin \alpha_1 - F_1 \quad (1) \\ N_1 &= m g \cos \alpha_1 \quad (2) \end{aligned} \right.$

учитывая условие отсутствия проскальзывания $\left\{ \begin{aligned} m g \cos \alpha_2 &= N_2 \quad (3) \\ F_2 &= 4 m a_2 \quad (4) \end{aligned} \right.$

силы на ось Ox : $F_1 \cos \alpha_1 - N_1 \sin \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 + N_2 \sin \alpha_2 - F_3 = 0 \quad (5)$

(1) $\Rightarrow F_1 = m (g \sin \alpha_1 - a_1) = m g \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{14}{65} m g$

(2) $\Rightarrow N_1 = \frac{4}{5} m g$ по условию

(3) $\Rightarrow N_2 = \frac{12}{13} m g \Rightarrow (5) \left(\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} - \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{13} + \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} \right) m g = F_3 \Rightarrow$

(4) $\Rightarrow F_2 = \frac{5}{6} m g \Rightarrow F_2 = \left(-\frac{5}{13} \cdot \frac{4}{5} + \frac{10}{13} + \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} \right) m g = \frac{5}{13} m g \left(-\frac{4}{5} + 2 + \frac{12}{13} \right) =$
 $= \frac{5}{13} m g \left(\frac{6}{5} + \frac{12}{13} \right) = \frac{30}{13} m g \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{13} \right) = \frac{30}{13} m g \left(\frac{13+10}{65} \right) = \frac{28 \cdot 30}{13 \cdot 65} m g = \frac{138}{169} m g$

Ответ: $F_1 = \frac{14}{65} m g$ $F_2 = \frac{5}{6} m g$ $F_3 = \frac{138}{169} m g$

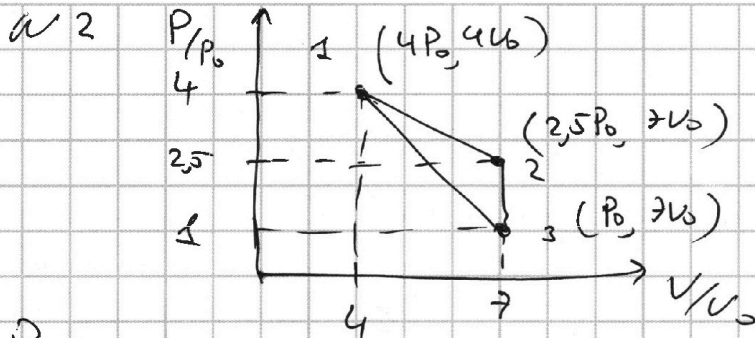


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



дано!
i = 3

Решение

1) работа газа за весь цикл $A = |A_{12}| - |A_{23}|$ так же
 A - это площадь $\Delta 123$; $|A_{i1}| = \left| \frac{P_i + P_1}{2} (V_i - V_1) \right| \rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} |A_{12}| = 3,25 P_0 \cdot 3V_0 = 9,75 P_0 V_0 \\ |A_{23}| = 2P_0 \cdot 3V_0 = 6 P_0 V_0 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow A = 3,75 P_0 V_0$; $A_{23} = 0 \Rightarrow$
 \Rightarrow из формулы для внутренней энергии

$$|Q_{23}| = \frac{i}{2} (P_3 V_3 - P_2 V_2) = \frac{3}{2} (7P_0 V_0 - 2,5 \cdot 7P_0 V_0) =$$

$$= \frac{3}{2} (1,5 \cdot 7P_0 V_0) = \frac{9}{4} \cdot 7P_0 V_0 = \frac{63}{4} P_0 V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\kappa_2 = \frac{|Q_{23}|}{|A|} = \frac{\frac{63}{4}}{\frac{15}{4}} = 7}$$

найдем уравнение прямой для процесса 1-2

$$\frac{P}{P_0} = 6 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0} \Rightarrow P = 6P_0 - \frac{1}{2} V \cdot \frac{P_0}{V_0}$$

из закона Менделеева - Клапейрона для процесса 1-2
 $PV = \nu RT$ где ν - кол-во вещества (постоянно в этом процессе), R - универс. газовая постоянная, T - температура

\Rightarrow в точке 1: $\nu RT_1 = 16P_0 V_0 \rightarrow$ найдем уравнение

$$\Rightarrow \frac{T}{T_1} = \frac{PV}{16P_0 V_0} = \frac{6P_0 V - \frac{1}{2} P_0 V^2}{16P_0 V_0} = \frac{3}{8} \frac{V}{V_0} - \frac{1}{32} \left(\frac{V}{V_0}\right)^2$$

$\frac{T}{T_1}(V)$ - нужно найти максимум функции на отрезке $[4V_0, 7V_0]$ $\frac{T}{T_1}(V)$ - графиком

увн. парабола, ветви вниз \Rightarrow максимум $\frac{3}{16} \frac{6V_0}{V_0} = \frac{9}{8}$
 все функции лежат в вершине $V_{\text{верш}} = \frac{6V_0}{2 \cdot \frac{1}{16}} = 48V_0$
 $\frac{9}{16} [4V_0; 7V_0] \Rightarrow$ максимум PV будет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &\approx P_x dV + \frac{3}{2} P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP = \\ &= \frac{5}{2} \left(0 P_0 - \frac{P_0}{V_0} V_x \right) dV + \frac{3}{2} (V_x) \left(-\frac{P_0}{V_0} \right) dV = \\ &= 20 P_0 dV - \frac{5 P_0}{2 V_0} V_x dV + \frac{3 P_0 V_x}{2 V_0} dV = \\ &= \left(20 P_0 - 4 \frac{P_0}{V_0} V_x \right) dV. \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \left(20 - \frac{4 V_x}{V_0} \right) P_0 \end{aligned}$$

Обращается в 0 в точке $V_x = 5 V_0$

\Rightarrow не учитывать $[5 V_0; 7 V_0]$ так как нет

не учитывать $[4 V_0; 5 V_0]$ так как нет \Rightarrow

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q^+ &= Q_{12} + Q_{23} = \\ &= 3,25 P_0 V_0 - 2 P_0 V_0 + \frac{3}{2} (12,5 - 16) P_0 V_0 + \end{aligned}$$

\Rightarrow так как нет тепло не на всем участке $[3 V_0; 7 V_0]$ учитываем что Q_{13} только на $[5 V_0; 7 V_0]$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q^+ &= Q_{12} + Q_{23} + Q_{13} = \\ &+ \frac{1}{2} (16 - 7) P_0 V_0 = 9,75 P_0 V_0 + 2,25 P_0 V_0 - 7,5 P_0 V_0 + 13,5 P_0 V_0 = \\ &= 12 P_0 V_0 - 5,25 P_0 V_0 + 13,5 P_0 V_0 + 18 P_0 V_0 = 38,25 P_0 V_0 \\ \eta &= \frac{A}{Q^+} = \frac{2,25 P_0 V_0}{38,25 P_0 V_0} = \frac{9}{153} = \frac{1}{17} = 0,125 = 12,5\% \end{aligned}$$

Ответ: $\eta_1 = \left| \frac{\Delta U}{A} \right| = 7$
 $\eta_2 = \left| \frac{T}{T_1} \right| = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$
 $\eta = 12,5\%$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 9,75 P_0 V_0 + 2,25 P_0 V_0 - 4 P_0 V_0 + 8 P_0 V_0 &= \\ &= (12 + 4) P_0 V_0 = 16 P_0 V_0 \Rightarrow \\ \eta &= \frac{A}{Q^+} = \frac{2,25 P_0 V_0}{16 P_0 V_0} = \frac{9}{64} \end{aligned}$$

Ответ: $\eta_1 = \left| \frac{\Delta U}{A} \right| = 7$
 $\eta_2 = \frac{5}{6}$
 $\eta = \frac{9}{64}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

используем p_T $V=2V_0$ \Rightarrow $p_T = \frac{p_0}{2}$ $V_T = 2V_0$
 весь процесс происходит по закону $p \sim V^{-1}$ — это изобарический процесс
 функция не промежуточные (p_0, V_0) \Rightarrow
 $\Rightarrow k_2 = \frac{p_0}{2} \cdot 2V_0 = p_0 V_0$
 $\Rightarrow \frac{p_0}{2} \cdot 2V_0 = p_0 V_0$
 \Rightarrow по 1-му началу термодинамики на участке 2-3 газ отдает тепло.

Наибольший нагрев происходит на участке 1-2 и 2-3 газ отдает тепло, а на участке 3-1 газ получает тепло.

1-2: $p = p_0 - \frac{p_0}{2V_0} V \Rightarrow dp = -\frac{p_0}{2V_0} dV$ — манометр

— изменение от точки P_x, V_x на dP, dV
 тогда $\Delta Q = A + \Delta U \Rightarrow$

$\Delta Q = \left(P_x + \frac{dP}{2} \right) dV + \frac{3}{2} \left((P_x + dP)(V_x + dV) - P_x V_x \right)$ применяем 2-е начало термодинамики

$\approx P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP + \frac{3}{2} P_x dV = \frac{5}{2} P_x dV + \frac{3}{2} V_x dP$

$= \frac{5}{2} \left(p_0 - \frac{p_0}{2V_0} V_x \right) dV + \frac{3}{2} V_x \cdot \left(-\frac{p_0}{2V_0} dV \right) =$

$= \frac{5}{2} p_0 dV - \frac{5p_0}{4V_0} V_x dV + \frac{3p_0}{4V_0} V_x dV = \frac{5}{2} p_0 dV - \frac{p_0}{2V_0} V_x dV =$

$= \left(\frac{5}{2} p_0 - \frac{p_0 V_x}{2V_0} \right) dV \Rightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{5}{2} p_0 - \frac{p_0 V_x}{2V_0} \Rightarrow$

\Rightarrow на всем процессе 1-2 $\frac{\Delta Q}{\Delta V} > 0 \Rightarrow$ газ

получает тепло

1-3: $p = p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \Rightarrow dp = -\frac{p_0}{V_0} dV$ — манометр
 — изменение dP, dV от точки P_x, V_x

$\Delta Q = A + \Delta U \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta Q = \left(P_x + \frac{dP}{2} \right) dV + \frac{3}{2} \left((P_x + dP)(V_x + dV) - P_x V_x \right)$ применяем 2-е начало термодинамики



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. дано: r, R, Q, ϵ решение: потенциал в т. $R/4$

можно найти как + $\varphi_{R/4}$ (если бы все было замкнуто диэлектриком)

- $\varphi(r)$ (в центре потенциала точки которой в реальности не замкнута диэлектриком) + $\varphi(r)$ (добавить для соблюдения непрерывности потенциалов)

группировка

$$R_x \in [r, R] \quad \varphi(R_x) = \varphi(r) + \frac{\varphi(R_x) - \varphi(r)}{2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_x} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{r} + \frac{r}{r} \right)$$

из формулы $\varphi = \int E dr$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{r} + \frac{r}{r} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} + \frac{r-1}{r} \right)$$

где $R_x = R/4$

$$\varphi_{(R/4)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4}{R} + \frac{r-1}{r} \right)$$

подставим в формулу $R_x = R/3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \varphi(R/3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{r-1}{r} \right) \text{ при этом}$$

$$\frac{\varphi(R/3)}{4\pi\epsilon_0} = 4 \text{ (из графика)} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi(R/3)}{4} = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{r-1}{r} \right)$$

подставим $R_x = \frac{2R}{3}$

$$\varphi(2R/3) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{r-1}{r} \right) \text{ при этом } \frac{\varphi(2R/3)}{\varphi_0} = 3$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi(2R/3)}{3} = \frac{Q}{12\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{r-1}{r} \right)$$

подставим ур-е (1) в ур-е (2)

$$\frac{Q}{12\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{2R} + \frac{r-1}{r} \right) = 4 \frac{Q}{16\pi\epsilon_0} \left(\frac{3}{R} + \frac{r-1}{r} \right)$$

$$\frac{1}{2R} + \frac{r-1}{3r} = \frac{3}{4R} + \frac{r-1}{4r} \Rightarrow \frac{r-1}{12r} = \frac{1}{4R} \Rightarrow r-1 = \frac{3r}{R} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\xi = \frac{3\xi + R}{R}$$

Ответ

$$Q(R/4) = \frac{Q}{40888} \left(\frac{4}{R} + \frac{\xi-1}{\xi} \right)$$

$$\xi = \frac{3\xi + R}{R}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4 задачи

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= L \\ L_2 &= 4L \\ n_1 &= n \\ n_2 &= 2n \end{aligned} \right\}$$

Решение:

1) Когда поле вне катушки I не меняется то

в K_1 возникает Σ самоиндукции и тогда $\Phi_{\text{вн}} \rightarrow 0$, то в катушке появится ток I такой, что

$$\dot{I} (L_1 + L_2) = \Sigma s \cdot \dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB_2}{dt} \cdot S n$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{\alpha S n}{L_1 + L_2}} = \frac{\alpha S n}{5L}$$

2)

При изменении полей I_1 и I_2 возникнет Σ самоиндукции, а в катушках появятся ток, такой, чтобы

$$\frac{dI}{dt} (L_1 + L_2) = \Sigma s \cdot \dot{\Phi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{dB_1}{dt} \cdot S n + \frac{dB_2}{dt} \cdot 2S n$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{dB_1}{dt} + 2 \frac{dB_2}{dt} \right)$$

проинтегрируем по времени, получим

$$(I_k - I_0) = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(B_{1\text{кон}} - B_{1\text{нач}} + 2(B_{2\text{кон}} - B_{2\text{нач}}) \right)$$

$$I_0 = 0 \quad (\text{в начале ток} = 0)$$

используем ток $\rightarrow I_k = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{B_0}{2} + 2 \left(2B_0 - \frac{2}{3}B_0 \right) \right)$

$$I_k = \frac{S n}{L_1 + L_2} \left(\frac{19}{3} B_0 \right) = \frac{19 S n B_0}{3(L_1 + L_2)} = \frac{19}{15} \cdot \frac{S n B_0}{L}$$

Ответ: 1) $I = \frac{\alpha S n}{5L}$

2) $I = \frac{19}{15} \frac{S n B_0}{L}$

* — увеличивается по времени $\frac{dI}{dt}$, но ток тем в 0 момент времени не течет т.к. катушка — инертна при $t=0$



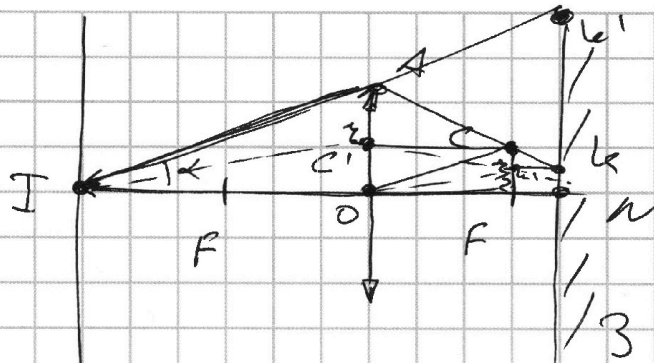
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5



- 1) луч через Т.О. пройдет на противоположн.
2) крайний луч IA пойдет под углом α ($\tan \alpha = \frac{r}{h}$) \Rightarrow для построения оси лучи проведем параллельную прямую l , проходящую через Т.О.

эта прямая пересечет прямые фокус
на высоте $\frac{r}{2} \Rightarrow AC \cap l = k$ из подобия
 $\Rightarrow kn = \frac{r}{2} - \frac{r}{6} = \frac{r}{3}$

продлим IA $\cap l = k' \Rightarrow$ из подобия
 $k'n = \frac{R}{3} r$ по св-ву собирающей

линзы Если провести лучи симметрично
IA, Iк', Aк, в другой полуплоскости от
главной оптической оси, то получится
такие же изображения на экране,
такие же по св-ву собирающей линзы
любой луч который выйдет из Т, I и
попадет на экран AD после преломления
попадет на отрезок kn. \Rightarrow

\Rightarrow зона вне окружности с $R = kn$

будет освещена от лампы

зона с $R' = kn$ будет освещена

препятствием линзы, а освещенная

зона между окружностями с R и R' останется

в тени \Rightarrow

$$S_{\text{тени}} = \pi R^2 - \pi R'^2 =$$

$$= \frac{25}{9} \pi r^2 - \frac{1}{9} \pi r^2 = \frac{24}{9} \pi r^2 = 24 \pi \text{ см.}$$

$$S_{\text{тени}} = 24 \pi \text{ см}$$



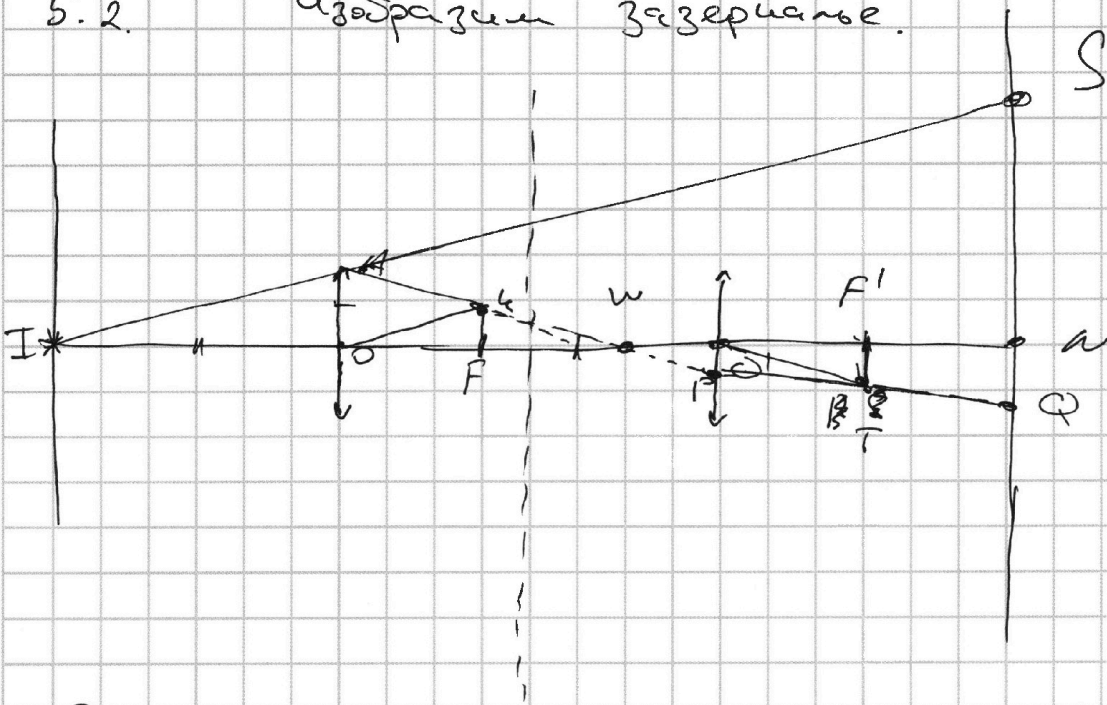
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.2. Изобразим зеркала.



Поскольку лампочка не может осветить стену напрямую, то площадь не освещенной части стены в зеркале будет равна площади не освещенной части стены.

такая же длина пути $IS \triangleq SA \rightarrow AI \rightarrow AO \rightarrow I$
 $\Rightarrow SN \leq \frac{10}{3}r$ и все что вне окружности с $R = SN$ будет освещено. Пусть прямой луч через точку IA тогда преломленный луч пройдет через T (по построению из пред. пункта) причём $KF = \frac{r}{2} \Rightarrow$ луч AK пересечет стену в T . P ; т.к. $O'P = \frac{4r}{3}$ (и $W = IK \cap KO$ из подобия $\triangle KFA$ и $\triangle WO'P$) проведем через O' прямую $c \parallel WP$ тогда $TF' \perp AI$ $TE \subset c$
 $\Rightarrow TF' = \frac{r}{2} \Rightarrow PT \cap SN = Q$
 и $(F'T - O'P) : (AQ - FT) = WF' : F'N = 1 : 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow MQ = \frac{2}{3}r$ аналогично по св-ву симметричности линии все внутри окружности с радиусом $R' = MQ$ будет освещено и преломленные лучи не осветят больше ничего



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) S_{\text{стен}} = \pi R^2 - \pi r^2$$

$$2 \frac{100 \pi r^2}{9} - \frac{4 \pi r^2}{9} = 96 \pi \text{ см}$$

Ответ: 1) $S_{\text{стен}} = 24 \pi \text{ см}$

2) $S_{\text{стен}} = 96 \pi \text{ см}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

The page contains several handwritten physics diagrams and equations:

- Top Left:** A sphere on an inclined plane. Forces shown: gravity mg pointing down, tension F_T along the incline, and normal force perpendicular to the incline. Equation: $F_T = 4mg \cos \alpha_2$.
- Top Right:** A sphere on an inclined plane with a string over a pulley. Forces shown: gravity mg , tension F_T , and normal force. Equation: $9/10 mg = 4/5 a$. Below it: $\sin(\frac{10}{9}) \cdot \frac{10}{9}$.
- Middle Left:** A sphere on a horizontal surface. Forces shown: gravity mg down, normal force up, and tension F_T to the right. Equation: $(4mg \cos \alpha_2 - \dots)$.
- Middle Right:** A sphere on an inclined plane. Forces shown: gravity mg , tension F_T , and normal force. Equation: $F_T = 4ma_2$.
- Bottom Left:** A sphere on a horizontal surface. Forces shown: gravity mg down, normal force up, and tension F_2 to the right. Equation: $(\mu \sin \alpha_2) l = mg$.
- Bottom Right:** Two spheres on horizontal surfaces. Forces shown: gravity mg , normal force, and tension F_2 . Equation: $a_1 g = \frac{10}{9} = \dots$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1
дано: $\alpha_1 = \frac{58}{13}$
 $\alpha_2 = \frac{58}{24}$
 m, α_1, α_2

Решение: 1) расставим силы

N, N_2 - силы реакции опоры на грузы и соответственно силы давления,
 F_{T1}, F_{T2} - силы трения.

Возьмем 2-е закон Ньютона для груза и цилиндра на ось ускорения и на ось \perp ускорения

для: $\begin{cases} ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_{T1} & (1) \\ N = mg \cos \alpha_1 & (2) \end{cases}$

цилиндр движется без проскальзывания \Rightarrow
 Т.О - МВВ \Rightarrow УР(4)

условие отсутствия проскальзывания $\begin{cases} ma_2 = mg \sin \alpha_2 & (3) \\ F_{T2} = mg \sin \alpha_2 & (4) \\ N_2 = 4mg \cos \alpha_2 & (5) \end{cases}$, где r - радиус цилиндра

или поворачивается \Rightarrow по 2-му закону Ньютона на O_2

$$0 = F_{T1} \cos \alpha_1 - N \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 - F_{T2} \cos \alpha_2 \Rightarrow F_{T3} \quad (6)$$

$(1) \Leftrightarrow F_{T1} = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{13} \right) = \frac{14}{65} mg$
 $(2) \Leftrightarrow N = mg \cdot \frac{4}{5}$
 $(3) \Leftrightarrow mg \cdot \frac{5}{13} = 4mg \cdot \frac{5}{13}$ подставим в (6)
 $(4) \Leftrightarrow F_{T2} = \frac{5}{13} mg$
 $(5) \Leftrightarrow N_2 = \frac{48}{13} mg$

$$0 = \frac{4}{5} \cdot \frac{14}{65} mg - \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} mg + \frac{5}{13} \cdot \frac{48}{13} mg - \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} mg \Rightarrow F_{T3}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{13} \cdot \frac{48}{13} mg - \frac{5}{13} \cdot \frac{12}{13} mg \Rightarrow F_{T3}$$

$F_3 = mg \left(\frac{56}{25 \cdot 13} - \frac{12}{25} + \frac{240}{13 \cdot 13} - \frac{60}{13 \cdot 13} \right) = mg \left(\frac{3200}{25 \cdot 13 \cdot 13} \right) =$
 $= mg \left(\frac{126}{169} \right)$

Ответ: $F_{T2} = \frac{14}{65} mg$ $F_{T3} = \frac{126}{169} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

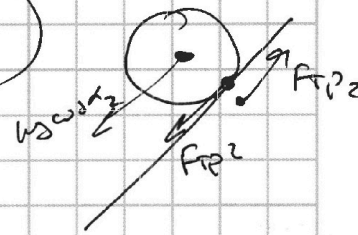
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

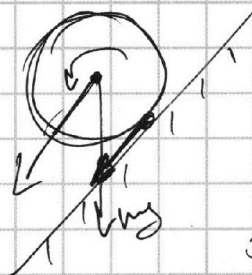
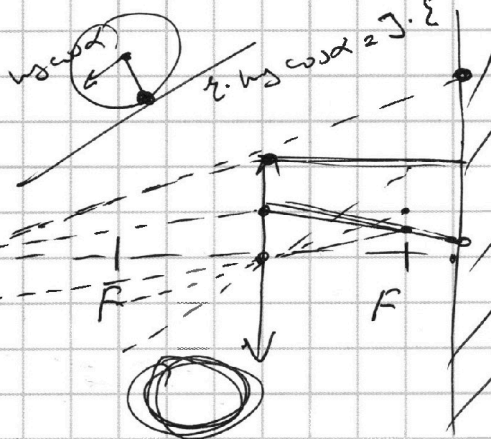
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{dI}{dt} = \dot{I} = \frac{1}{5L} \left(\frac{dB_1}{dt} \cdot 2S \sin \alpha + \frac{dB_2}{dt} \cdot 2S \cos \alpha \right)$$

$$(I - I_0) = \frac{1}{5L} \left((B_1 - B_{10}) S \sin \alpha + \dots \right)$$

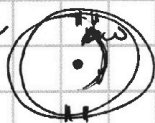


$$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$



$$mg \sin \alpha \cdot \hat{r} = \frac{5g}{24}$$

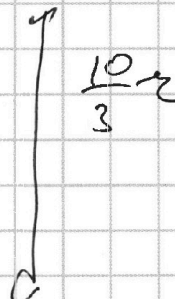
$$\frac{q}{r} \cdot \frac{1}{2}$$



$$mg \sin \alpha = F_T \cdot \epsilon = mg \cdot \epsilon$$

$$F_{T1} = mg \sin \alpha$$

$$1 + \sin \alpha + \cos \alpha$$



$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{(R_x - r)}$$

$$\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon} \left(\frac{R_x \epsilon - R_x}{R_x} \right) = \frac{Q (\epsilon R_x (\epsilon - 1))}{4\pi \epsilon_0 \epsilon \cdot R_x}$$

$$\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{(R_x - r)}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{q}{(R_x - r)} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{\epsilon - R_x}{R_x} \right)$$

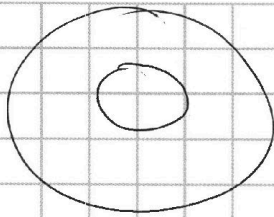


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{z} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{z} \right) =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot R_x \left((\epsilon-1) \frac{R_x}{z} + \frac{1}{z} \right)$$

$$\varphi(R_x) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{R_x}{z} + \frac{1}{z} \right) \left((\epsilon-1) \left(\frac{R_x}{z} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{z} \right) =$$

~~$$\frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\frac{\epsilon}{4}R - \epsilon z - \frac{R}{4} + 2z}{\frac{Rz}{4} - z^2} \right) =$$~~

~~$$= \frac{Q}{\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\frac{\epsilon R}{4} - \epsilon z - \frac{R}{4} + 2z}{Rz - 4z^2} \right) =$$~~

$$= \frac{Q}{\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\frac{R}{4}(\epsilon+1) + z(2-\epsilon)}{z(R-4z)} \right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{\left(\epsilon \left(z + \frac{R}{4} \right) - \frac{R}{4} \right)}{\left(z + \frac{R}{4} \right) z} =$$

$$= \frac{Q}{\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{\frac{R}{4}(\epsilon-1) + \epsilon z}{4z^2 + Rz} \right)$$