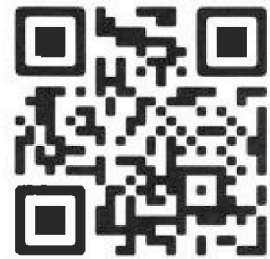




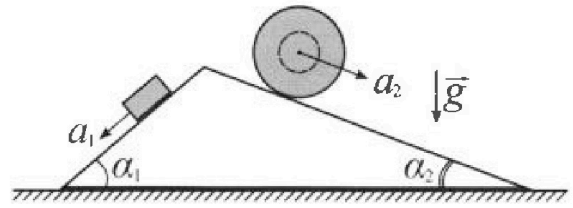
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-02



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 7g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $5m$ с ускорением $a_2 = 8g/25$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$).

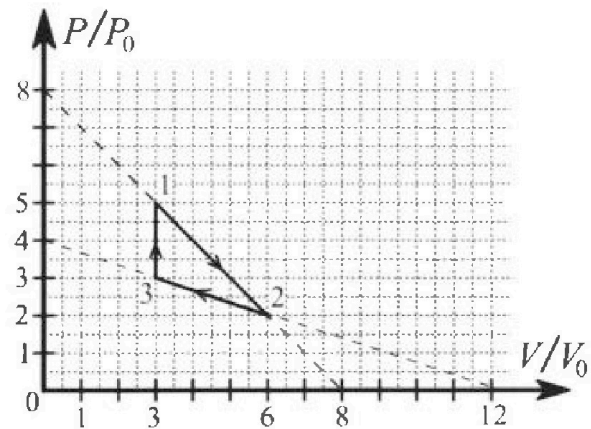


Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразит ь через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.



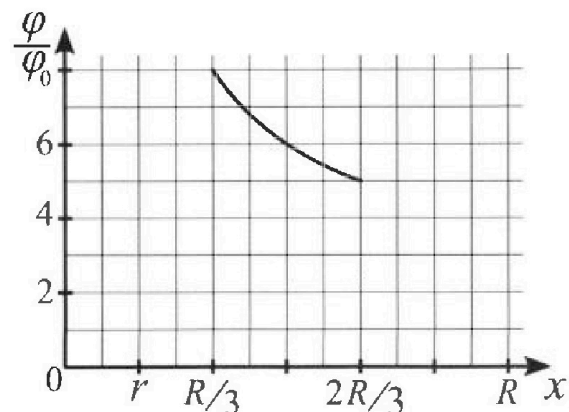
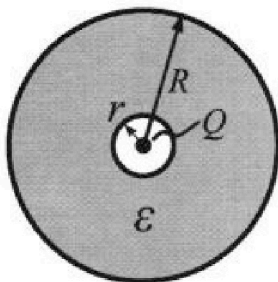
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.).

Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 3R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





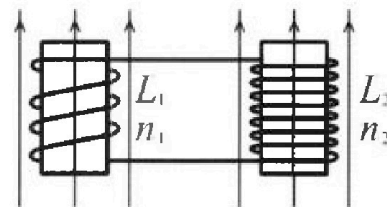
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-02



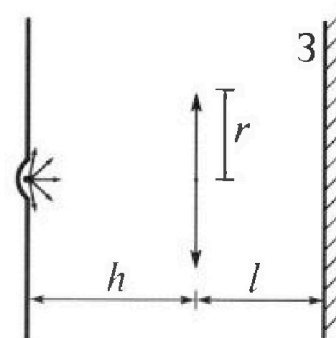
В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $2B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $B_0/3$ до $B_0/12$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 2$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



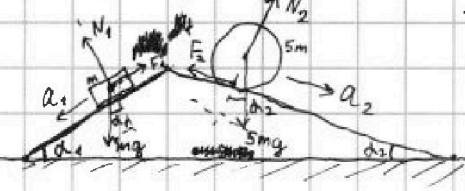
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача N 1



IIЗН \rightarrow брусок: $ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$
 $F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) =$
 $= mg \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{14} \right) = \frac{16}{85} mg$

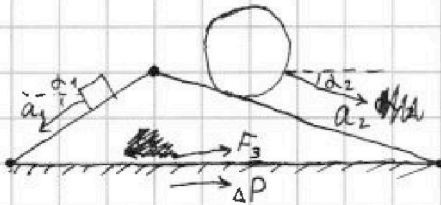
Ответ 1): $\frac{16}{85} mg$

2) IIЗН \rightarrow шар:

$5ma_2 = 5mg \sin \alpha_2 - F_2$
 $\Rightarrow F_2 = 5m(g \sin \alpha_2 - a_2) =$
 $= 5mg \left(\frac{8}{14} - \frac{8}{25} \right) = mg \cdot \frac{200 - 136}{85} = \frac{64}{85} mg$

Ответ: 2) $\frac{64}{85} mg$

3)



Рассмотрим изменение импульса центра масс P за маленький отрезок времени Δt :

$\Delta P = (5m \cdot a_2 \cdot \cos \alpha_2 - m \cdot a_1 \cdot \cos \alpha_1) \Delta t$

По горизонтали на систему действует одна внешняя сила $F_3 \Rightarrow$

$F_3 \Delta t = \Delta P$
 $F_3 = \frac{\Delta P}{\Delta t} = 5ma_2 \cos \alpha_2 - ma_1 \cos \alpha_1 =$
 $= mg \left(5 \cdot \frac{64}{85} \cdot \frac{15}{14} - \frac{16}{85} \cdot \frac{4}{5} \right) = mg \cdot \frac{64}{85} \left(\frac{45}{14} - \frac{1}{5} \right) =$
 $= mg \cdot \frac{64}{85} \cdot \frac{375 - 14}{85} =$
 $= mg \cdot \frac{64 \cdot 358}{85^2}$

Ответ: 3) $\frac{64 \cdot 358}{85^2} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2:

1) A - работа за цикл $\equiv P_0 V_0 \cdot \text{площадь трапеции}$
 $\Rightarrow A = P_0 V_0 \cdot \frac{2+3}{2} = 3 P_0 V_0$

ΔU_{3-1} - прирост внутр. эн. газа в пр. 3-1 = $U_1 - U_3$, где
 U_1 - внутр. эн. газа в сост. 1
 U_3 - аналогично

газ одноатомный $\Rightarrow i=3$ степени свободы $\Rightarrow U_1 = \frac{3}{2} P_1 V_1 = \frac{3}{2} \cdot 5 P_0 \cdot 3 V_0 = \frac{45}{2} P_0 V_0$ (P_1 - завл. 2. в сост. 1)
 V_1 - объём 2. в сост. 1)

$U_3 = \frac{3}{2} P_3 V_3 = \frac{3}{2} \cdot 3 P_0 \cdot 3 V_0 = \frac{27}{2} P_0 V_0$ (P_3, V_3 - аналогично P_1, V_1)

$\Delta U_{3-1} = U_1 - U_3 = P_0 V_0 \left(\frac{45}{2} - \frac{27}{2} \right) = 9 P_0 V_0$

$\frac{|\Delta U_{3-1}|}{A} = \frac{9 P_0 V_0}{3 P_0 V_0} = 3$ Ответ 1) 3

2) Назовём точкой 4 макс. температурой на отрезке 1-2.

$\frac{P_4}{P_0} + \frac{V_4}{V_0} = 8$ (P_4, V_4 - аналогично P_1, V_1)

T_4 (температура газа в сост. 4) = $\frac{P_4 V_4}{P_2 V_2} \cdot T_2$ (P_2, V_2, T_2 - аналогично P_1, V_1, T_1) $\rightarrow \max$

$P_4 V_4 \rightarrow \max$

$\frac{P_4 V_4}{P_0 V_0} \rightarrow \max \Rightarrow \left(8 - \frac{P_4}{P_0} \right) \frac{P_4}{P_0} \rightarrow \max \Rightarrow 8 \frac{P_4}{P_0} - \left(\frac{P_4}{P_0} \right)^2 \rightarrow \max \Rightarrow \frac{P_4}{P_0} = \frac{8}{2} = 4; \frac{V_4}{V_0} = 4$ (середина прямой)

$\frac{T_4}{T_2} = \frac{P_4 V_4}{P_2 V_2} = \frac{4 P_0 \cdot 4 V_0}{2 P_0 \cdot 6 V_0} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ Ответ: 2) 4/3

3) Рассмотрим точку 5 в процессе 1-2, все обозначения аналогичны.

dV - маленькое увеличение объёма

dA - маленькая работа газа при этом сдвиге

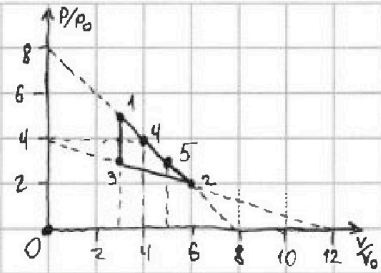
dU - маленький прирост внутр. эн.

dQ - маленький прирост тепла

dP - маленькое изменение давления

$\Rightarrow Q_k$ (тепло от нагревателя) = $\Delta Q_{3-1} + \Delta Q_{1-5} =$
 $= \Delta U_{3-1} + \Delta U_{1-5} + A_{1-5} = P_0 V_0 \left(9 + \left(\frac{3}{2} (5-3-3-5) + \frac{3+5}{2} \cdot 3 \right) \right) =$
 $= P_0 V_0 \left(9 + 0 + \frac{9}{2} \right) = 14 P_0 V_0$

η (КПД) = $\frac{A}{Q_k} = \frac{3 P_0 V_0}{14 P_0 V_0} = \frac{3}{14}$ Ответ 3) 3/14



далее падает для прямой 2-3 такая точка лежит правее точки 2, ситуация подобна, точка 2 - середина



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

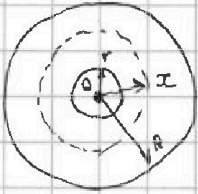
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

1) E_x - напря-ть электр. поля на расст x от центра шара.



~~$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{Q}{x^2}$ при $x \in [r; R)$~~

$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2}$ при $x \in [R; +\infty)$

Для $x \in [r; R)$:

$$\varphi(x) = \int_{x_0}^R E_x dx + \int_R^{+\infty} E_x dx = \int_{x_0}^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{Q}{x^2} dx + \int_R^{+\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{x^2} dx =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{\epsilon} \int_{x_0}^R \frac{dx}{x^2} + \int_R^{+\infty} \frac{dx}{x^2} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon} \cdot \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{x_0}^R + \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_R^{+\infty} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{R} \right) + \frac{1}{R} \right)$$

$$\varphi\left(\frac{3}{4}R\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{4}{3R} - \frac{1}{R} \right) + \frac{1}{R} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{3\epsilon R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{Q(1+3\epsilon)}{4\pi\epsilon_0 R \cdot 3\epsilon} = \frac{Q(1+3\epsilon)}{12\pi\epsilon_0 \epsilon R}$$

Ответ 1) $\frac{Q(1+3\epsilon)}{12\pi\epsilon_0 \epsilon R}$

$$2) \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{3}{8}R\right)} = \frac{8}{5} = \frac{\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{R} \right) + \frac{1}{R}}{\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{R} \right) + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{1}{\epsilon} (3-1) + 1}{\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{3}{2} - 1 \right) + 1} = \frac{(3-1) + \epsilon}{\left(\frac{3}{2} - 1 \right) + \epsilon} = \frac{2 + \epsilon}{0,5 + \epsilon}$$

$$8(0,5 + \epsilon) = 5(2 + \epsilon)$$

$$4 + 8\epsilon = 10 + 5\epsilon$$

$$3\epsilon = 6$$

$$\epsilon = 2$$

Ответ: 2) $\epsilon = 2$



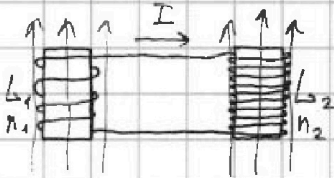
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$1) \left\{ \begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{инд}} &= -\frac{dB}{dt} S \cdot n_1 = dSn \\ \mathcal{E}_{\text{инд}} &= L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} \end{aligned} \right.$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}_{\text{инд}}}{L_1 + L_2} = \frac{dSn}{L + 9L} = \frac{dSn}{10L}$$

Ответ: 1) $\boxed{\frac{dSn}{10L}}$

2) ЗСЭ:

$$\frac{(B_0 S n_1)^2}{2L_1} + \frac{\left(\frac{B_0}{3} S n_2\right)^2}{2L_2} = \frac{\left(\frac{2}{3} B_0 S n_1\right)^2}{2L_1} + \frac{\left(\frac{B_0}{12} S n_2\right)^2}{2L_2} + \frac{L_1}{2} I^2 + \frac{L_2}{2} I^2$$

$$\frac{B_0^2 S^2 n^2}{L} + \frac{B_0^2 S^2 n^2}{9L} = \frac{4}{9} \cdot \frac{B_0^2 S^2 n^2}{L} + \frac{1}{16} \cdot \frac{B_0^2 S^2 n^2}{9L} + 10L I^2$$

$$10L I^2 = \frac{B_0^2 S^2 n^2}{L} \left(1 + \frac{1}{9} - \frac{4}{9} - \frac{1}{16 \cdot 9} \right)$$

$$10I^2 = \frac{B_0^2 S^2 n^2}{L^2} \left(\frac{6}{9} - \frac{1}{16 \cdot 9} \right) = \frac{B_0^2 S^2 n^2}{16 \cdot 9 \cdot L^2} (16 \cdot 6 - 1) = 95 \cdot \frac{B_0^2 S^2 n^2}{4^2 \cdot 3^2 \cdot L^2}$$

$$I^2 = \frac{19 \cdot B_0^2 S^2 n^2}{2 \cdot 4^2 \cdot 3^2 \cdot L^2}$$

$$I = \frac{B_0 S n}{L} \cdot \frac{\sqrt{19}}{12\sqrt{2}} = \frac{B_0 S n}{L} \cdot \frac{\sqrt{38}}{24}$$

Ответ: 2) $\boxed{\frac{B_0 S n}{L} \cdot \frac{\sqrt{38}}{24}}$



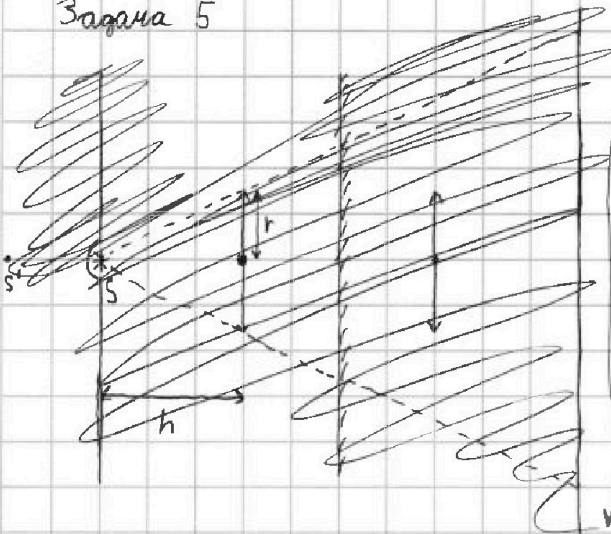
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5



Построим „зазеркалье“, чтобы легче было следить за лучами.

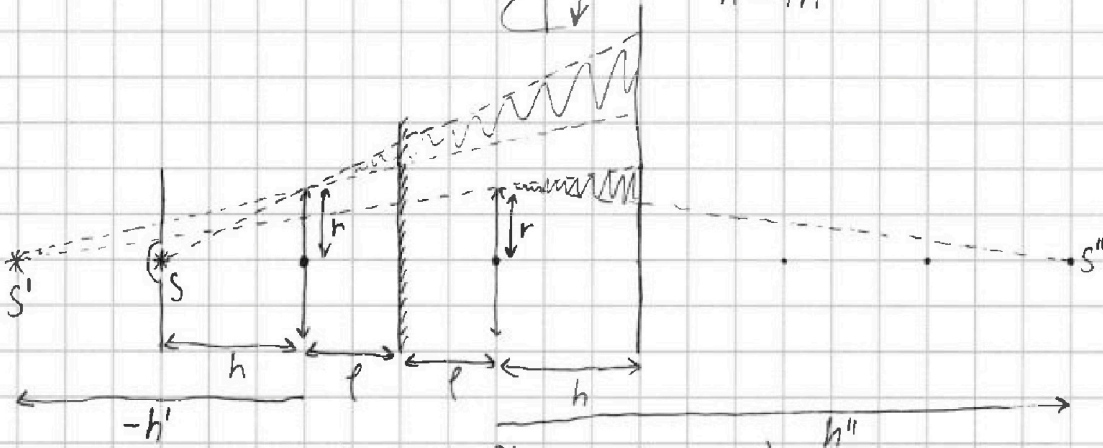
Мнимое изображение источника S' :

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{h'} = \frac{1}{2h} \Rightarrow \frac{1}{h'} = \frac{1}{2h} - \frac{1}{h} = \frac{-h}{2h^2}; h' = -2h$$

Действ. изобр. от S'' :

$$\frac{1}{2p-h'} + \frac{1}{h''} = \frac{1}{2h}; \frac{1}{4h} + \frac{1}{h''} = \frac{1}{2h}$$

$$h'' = 4h$$



$$1) S_{\text{зерк.}} = \pi \left(\left(\frac{h+p}{h} r \right)^2 - \left(\frac{p-h'}{-h'} r \right)^2 \right) = \pi r^2 \cdot \left(2^2 - \left(\frac{3}{2} \right)^2 \right) = \pi r^2 \cdot \frac{16-9}{4} = \frac{7}{4} \pi r^2 = 7\pi \text{ см}^2$$

Ответ 1) $7\pi \text{ см}^2$

$$2) S_{\text{стена}} = \pi \left(\left(\frac{2p+2h}{h} r \right)^2 - \left(\frac{2p+h-h'}{-h'} r \right)^2 + \left(\frac{2p+h-h'}{2p-h'} r \right)^2 - \left(\frac{h''-h}{h''} r \right)^2 \right) =$$

$$= \pi r^2 \left(4^2 - \left(\frac{5}{2} \right)^2 + \left(\frac{5}{4} \right)^2 - \left(\frac{3}{4} \right)^2 \right) = \pi r^2 \left(16 - \frac{25}{4} + \frac{25}{16} - \frac{9}{16} \right) = \pi r^2 \left(14 - \frac{25}{4} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{68-25}{4} =$$

$$= \frac{43}{4} \pi r^2 = 43\pi \text{ см}^2$$

Ответ 2) $43\pi \text{ см}^2$

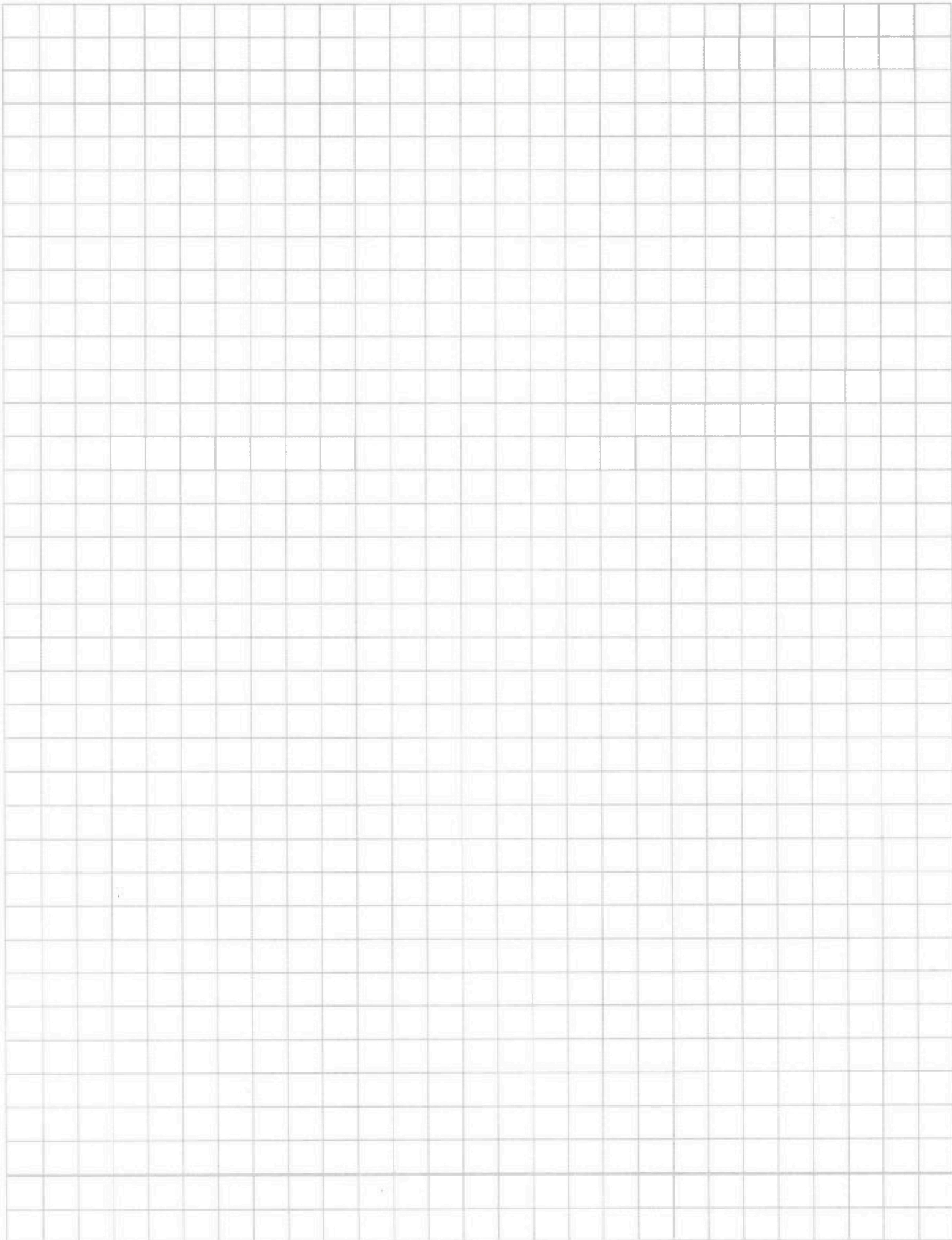


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



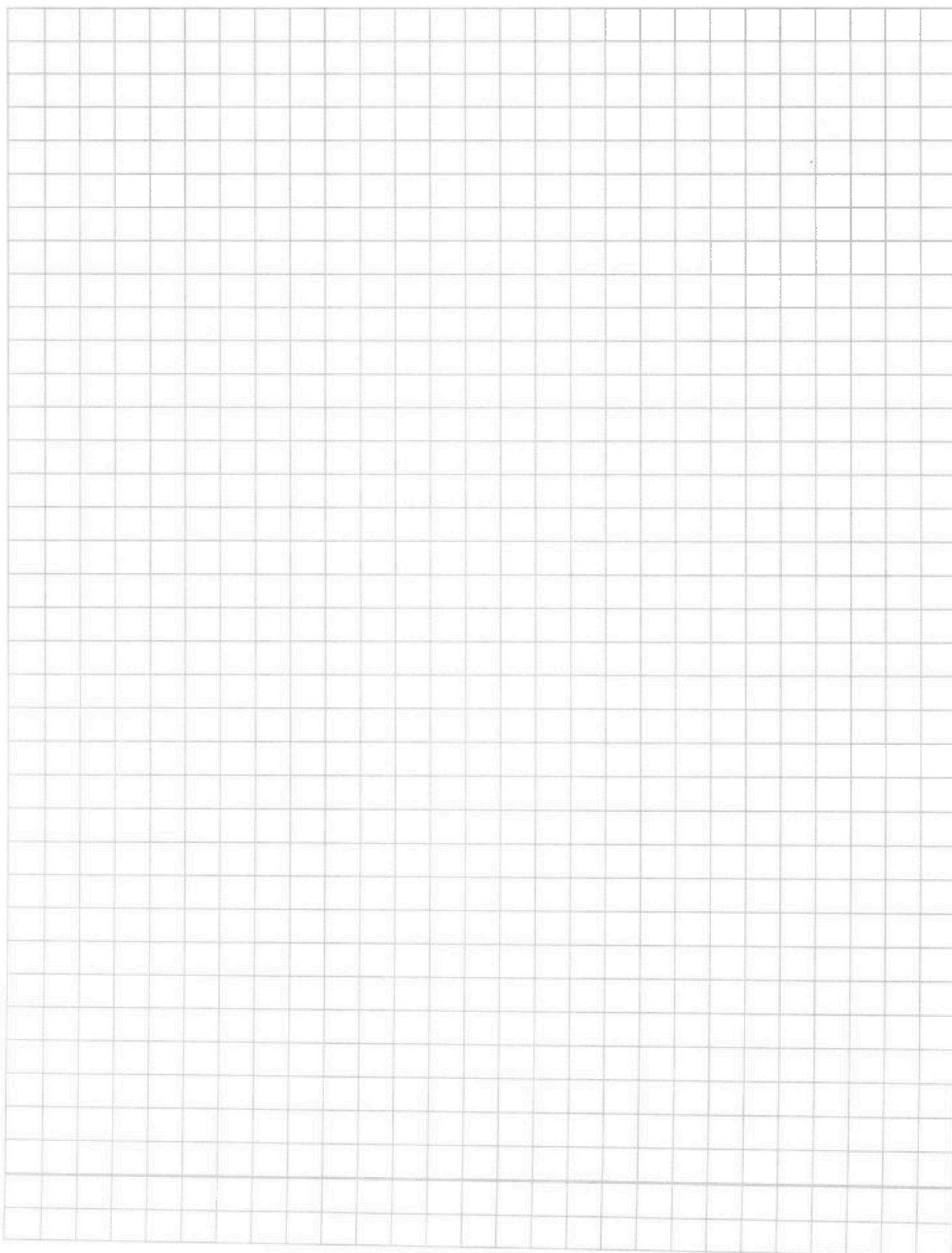


На одной странице можно оформить **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



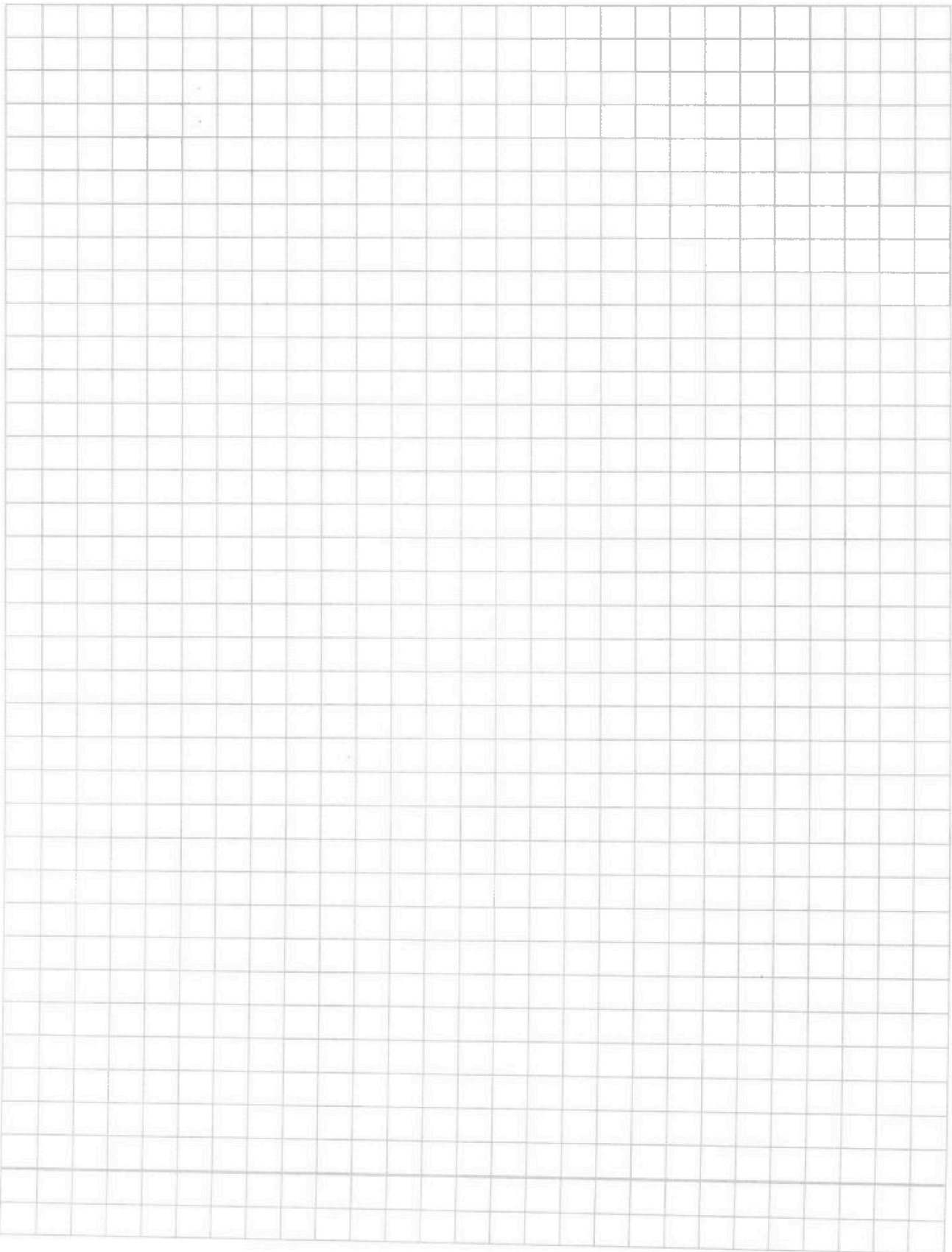


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



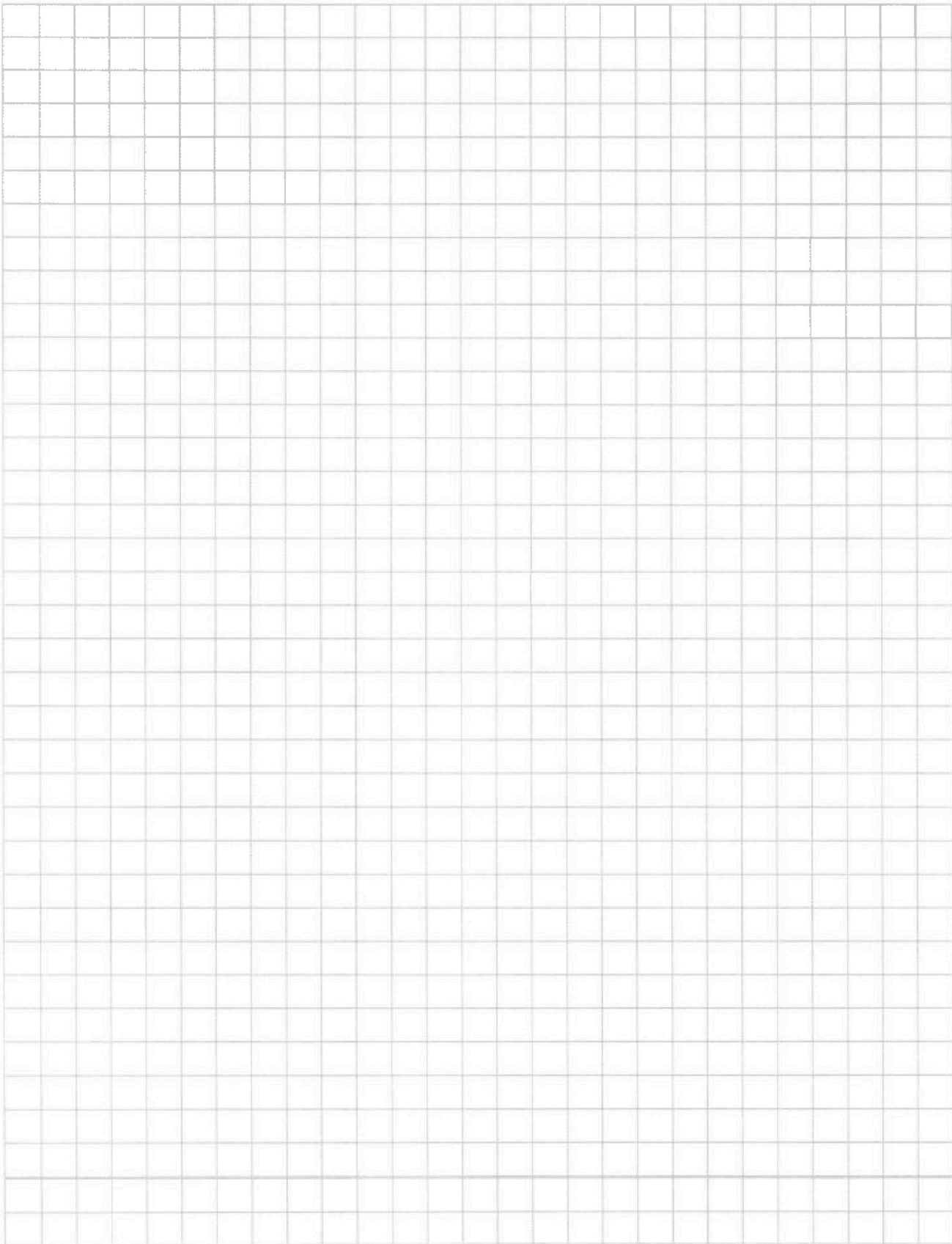


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



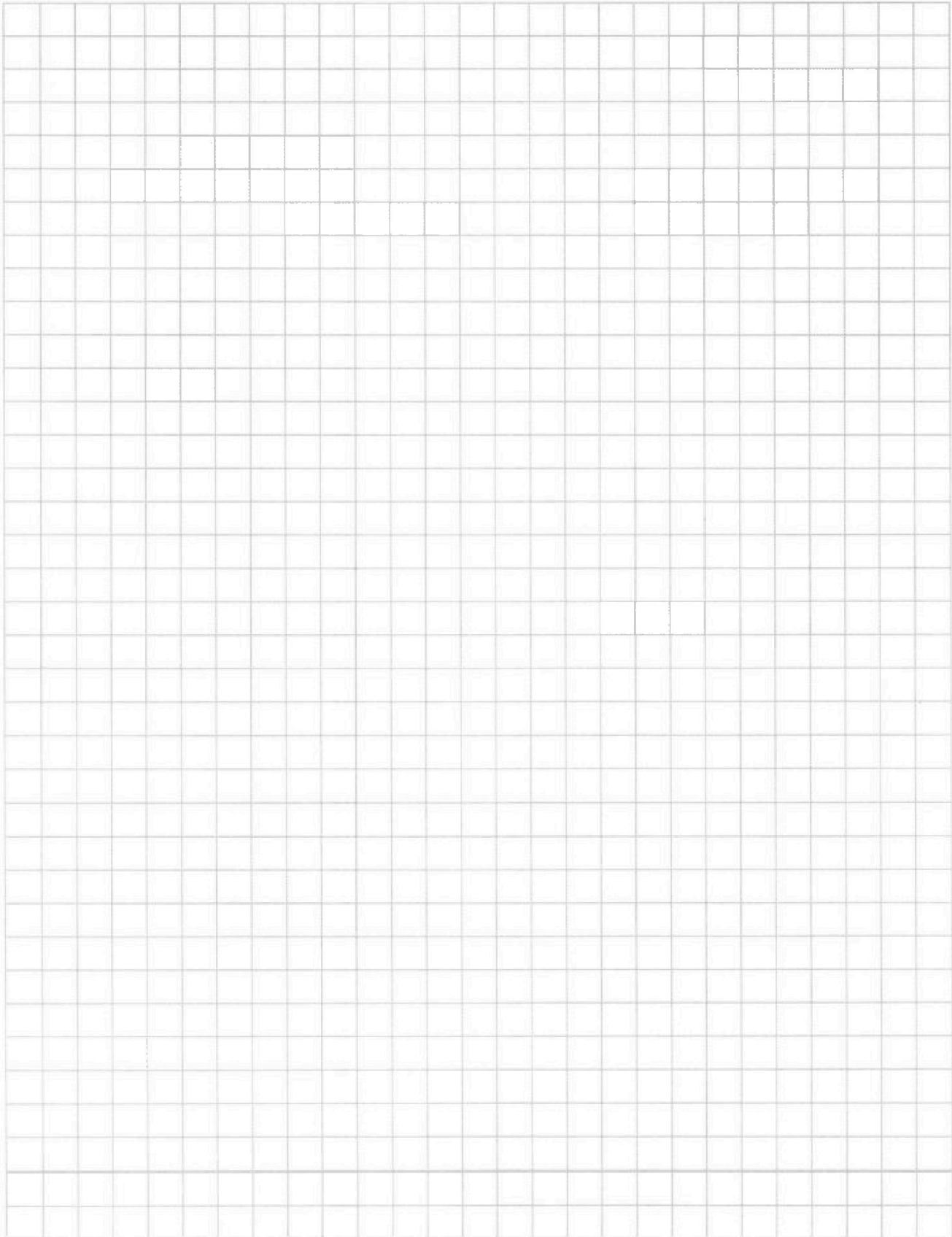


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10



(Черновик)

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 6 \\ \hline 96 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

