



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Пусть первый член  $a$ ,  $r$  разность  $d$ . Тогда:

$$\begin{cases} a + 3d = 6 - 9x & (1) \\ a + 5d = (x^2 - 2x)^2 & (2) \\ a + 9d = 9x^2 & (3) \end{cases}$$

Возьмем (2) - (1):

$$2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 \quad (3) - (2):$$

$$4d = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2 \quad \text{Значит } ((2) - (1)) \cdot 2 =$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = -x^4 + 4x^3 + 5x^2 \quad = (3) - (2)$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \quad \text{Заметим, что } x=1 \text{ - корень, т.к.}$$

$$1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0 \text{ - верно. Разделим}$$

данной многочлен на  $(x-1)$ :

$$\begin{array}{c|ccc|ccc} 1 & -4 & 1 & 6 & -4 & & \\ \hline 1 & 1 & -3 & -2 & 4 & 0 & \end{array}$$

Тогда:

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 4 = 0$$

т.к. заметим, что  $x=1$  - корень, т.к.  $1 - 3 - 2 + 4 = 0$  - верно. Разделим:

$$\begin{array}{c|ccc|c} 1 & -3 & -2 & 4 \\ \hline 1 & 1 & -2 & -4 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$D = 4 + 16 = 20$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$$

Ответ:  $x \in \{1; 1 + \sqrt{5}; 1 - \sqrt{5}\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \text{Пусть } 3y + 6x = 3M$$

Нам надо  $3M \rightarrow \max$

$y = M - 2x$ . Подставим:  $M \rightarrow \max$

$$|5x - 2M| \leq 2 \quad (1)$$

$$|4x - M| \leq 1 \quad (2)$$

Докажем (2) на ~~доказ~~  $\frac{5}{4}$ :

$$|8x - 2M| \leq 2 \quad \text{При этом}$$

$$|\frac{5}{4} \cdot 4x - \frac{5}{4} \cdot M| \leq \frac{5}{4} \Rightarrow |5x - \frac{5M}{4}| \leq \frac{5}{4}$$

$$\text{т.е. } |5x - \frac{5M}{4}| = |\frac{5M}{4} - 5x|, \text{ то:}$$

$$|5x - 2M| \leq 2$$

$$|\frac{5M}{4} - 5x| \leq \frac{5}{4} \quad |4x - M| \leq 1$$

$$\textcircled{*} \text{ при } \begin{cases} 5x - 2M \geq 0 \\ 4x - M \geq 0 \end{cases} : (M \leq \frac{5x}{2}) :$$

$$5x - 2M \leq 2$$

$$5x - \frac{5M}{4} \leq \frac{5}{4} \quad M \geq \frac{5x-2}{4}$$

Тогда  $M_{\max} = \frac{5x}{2}$ . Тогда:

$$\frac{5x}{2} \geq 4x - 1 \Leftrightarrow \frac{3x}{2} \leq 1 \quad x \leq \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x^2$   
Продолжить.

Тогда  $x_{\max} = \frac{2}{3}$ .  $M_{\max} = \frac{5 - \frac{2}{3}}{2} = \frac{5}{3}$

$3M_{\max} = 5$

② ~~при  $5x - 2M \leq 0$   $M \leq \frac{5x}{2}$~~   
 $\begin{cases} 5x - 2M \geq -2 \\ 5x - \frac{5M}{4} \geq -\frac{5}{4} \\ 4x - M \geq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \leq \frac{5x}{2} + 1 \\ M \leq 4x + 1 \end{cases}$

Примем по условию, что в ② уже нашли  $M$  такой, что  $M > 0$ . Поэтому можем так:

~~$\frac{5x}{2} + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{5}$~~   
 ②  ~~$4x - M \geq 0$~~   
 $\begin{cases} 5x - 2M \leq 0 \\ 4x \geq \frac{19}{4} \\ \frac{2x}{5} \leq \frac{2M}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x < \frac{2x}{5} \end{cases}$

$M_{\max} = 4x$

$5x - 2M \geq -2$

$5x - 8x \geq -2 \Rightarrow 3x \leq 2$

$x \leq \frac{2}{3}$

$x_{\max} = \frac{2}{3}$ ,  $M_{\max} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3M_{\max} = 5$

③  $\begin{cases} 4x - M \leq 0 \\ 5x - 2M \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \geq 4x \\ M \geq \frac{5x}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - M \geq -1 \\ 5x - 2M \geq -2 \end{cases} \Rightarrow M_{\max} = \frac{2}{3} 4x + 1$  или  $M_{\max} = \frac{5x}{2} + 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~3

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m + 2n)^2 -$$

$$- 7(m + 2n) = (m + 2n)(m + 2n - 7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 8mn = mn(m + 2n + 8)$$

$$\textcircled{1} \left\{ \begin{array}{l} (m + 2n)(m + 2n - 7) = 11p^2 \quad (1) \\ mn(m + 2n + 8) = 75q^2 \quad (2) \end{array} \right.$$

из (1) ~~пред~~ целую часть:  $m + 2n = kp^2, k \in \mathbb{N}$

Тогда:  $kp^2(kp^2 - 7) = 11p^2$

$$k(kp^2 - 7) = 11$$

$\Leftrightarrow$  т.к.  $k, p \in \mathbb{N}$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = 1 \\ kp^2 - 7 = 11 \end{array} \right. \quad \left\| \quad \left\{ \begin{array}{l} k = 11 \\ kp^2 - 7 = 1 \end{array} \right.$$

$$p^2 = 18$$

$\Leftrightarrow$  не цел

$$11p^2 = 8$$

$\Leftrightarrow$  не цел

Заметим  $m + 2n \equiv 0 \pmod{p}$   
 $m + 2n - 7 \equiv 0 \pmod{p}$

$\Downarrow$  вычитаем

$$7 \equiv 0 \pmod{p}$$

$$p = 7$$

Тогда: заменим  $m + 2n = t$

$$t^2 - 7t = 11 \cdot 49$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 7t - 539 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

т.к.  $\mathbb{D}$  не является полным идеалом  
то  $t \notin \mathbb{N}$

3).  $m + 2n - 7 = kp^2$ , где  $k \in \mathbb{N}$ . Тогда:

$$(m + 2n) \cdot kp^2 = 11p^2$$

$$(kp^2 + 7) \cdot kp^2 = 11p^2$$

$$(kp^2 + 7) \cdot k = 11$$



$$\begin{cases} k=1 \\ kp^2 + 7 = 11 \end{cases} \parallel \begin{cases} k=11 \\ kp^2 + 7 = 1 \end{cases}$$

$$p^2 + 7 = 11$$

$$\boxed{p=2}, \text{ ил.}$$

т.к.  $kp^2 \geq 1$   
 $\neq 1$

Теперь вернемся к  
второму уравнению

$$m + 2n - 7 = 4$$

$$m + 2n = 11$$

Подставим  $m + 2n = 11$  во второе уравнение:

$$mn(20) = 75q^2$$

$$4mn = 15q^2$$

$$n(N - 2n) = 15q^2$$

т.к.  $q$  - простое,  
то  $q^2 \equiv 0 \pmod{4}$ , т.к.

$q^2 \equiv 0 \pmod{4}$ , т.к.  $q^2 \equiv 1 \pmod{4}$  не



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$n \geq 3$   
7, 10, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 247, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 287, 293, 299, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 341, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 437, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 473, 479, 487, 491, 493, 497, 503, 509, 511, 517, 521, 523, 527, 531, 533, 539, 541, 547, 551, 557, 563, 569, 571, 577, 581, 583, 587, 593, 599, 607, 611, 613, 617, 619, 623, 629, 631, 637, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 667, 671, 673, 677, 683, 689, 691, 697, 701, 703, 707, 709, 713, 719, 727, 731, 733, 737, 739, 743, 749, 751, 757, 761, 763, 767, 769, 773, 779, 781, 787, 791, 793, 797, 803, 809, 811, 817, 821, 823, 827, 829, 833, 839, 841, 847, 851, 853, 857, 859, 863, 869, 871, 877, 881, 883, 887, 893, 899, 907, 911, 913, 917, 919, 923, 929, 931, 937, 939, 943, 947, 953, 959, 961, 967, 971, 973, 977, 983, 989, 991, 993, 997, 1003, 1009, 1013, 1017, 1019, 1023, 1027, 1029, 1033, 1037, 1039, 1043, 1047, 1049, 1053, 1057, 1059, 1063, 1067, 1069, 1073, 1077, 1079, 1083, 1087, 1089, 1093, 1097, 1103, 1107, 1109, 1113, 1117, 1119, 1123, 1127, 1129, 1133, 1137, 1139, 1143, 1147, 1149, 1153, 1157, 1159, 1163, 1167, 1169, 1173, 1177, 1179, 1183, 1187, 1189, 1193, 1197, 1201, 1203, 1207, 1209, 1213, 1217, 1219, 1223, 1227, 1229, 1233, 1237, 1239, 1243, 1247, 1249, 1253, 1257, 1259, 1263, 1267, 1269, 1273, 1277, 1279, 1283, 1287, 1289, 1293, 1297, 1301, 1303, 1307, 1309, 1313, 1317, 1319, 1323, 1327, 1329, 1333, 1337, 1339, 1343, 1347, 1349, 1353, 1357, 1359, 1363, 1367, 1369, 1373, 1377, 1379, 1383, 1387, 1389, 1393, 1397, 1401, 1403, 1407, 1409, 1413, 1417, 1419, 1423, 1427, 1429, 1433, 1437, 1439, 1443, 1447, 1449, 1453, 1457, 1459, 1463, 1467, 1469, 1473, 1477, 1479, 1483, 1487, 1489, 1493, 1497, 1501, 1503, 1507, 1509, 1513, 1517, 1519, 1523, 1527, 1529, 1533, 1537, 1539, 1543, 1547, 1549, 1553, 1557, 1559, 1563, 1567, 1569, 1573, 1577, 1579, 1583, 1587, 1589, 1593, 1597, 1601, 1603, 1607, 1609, 1613, 1617, 1619, 1623, 1627, 1629, 1633, 1637, 1639, 1643, 1647, 1649, 1653, 1657, 1659, 1663, 1667, 1669, 1673, 1677, 1679, 1683, 1687, 1689, 1693, 1697, 1701, 1703, 1707, 1709, 1713, 1717, 1719, 1723, 1727, 1729, 1733, 1737, 1739, 1743, 1747, 1749, 1753, 1757, 1759, 1763, 1767, 1769, 1773, 1777, 1779, 1783, 1787, 1789, 1793, 1797, 1801, 1803, 1807, 1809, 1813, 1817, 1819, 1823, 1827, 1829, 1833, 1837, 1839, 1843, 1847, 1849, 1853, 1857, 1859, 1863, 1867, 1869, 1873, 1877, 1879, 1883, 1887, 1889, 1893, 1897, 1901, 1903, 1907, 1909, 1913, 1917, 1919, 1923, 1927, 1929, 1933, 1937, 1939, 1943, 1947, 1949, 1953, 1957, 1959, 1963, 1967, 1969, 1973, 1977, 1979, 1983, 1987, 1989, 1993, 1997, 2003, 2009, 2011, 2013, 2017, 2019, 2023, 2027, 2029, 2033, 2037, 2039, 2043, 2047, 2049, 2053, 2057, 2059, 2063, 2067, 2069, 2073, 2077, 2079, 2083, 2087, 2089, 2093, 2097, 2101, 2103, 2107, 2109, 2113, 2117, 2119, 2123, 2127, 2129, 2133, 2137, 2139, 2143, 2147, 2149, 2153, 2157, 2159, 2163, 2167, 2169, 2173, 2177, 2179, 2183, 2187, 2189, 2193, 2197, 2201, 2203, 2207, 2209, 2213, 2217, 2219, 2223, 2227, 2229, 2233, 2237, 2239, 2243, 2247, 2249, 2253, 2257, 2259, 2263, 2267, 2269, 2273, 2277, 2279, 2283, 2287, 2289, 2293, 2297, 2301, 2303, 2307, 2309, 2313, 2317, 2319, 2323, 2327, 2329, 2333, 2337, 2339, 2343, 2347, 2349, 2353, 2357, 2359, 2363, 2367, 2369, 2373, 2377, 2379, 2383, 2387, 2389, 2393, 2397, 2401, 2403, 2407, 2409, 2413, 2417, 2419, 2423, 2427, 2429, 2433, 2437, 2439, 2443, 2447, 2449, 2453, 2457, 2459, 2463, 2467, 2469, 2473, 2477, 2479, 2483, 2487, 2489, 2493, 2497, 2501, 2503, 2507, 2509, 2513, 2517, 2519, 2523, 2527, 2529, 2533, 2537, 2539, 2543, 2547, 2549, 2553, 2557, 2559, 2563, 2567, 2569, 2573, 2577, 2579, 2583, 2587, 2589, 2593, 2597, 2601, 2603, 2607, 2609, 2613, 2617, 2619, 2623, 2627, 2629, 2633, 2637, 2639, 2643, 2647, 2649, 2653, 2657, 2659, 2663, 2667, 2669, 2673, 2677, 2679, 2683, 2687, 2689, 2693, 2697, 2701, 2703, 2707, 2709, 2713, 2717, 2719, 2723, 2727, 2729, 2733, 2737, 2739, 2743, 2747, 2749, 2753, 2757, 2759, 2763, 2767, 2769, 2773, 2777, 2779, 2783, 2787, 2789, 2793, 2797, 2801, 2803, 2807, 2809, 2813, 2817, 2819, 2823, 2827, 2829, 2833, 2837, 2839, 2843, 2847, 2849, 2853, 2857, 2859, 2863, 2867, 2869, 2873, 2877, 2879, 2883, 2887, 2889, 2893, 2897, 2901, 2903, 2907, 2909, 2913, 2917, 2919, 2923, 2927, 2929, 2933, 2937, 2939, 2943, 2947, 2949, 2953, 2957, 2959, 2963, 2967, 2969, 2973, 2977, 2979, 2983, 2987, 2989, 2993, 2997, 3001, 3003, 3007, 3009, 3013, 3017, 3019, 3023, 3027, 3029, 3033, 3037, 3039, 3043, 3047, 3049, 3053, 3057, 3059, 3063, 3067, 3069, 3073, 3077, 3079, 3083, 3087, 3089, 3093, 3097, 3101, 3103, 3107, 3109, 3113, 3117, 3119, 3123, 3127, 3129, 3133, 3137, 3139, 3143, 3147, 3149, 3153, 3157, 3159, 3163, 3167, 3169, 3173, 3177, 3179, 3183, 3187, 3189, 3193, 3197, 3201, 3203, 3207, 3209, 3213, 3217, 3219, 3223, 3227, 3229, 3233, 3237, 3239, 3243, 3247, 3249, 3253, 3257, 3259, 3263, 3267, 3269, 3273, 3277, 3279, 3283, 3287, 3289, 3293, 3297, 3301, 3303, 3307, 3309, 3313, 3317, 3319, 3323, 3327, 3329, 3333, 3337, 3339, 3343, 3347, 3349, 3353, 3357, 3359, 3363, 3367, 3369, 3373, 3377, 3379, 3383, 3387, 3389, 3393, 3397, 3401, 3403, 3407, 3409, 3413, 3417, 3419, 3423, 3427, 3429, 3433, 3437, 3439, 3443, 3447, 3449, 3453, 3457, 3459, 3463, 3467, 3469, 3473, 3477, 3479, 3483, 3487, 3489, 3493, 3497, 3501, 3503, 3507, 3509, 3513, 3517, 3519, 3523, 3527, 3529, 3533, 3537, 3539, 3543, 3547, 3549, 3553, 3557, 3559, 3563, 3567, 3569, 3573, 3577, 3579, 3583, 3587, 3589, 3593, 3597, 3601, 3603, 3607, 3609, 3613, 3617, 3619, 3623, 3627, 3629, 3633, 3637, 3639, 3643, 3647, 3649, 3653, 3657, 3659, 3663, 3667, 3669, 3673, 3677, 3679, 3683, 3687, 3689, 3693, 3697, 3701, 3703, 3707, 3709, 3713, 3717, 3719, 3723, 3727, 3729, 3733, 3737, 3739, 3743, 3747, 3749, 3753, 3757, 3759, 3763, 3767, 3769, 3773, 3777, 3779, 3783, 3787, 3789, 3793, 3797, 3801, 3803, 3807, 3809, 3813, 3817, 3819, 3823, 3827, 3829, 3833, 3837, 3839, 3843, 3847, 3849, 3853, 3857, 3859, 3863, 3867, 3869, 3873, 3877, 3879, 3883, 3887, 3889, 3893, 3897, 3901, 3903, 3907, 3909, 3913, 3917, 3919, 3923, 3927, 3929, 3933, 3937, 3939, 3943, 3947, 3949, 3953, 3957, 3959, 3963, 3967, 3969, 3973, 3977, 3979, 3983, 3987, 3989, 3993, 3997, 4001, 4003, 4007, 4009, 4013, 4017, 4019, 4023, 4027, 4029, 4033, 4037, 4039, 4043, 4047, 4049, 4053, 4057, 4059, 4063, 4067, 4069, 4073, 4077, 4079, 4083, 4087, 4089, 4093, 4097, 4101, 4103, 4107, 4109, 4113, 4117, 4119, 4123, 4127, 4129, 4133, 4137, 4139, 4143, 4147, 4149, 4153, 4157, 4159, 4163, 4167, 4169, 4173, 4177, 4179, 4183, 4187, 4189, 4193, 4197, 4201, 4203, 4207, 4209, 4213, 4217, 4219, 4223, 4227, 4229, 4233, 4237, 4239, 4243, 4247, 4249, 4253, 4257, 4259, 4263, 4267, 4269, 4273, 4277, 4279, 4283, 4287, 4289, 4293, 4297, 4301, 4303, 4307, 4309, 4313, 4317, 4319, 4323, 4327, 4329, 4333, 4337, 4339, 4343, 4347, 4349, 4353, 4357, 4359, 4363, 4367, 4369, 4373, 4377, 4379, 4383, 4387, 4389, 4393, 4397, 4401, 4403, 4407, 4409, 4413, 4417, 4419, 4423, 4427, 4429, 4433, 4437, 4439, 4443, 4447, 4449, 4453, 4457, 4459, 4463, 4467, 4469, 4473, 4477, 4479, 4483, 4487, 4489, 4493, 4497, 4501, 4503, 4507, 4509, 4513, 4517, 4519, 4523, 4527, 4529, 4533, 4537, 4539, 4543, 4547, 4549, 4553, 4557, 4559, 4563, 4567, 4569, 4573, 4577, 4579, 4583, 4587, 4589, 4593, 4597, 4601, 4603, 4607, 4609, 4613, 4617, 4619, 4623, 4627, 4629, 4633, 4637, 4639, 4643, 4647, 4649, 4653, 4657, 4659, 4663, 4667, 4669, 4673, 4677, 4679, 4683, 4687, 4689, 4693, 4697, 4701, 4703, 4707, 4709, 4713, 4717, 4719, 4723, 4727, 4729, 4733, 4737, 4739, 4743, 4747, 4749, 4753, 4757, 4759, 4763, 4767, 4769, 4773, 4777, 4779, 4783, 4787, 4789, 4793, 4797, 4801, 4803, 4807, 4809, 4813, 4817, 4819, 4823, 4827, 4829, 4833, 4837, 4839, 4843, 4847, 4849, 4853, 4857, 4859, 4863, 4867, 4869, 4873, 4877, 4879, 4883, 4887, 4889, 4893, 4897, 4901, 4903, 4907, 4909, 4913, 4917, 4919, 4923, 4927, 4929, 4933, 4937, 4939, 4943, 4947, 4949, 4953, 4957, 4959, 4963, 4967, 4969, 4973, 4977, 4979, 4983, 4987, 4989, 4993, 4997, 5001, 5003, 5007, 5009, 5013, 5017, 5019, 5023, 5027, 5029, 5033, 5037, 5039, 5043, 5047, 5049, 5053, 5057, 5059, 5063, 5067, 5069, 5073, 5077, 5079, 5083, 5087, 5089, 5093, 5097, 5101, 5103, 5107, 5109, 5113, 5117, 5119, 5123, 5127, 5129, 5133, 5137, 5139, 5143, 5147, 5149, 5153, 5157, 5159, 5163, 5167, 5169, 5173, 5177, 5179, 5183, 5187, 5189, 5193, 5197, 5201, 5203, 5207, 5209, 5213, 5217, 5219, 5223, 5227, 5229, 5233, 5237, 5239, 5243, 5247, 5249, 5253, 5257, 5259, 5263, 5267, 5269, 5273, 5277, 5279, 5283, 5287, 5289, 5293, 5297, 5301, 5303, 5307, 5309, 5313, 5317, 5319, 5323, 5327, 5329, 5333, 5337, 5339, 5343, 5347, 5349, 5353, 5357, 5359, 5363, 5367, 5369, 5373, 5377, 5379, 5383, 5387, 5389, 5393, 5397, 5401, 5403, 5407, 5409, 5413, 5417, 5419, 5423, 5427, 5429, 5433, 5437, 5439, 5443, 5447, 5449, 5453, 5457, 5459, 5463, 5467, 5469, 5473, 5477, 5479, 5483, 5487, 5489, 5493, 5497, 5501, 5503, 5507, 5509, 5513, 5517, 5519, 5523, 5527, 5529, 5533, 5537, 5539, 5543, 5547, 5549, 5553, 5557, 5559, 5563, 5567, 5569, 5573, 5577, 5579, 5583, 5587, 5589, 5593, 5597, 5601, 5603, 5607, 5609, 5613, 5617, 5619, 5623, 5627, 5629, 5633, 5637, 5639, 5643, 5647, 5649, 5653, 5657, 5659, 5663, 5667, 5669, 5673, 5677, 5679, 5683, 5687, 5689, 5693, 5697, 5701, 5703, 5707, 5709, 5713, 5717, 5719, 5723, 5727, 5729, 5733, 5737, 5739, 5743, 5747, 5749, 5753, 5757, 5759, 5763, 5767, 5769, 5773, 5777, 5779, 5783, 5787, 5789, 5793, 5797, 5801, 5803, 5807, 5809, 5813, 5817, 5819, 5823, 5827, 5829, 5833, 5837, 5839, 5843, 5847, 5849, 5853, 5857, 5859, 5863, 5867, 5869, 5873, 5877, 5879, 5883, 5887, 5889, 5893, 5897, 5901, 5903, 5907, 5909, 5913, 5917, 5919, 5923, 5927, 5929, 5933, 5937, 5939, 5943, 5947, 5949, 5953, 5957, 5959, 5963, 5967, 5969, 5973, 5977, 5979, 5983, 5987, 5989, 5993, 5997, 6001, 6003, 6007, 6009, 6013, 6017, 6019, 6023, 6027, 6029, 6033, 6037, 6039, 6043, 6047, 6049, 6053, 6057, 6059, 6063, 6067, 6069, 6073, 6077, 6079, 6083, 6087, 6089, 6093, 6097, 6101, 6103, 6107, 6109, 6113, 6117, 6119, 6123, 6127, 6129, 6133, 6137, 6139, 6143, 6147, 6149, 6153, 6157, 6159, 6163, 6167, 6169, 6173, 6177, 6179, 6183, 6187, 6189, 6193, 6197, 6201, 6203, 6207, 6209, 6213, 6217, 6219, 6223, 6227, 6229, 6233, 6237, 6239, 6243, 6247, 6249, 6253, 6257, 6259, 6263, 6267, 6269, 6273, 6277, 6279, 6283, 6287, 6289, 6293, 6297, 6301, 6303, 6307, 6309, 6313, 6317, 6319, 6323, 6327, 6329, 6333, 6337, 6339, 6343, 6347, 6349, 6353, 6357, 6359, 6363, 6367, 6369, 6373, 6377, 6379, 6383, 6387, 6389, 6393, 6397, 6401, 6403, 6407, 6409, 6413, 6417, 6419, 6423, 6427, 6429, 6433, 6437, 6439, 6443, 6447, 6449, 6453, 6457, 6459, 6463, 6467, 6469, 6473, 6477, 6479, 6483, 6487, 6489, 6493, 6497, 6501, 6503, 6507, 6509, 6513, 6517, 6519, 6523, 6527, 6529, 6533, 6537, 6539, 6543, 6547, 6549, 6553, 6557, 6559, 6563, 6567, 6569, 6573, 6577, 6579, 6583, 6587, 6589, 6593, 6597, 6601, 6603, 6607, 6609, 6613, 6617, 6619, 6623, 6627, 6629, 6633, 6637, 6639, 6643, 6647, 6649, 6653, 6657, 6659, 6663, 6667, 6669, 6673, 6677, 6679, 6683, 6687, 6689, 6693, 6697, 6701, 6703, 6707, 6709, 6713, 6717, 6719, 6723, 6727, 6729, 6733, 6737, 6739, 6743, 6747, 6749, 6753, 6757, 6759, 6763, 6767, 6769, 6773, 6777, 6779, 6783, 6787, 6789, 6793, 6797, 6801, 6803, 6807, 6809, 6813, 6817, 6819, 6823, 6827, 6829, 6833, 6837, 6839, 6843, 6847, 6849, 6853, 6857, 6859, 6863, 6867, 6869, 6873, 6877, 6879, 6883, 6887, 6889, 6893, 6897, 6901, 6903, 6907, 6909, 6913, 6917, 6919, 6923, 6927, 6929, 6933, 6937, 6939, 6943, 6947, 6949, 6953, 6957, 6959, 6963, 6967, 6969, 6973, 6977, 6979, 6983, 6987, 6989, 6993, 6997, 7001, 7003, 7007, 7009, 7013, 7017, 7019, 7023, 7027, 7029, 7033, 7037, 7039, 7043, 7047, 7049, 7053, 7057, 7059, 7063, 7067, 7069, 7073, 7



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
4 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

<sup>1/3</sup>  
Продолжить

$$\begin{cases} k = 15 \\ kq^2 - 7 = 5 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{12}{15} \text{ не целое}$$

$$\begin{cases} k = 25 \\ kq^2 - 7 = 3 \end{cases} \text{ не целое} \quad \begin{cases} k = 75 \\ kq^2 - 7 = 1 \end{cases} \text{ не целое}$$

~~Положим  $(m, n) = 250 \cdot A = 75q^2$ .~~

$$2). \begin{cases} m + 2n \equiv 0 \pmod{q} \\ m + 2n - 7 \equiv 0 \pmod{q} \end{cases}$$

$$\Downarrow \\ 7 \equiv 0 \pmod{q} \quad q = 7$$

Заменим  $m + 2n = 7$

$$t^2 - 7t = 75 \cdot 7^2$$

$$D = 7^2 + 4 \cdot 75 \cdot 7^2 = 7^2(1 + 300)$$

$$3). \begin{cases} m + 2n - 7 = kq^2, & k \in \mathbb{N} \\ kq^2 + 7 = 75q^2 \end{cases} \text{ не полный квадрат}$$

$$kq^2 + 7 = 75q^2$$

$$k(q^2 + 7) = 75 = 5^2 \cdot 3$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} k = 1 \\ kq^2 + 7 = 75 \end{cases} \\ q^2 = 68 \\ \text{не целое}$$

$$\begin{cases} k = 3 \\ kq^2 + 7 = 25 \end{cases} \\ q^2 = 6$$

$$\begin{cases} k = 5 \\ kq^2 + 7 = 15 \end{cases} \\ q^2 = \frac{8}{5} \\ \text{не целое}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нз

Аргумент.

Далее рас-н не нужно, тем.

$$kq^2 + 7 \geq 1, \text{ т.к. } q \geq 2 \\ k \geq 5$$

Значит таких  $(m, n)$ , то  $A = 75q^2$   
цел.

Ответ:  $m = 5; n = 3$

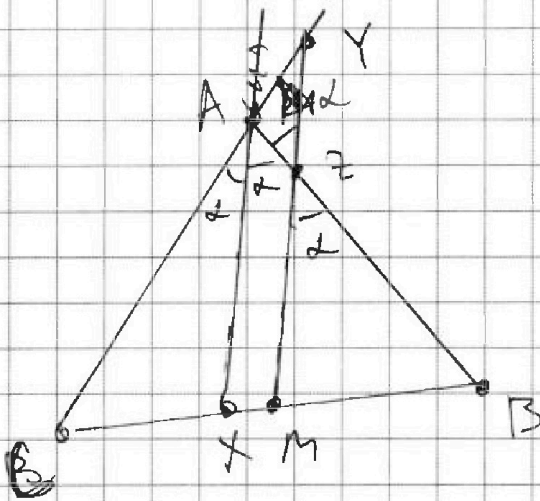


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AZ = 3$$

$$AC = 6$$

$$YZ = 4$$

Найти:

BC

Р-е

Пусть  $\angle YAZ = \alpha$ , углы  $\angle Y$  и  $\angle Z$  биссектрис AX и AC

$YZ \parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \alpha$

$$\angle MZB = \alpha$$

Тогда  $\angle AZY = \alpha$  (верт.)  $\Rightarrow \triangle AYZ$  - р.с.

$AY = AZ = 3$ . Тогда по т. косинусов в

$$\triangle AYZ: 3^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$\cos \alpha = \frac{2}{3}$ . По т. Менелая для  $\triangle CYM$  и секущей AB:

$$\frac{6}{3} \cdot \frac{4}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow ZM = 4. \text{ По т. Менелая}$$

для  $\triangle ABC$  и секущей YM:

$$1 \cdot \frac{BZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1 \Rightarrow BZ = 9. \text{ Значит по}$$

т. косинусов для  $\triangle BZM$ :

$$MB^2 = 4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \cos \alpha = 16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~4

Треугольник.

$$MB^2 = 16 + 81 - 2 \cdot 8 \cdot 7 = 97 - 112 = 49$$

$$MB = 7 \Rightarrow BC = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x+y^2} \\ x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y} \end{cases}$$

Введём функцию  $f(t) = t^3 + 3t + \sqrt{2t}$ .

При этом  $t \geq 0$ . Заметим, что данная функция монотонно возрастает, т.к.  $t^3$  монотонно возрастает,  $3t$  монотонно возрастает,  $\sqrt{2t}$  монотонно возрастает. Значит имеем:

$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y. \text{ Тогда:}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$14 + 5x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x - 14 \leq 0$$

$$D = 25 + 4 \cdot 14 = 25 + 56 = 81$$

$$x_1 = \frac{5+9}{2} = 7 \Rightarrow x \in [0; 7]$$

$$x_2 = \frac{5-9}{2} = -2. \text{ Тогда:}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

Введём замену:  $\sqrt{x+2} = \alpha$

$$\sqrt{7-x} = \beta$$

$$\alpha - \beta + 7 = 2\alpha \cdot \beta$$

$$\beta(2\alpha + \beta) = \alpha + 7 \Rightarrow \beta = \frac{\alpha + 7}{2\alpha + 1}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~5

Продолж.

$$\sqrt{x+2} = a; \quad \sqrt{7-x} = b:$$

$$a - b + 7 = 2ab \Rightarrow \cancel{b} = \frac{a+7}{2ab}$$

$$a + 7 = b \cdot (2a + 1)$$

$$a^2(4b^2 - 1) + 49 - b^2 = b^2 \cdot (4a^2 + 4a + 1)$$

$$a^2(4b^2 - 1) + 49 - b^2 = a(4b^2 - 4a)$$

$$a - b = 2ab - 7$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 4a^2b^2 - 28ab + 49$$

$$a^2(4b^2 - 1) - 26ab + 49 - b^2 = 0$$

$$26ab = (x+2)(6-x) + 49 + x$$

$$26ab = -x^2 + 9x + 54$$

$$26^2 \cdot (x+2)(6-x) = (-x^2 + 9x + 54)^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

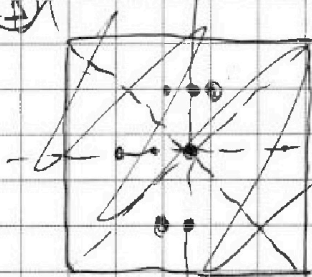
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Если бы условие теоремы не было, то вер.  $C_{121}^2$ . Рас-м как можно повернуть один способ раскраски.

①



как видно при повороте раскраски поворачиваются двояким образом

②



Все точки симметричны  
через центр будут  
давать две раскраски  
при повороте (которые  
раньше считались за  
одну)

Точки не симм. через центр - 4 раскрас.

Выберем одну точку:  $121$  вер. -

симметричная ей - 1 вер. 3 точки

$$C_{121}^2 - 120 \quad (\text{кроме одного вер. центр})$$

$$\frac{120}{2} + \frac{120}{2} = \text{Ответ.}$$

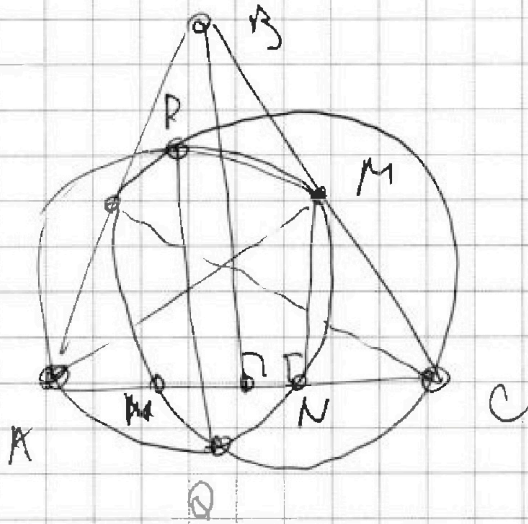


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
/ ИЗ /

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$MN \parallel PQ$ ,  $\angle M$   
 $\Downarrow$   
 $\angle ANM = 90^\circ$   
 $PMNQ$  -  $\rho$  /  $\sigma$  трапеция

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит:  $\sqrt{7-x} = \frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1}$   $a = \frac{\sqrt{5+7}}{2\sqrt{5} + 1}$

$\sqrt{7-x} \cdot (2\sqrt{x+2} + 1) = \sqrt{x+2} + 7$   $\sqrt{5+7} = \sqrt{5+7}$   
 $\sqrt{5} = \sqrt{5}$

т.к. обе части  $\geq 0$ , то  $\Leftrightarrow$  заменим

~~$(7-x)(2\sqrt{x+2} + 1) = \sqrt{x+2} + 7$~~   $\sqrt{x+2} = \alpha$   
 $\sqrt{7-x} = \beta$

~~$\beta(2\alpha + 1) = \alpha + 7$~~   $\sqrt{5} = \frac{\sqrt{6+7}}{2\sqrt{6} + 1}$

~~$\beta^2(4\alpha^2 + 2\alpha + 1) = \alpha^2 + 14\alpha + 49$~~

~~$\alpha^2(4\beta^2 - 1) + \alpha(4\beta^2 - 14) + \beta^2 - 49 = 0$~~

~~$(x+2)(4(7-x) - 1) + \sqrt{x+2}(4(7-x) - 14) + 7 - x - 49 = 0$~~   $2\sqrt{18} + \sqrt{3} = \sqrt{6+7}$

~~$\sqrt{7-x}$~~  т.к. обе части  $\geq 0$ , то  $\Leftrightarrow$   $4 \cdot 18 + 3 + 4\sqrt{18 \cdot 3} =$

~~$(7-x)(4(x+2) + 4\sqrt{x+2} + 1) = 4x + 28 + 4\sqrt{x+2} + 14\sqrt{x+2}$~~

~~$28(x+2) + 28\sqrt{x+2} + 7 - x(4(x+2) + 4\sqrt{x+2} + 1) =$~~   
 ~~$= x + 5 + 14\sqrt{x+2}$~~   $\sqrt{2} = \frac{\sqrt{7+7}}{2\sqrt{7} + 1}$

~~$27 - 12 + 27x + 14\sqrt{x+2} = x(4(x+2) + 4\sqrt{x+2} + 1)$~~   $2\sqrt{14} + \sqrt{2} = \sqrt{7+7}$



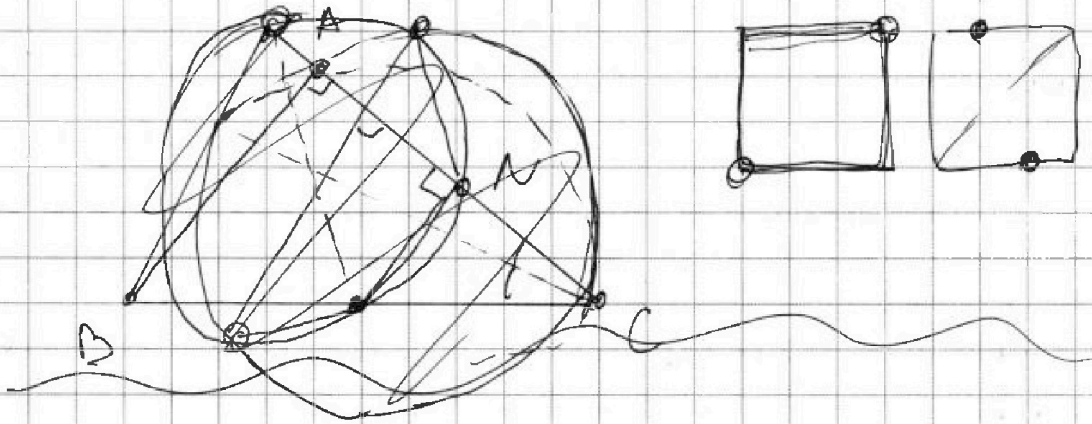


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$x+2 + 49 + 14\sqrt{x+2} = 4(x+2)(7-x) +$$

$$+ 4(7-x)\sqrt{x+2} + 7-x$$

$$x+51 + 14\sqrt{x+2} = 4(14 + 5x - x^2) +$$

$$+ 4(7-x)\sqrt{x+2} + 7-x$$

$$2x + 12 + 14\sqrt{x+2} = 20x - 4x^2 + 4(7-x)\sqrt{x+2}$$

~~$$4x^2 + 18x$$~~

$$4x^2 + 18x + \sqrt{x+2} \cdot (x-14) + 12 = 0$$

~~$$2x^2 + 8x + 6$$~~

~~$$D = 31 - 4 \cdot 4 = 31 - 16 = 15$$~~

~~$$4x^2 + 18x + 42$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5 Продолж.

~~$$-12 + 27x + 14\sqrt{x+2} = 4x^2 + 8x + 4\sqrt{x+2} + x$$~~

~~$$-6 + 9x + 7\sqrt{x+2} = 2x^2 + 2x \cdot \sqrt{x+2}$$~~

~~$$x=2 \quad -6+18+14=8+14$$~~

Т.к. при  $x \geq 0$  правая функция

строго возрастает

и левая функция строго возрастает, то  
подберём корни:  $x=2$ :

~~$$-6 + 18 + 7 \cdot 2 = 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 2, \text{ верно}$$~~

**Ответ:  $x=2; y=2$**

$$\sqrt{7-x} (2\sqrt{x+2} + 1) = \sqrt{x+2} + 7$$

$$\sqrt{7-x} = \frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1}$$

$$x=1$$

$$x=0$$

$$\sqrt{7} = \frac{\sqrt{3} + 7}{\sqrt{2} + 1}$$

$$\sqrt{14} + \sqrt{7} = \sqrt{2} + 7$$

$$\sqrt{7}(1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} + 7$$

$$14 + 7 + 2\sqrt{14 \cdot 7} = 2 + 4\sqrt{2} + 2$$

$$\sqrt{6} = \frac{\sqrt{3} + 7}{2\sqrt{3} + 1}$$

$$2\sqrt{18} + \sqrt{6} = \sqrt{3} + 7$$

$$\sqrt{7-x} = \frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1}$$

$$\sqrt{7-x} = \frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x - 2M \geq -2 \\ 4x - M \geq -1 \end{cases}$$

$$M \leq \frac{5x}{2} + 1$$

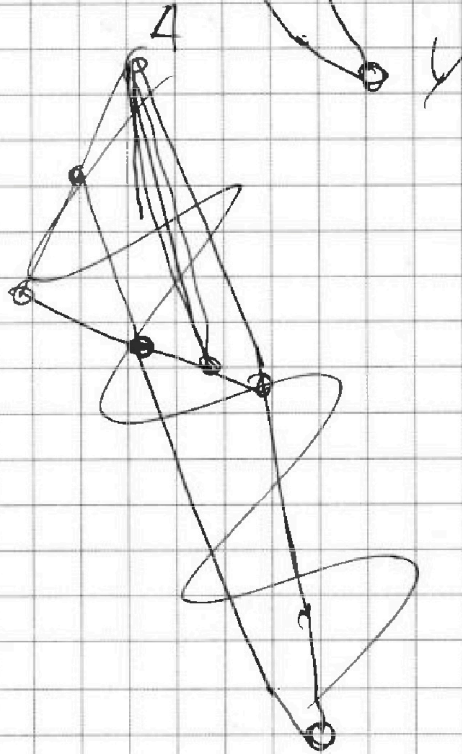
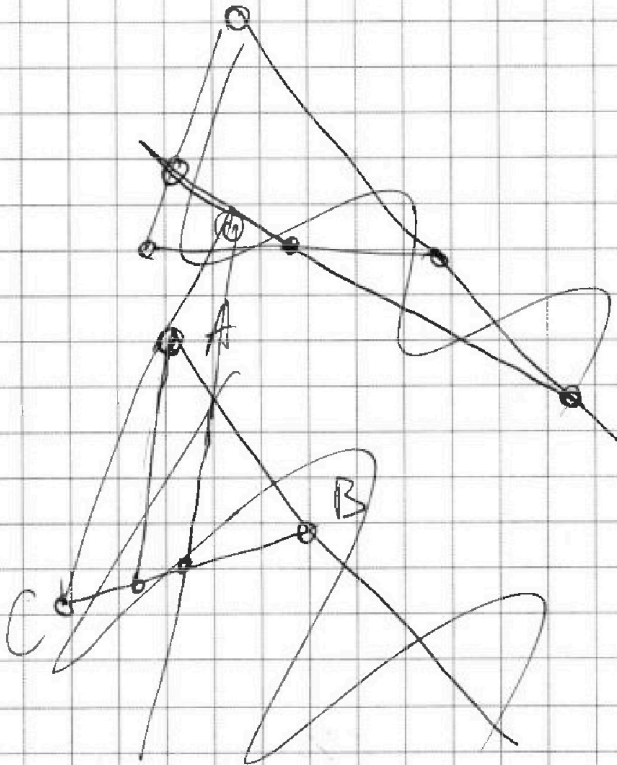
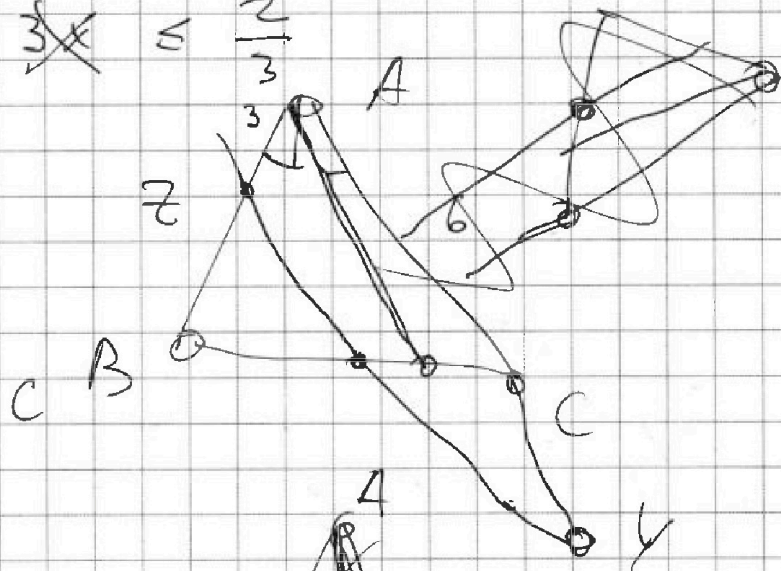
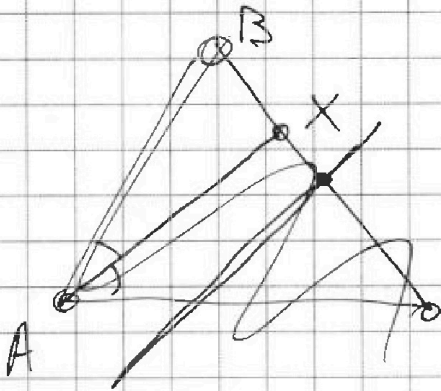
$$M \leq 4x + 1$$

~~$5x - 8x + 2 \geq -2$~~   $M_{\max} = 4x + 1$

$$\frac{5x}{2} + 1 \geq 4x \quad | \cdot 2$$

$$M_{\max} = \frac{5x}{2} + 1$$

$$\frac{5x}{2} \leq \frac{2}{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
5 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подготовим все <sup>н<sub>2</sub></sup> из <sup>Продолж.</sup> точек:

$$\begin{cases} 4x + 1 \geq \frac{5x}{2} \\ \frac{5x}{2} + 1 \geq 4x \end{cases} \Leftrightarrow x_{\max} = \frac{2}{3}$$
$$3M_{\max} = 5$$

Ответ: 5





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2$$

$$\sqrt{x+2} = 0$$

$$x+2 = 0$$

$$\sqrt{2x} = \sqrt{2} \cdot x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{5x + (2-y)(2+y)}$$

$$2x^2 + 3 + \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{3+3x+\sqrt{2x}}$$

$$x \geq 0$$

$$1, 3, 5 \oplus$$

$$2x^2 + 3 + \frac{1}{\sqrt{2x}} \rightarrow 0$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$3y + 6x \rightarrow \max$$

$$f(a, b) = a - 2b$$

$$\begin{cases} |y - 2x| \leq 2 \\ |x - 2y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |f(y, x)| \leq 2 \\ |f(x, y)| \leq 1 \end{cases}$$

$$3y + 6x = 3M$$

$$y = M - 2x$$

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |5x - M| \leq 1 \end{cases}$$

$$y = f(M, x)$$

$$|x| \leq 3$$

$$M > 0$$

$$x \in [-3; 3]$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

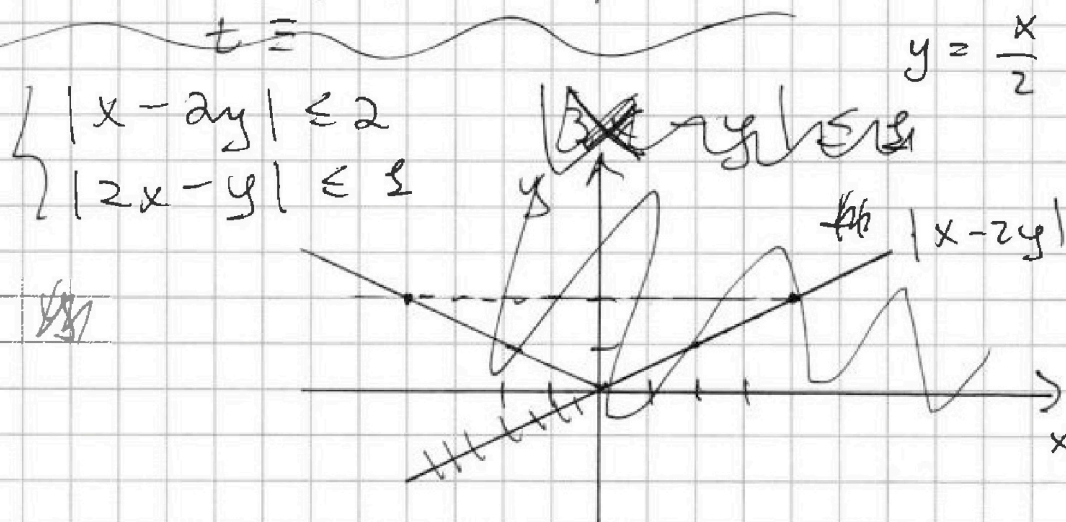
1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим каждую из корней:  $m+2r=kp$   
 $x=1$ . Тогда:  $a_n = -3$   
 $a_6 = 1$   
 $a_{30} = 9$  } верно  
 $x=1+\sqrt{5}$  }  $kp^2(kp^2-2) = 11\tilde{p}$

Ответ:  $x=1; 1+\sqrt{5}; 1-\sqrt{5}$  }  $t=m+2n$   
 $A=t(t-7)$ ;  $B=mn(\frac{1}{2}+16)$   
 $t(t-7) = 11p^2$        $75 = 25 \cdot 3 = 5^2 \cdot 3$   
 $mn(t+16) = 75q^2$   
 $t \equiv 0 \pmod{11}$   
 $t \equiv 7 \pmod{11}$   
 $t \equiv 0 \pmod{p^2}$   
 $t \equiv$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновики

$$\begin{cases} a+3d = 6-9x \\ a+5d = (x^2-2x)^2 \\ a+9d = 9x^2 \end{cases}$$

$$2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 6 + 9x$$

$$4d = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 - 12x^3 + 12x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

~~$$x^2 - 4x + 1 + \frac{6}{x} - \frac{4}{x^2} = 0$$~~

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

~~$$3y+6x = M \rightarrow \max$$~~

$$3y+6x = 3M$$

$$y = M - 2x$$

$$\begin{cases} |x-2M+4x| \leq 2 \\ |2x-M+2x| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |5x-2M| \leq 2 \\ |4x-M| \leq 1 \end{cases}$$

~~$$3 \geq |5x-2M| + |4x-M| \geq |9x-3M|$$~~

$$\left| \frac{3M}{4} \right| \leq \frac{13}{4}$$

$$|M| \leq \frac{13}{3}$$

$$\begin{cases} |5x-2M| \leq 2 \\ |5x-2M| \geq -2 \\ |4x-M| \leq 1 \\ |4x-M| \geq -1 \end{cases}$$





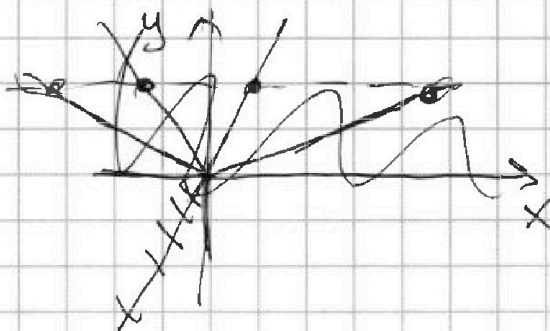
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$



$$y = \frac{2}{2}x$$

$$3y + 6x = 3M$$

$$y = M - 2x$$

$$\begin{cases} |5x - 2M| \leq 2 \\ |4x - M| \leq 1 \end{cases}$$

$$M \leq \frac{5x}{2}$$

$$x \geq \frac{2M}{5}$$

$$\begin{cases} 5x - 2M \leq 2 \\ 4x - M \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2M + 2 \geq 5x \\ M + 1 \geq 4x \end{cases}$$

$$|9x - 3M| \leq 3$$

$$|3x - M| \leq 3$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$$

$$= (m + 2n)^2 - 7(m + 2n) = (m + 2n) \cdot$$

$$(m + 2n - 7)$$

$$m + 2n = x$$

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m + 2n + 9)$$

$$A = x(x-7); \quad B = mn(x+9)$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{x+2} \sqrt{7-x} = \frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1}$  Заметим, что  $\sqrt{7-x}$  убывает.  $\frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1}$  тоже убывает  
 $\downarrow$   
 одно переменные. Попробуем переобратить  $x=5$~~

~~$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{7+2}}{2\sqrt{7+2}}$   $\sqrt{7+2} = 2\sqrt{4} + \sqrt{2}$   $7+4+2\sqrt{7} = 11+2\sqrt{7}$   
 $\sqrt{7-x} = \frac{\sqrt{x+2} + 7}{2\sqrt{x+2} + 1} \cdot \frac{(\sqrt{x+2} - 7)}{(\sqrt{x+2} - 7)} =$   
 $= \frac{x+2-49}{(2\sqrt{x+2} + 1)(\sqrt{x+2} - 7)} = \frac{x-47}{2x+4-12\sqrt{x+2}-7}$~~

~~Заменим  $x+2 = a$ ;  $\sqrt{7-x} = \beta$ :~~

~~$a - \beta + 7 = 2a\beta$  т.к. одно перемен  $\rightarrow$   $(a, \beta)$~~