



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x+y}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $a_5 = 6x + 18$
 найти $a_7 = (x^2 - 4x)^2$
 арифметическая $a_{11} = (-3x^2)$
 числитель $x = ?$

Пусть d - разность арифметической прогрессии, a_1 - её первый член

$$\Rightarrow \begin{cases} a_5 = a_1 + 4d \\ a_7 = a_1 + 6d \\ a_{11} = a_1 + 10d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_7 - a_5 = 2d \\ a_{11} - a_7 = 4d \end{cases}$$

$$2(a_7 - a_5) = a_{11} - a_7$$

$$2(x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & -8 & 17 & -4 & -12 & \\ \hline 2 & 1 & -6 & 5 & 6 & 0 \end{array} \Rightarrow x = 2 - \text{корень}$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & -6 & 5 & 6 & & \\ \hline 2 & 1 & -4 & -3 & 0 & \end{array} \Rightarrow x = 2 - \text{корень}$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$\downarrow$$

$$D = 16 + 12 = 28$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

1. Если $x = 2 \Rightarrow a_5 = 30, a_7 = 16, a_{11} = -12, d = -4$

2. Если $x = 2 + \sqrt{7} \Rightarrow a_5 = 6\sqrt{7} + 30$
 $a_7 = 9$
 $a_{11} = -33 - 12\sqrt{7}$

$$d = -3\sqrt{7} - 10,5$$

3. Если $x = 2 - \sqrt{7} \Rightarrow a_5 = 30 - 6\sqrt{7}$
 $a_7 = 9$
 $a_{11} = -33 + 12\sqrt{7}$

$$d = 3\sqrt{7} - 10,5$$

Ответ: $\{2; 2 \pm \sqrt{7}\}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 (проверка):
проверка:

$$x = -\frac{48}{7}, y = -\frac{50}{7} \Rightarrow 4x - 3y = 4 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) - 3 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right) = \frac{-192}{7} + \frac{150}{7} =$$

$= -6$

$$4x - 3y = -\frac{48 \cdot 3}{7} + \frac{200}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$|-6| \leq 6$ - верно
 $18 \leq 8$ - верно

Ответ: -146.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.
$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases} \quad 14x + 7y - \min - ?$$

в граничных случаях первая функция $14x + 7y$ может достигать экстремума

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 \leq x - 7y \leq 14 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases} \Rightarrow y - 2 \leq x \leq y + 2$$

$x = y + 2 \Rightarrow$

$$\begin{cases} |4(y+2) - 3y| \leq 6 \\ |3(y+2) - 4y| \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq y + 8 \leq 6 \\ -8 \leq -y + 6 \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -14 \leq y \leq -2 \\ 2 \leq y \leq 14 \end{cases}$$

Наим. y урavn. системы - $y = -2 \Rightarrow x = 0$

Тогда $14x + 7y = -14$.

Проверка: $\begin{cases} |0 + 6| \leq 6 - \text{верно} \\ |8| \leq 8 - \text{верно} \end{cases}$

2. $x = y - 2 \Rightarrow$

$$\begin{cases} -6 \leq 4y - 8 - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3y - 6 - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 \leq y - 8 \leq 6 \\ -8 \leq -y - 6 \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq y \leq 14 \\ 2 \geq y \geq -14 \end{cases}$$

Наим. y урavn. системы - $y = 2 \Rightarrow x = 0$
Тогда $14x + 7y = 14$.

\Rightarrow наим. значение: $\boxed{-14}$ - ответ

Наим. значение выражения будет достигаться при наим. возможном значении $4x - 3y$ (т.е. -6), т.к. $14x + 7y$ должно быть минимальным, т.е. $4x - 3y$ должен быть минимальным, и в $4x - 3y$ коэффициент при x больше, чем при y .

$4x - 3y = -6 \Rightarrow x = \frac{3y - 6}{4}$

$\frac{3y - 6}{4} - 3y \leq -6$
 $\Rightarrow -2 \leq \frac{3y - 6}{4} - \frac{12y}{4} \leq -6$
 $\Rightarrow -2 \leq \frac{3y - 6 - 12y}{4} \leq -6$
 $\Rightarrow -2 \leq \frac{-9y - 6}{4} \leq -6$
 $\Rightarrow -8 \leq -9y - 6 \leq -24$
 $\Rightarrow -2 \leq -9y \leq -18$
 $\Rightarrow \frac{2}{9} \leq y \leq 2$

$2 \geq y \geq \frac{2}{9} \Rightarrow y = \frac{2}{9}$

$\Rightarrow x = -\frac{48}{9} = -\frac{16}{3}$

$14x + 7y = 14(-\frac{16}{3}) + 7(\frac{2}{9}) = -\frac{224}{3} + \frac{14}{9} = -\frac{200}{3}$

ответ

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n \quad 13p^2$$

$$B = m^2 n - mn^2 + 3mn \quad 3q^2$$

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$B = mn(m-n) + 3mn = mn(m-n+3) = 3q^2$$

(I) $m-n = x$
 $mn = y$

$$A = x^2 + 9x = 13p^2$$

$$B = xy + 3y = 3q^2 \Rightarrow xy = 3(q^2 - y) \Rightarrow$$

$$x : 3 \quad \text{или} \quad y : 3$$

Если $x : 3 \Rightarrow x^2 : 9 \Rightarrow x^2 + 9x : 9 \Rightarrow p^2 : 9 \Rightarrow p^2 = 9t$

$$\Rightarrow x^2 + 9x = 13 \cdot 9$$

$$x^2 + 9x - 117 = 0$$

$$D = 81 + 4 \cdot 117 = 549$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{549}}{2} \notin \mathbb{N}$$

Если $y : 3 \Rightarrow$

$$3y : 9, xy : 3 \Rightarrow (x+3)y : 9$$

$$\text{Пусть } y = 3m \Rightarrow 3mx + 9m = 3q^2$$

$$mx + 3m = q^2 \Rightarrow q^2 : m, q - \text{целое}$$

$$\Rightarrow q : m$$

$$\Rightarrow y = 3q$$

$$\Rightarrow q = m$$

$$\text{Тогда } x \cdot 3q + 3 \cdot 3q = 3q^2 \quad | : 3q$$

$$x + 3 = q - 3$$

$$\Rightarrow x = q - 6$$

$$\Rightarrow (q-6) \cdot 3q + 9q = 3q^2$$

$$\Rightarrow m-n = q-3$$

$$mn = 3q$$

$$\Rightarrow m = n + q - 3$$

$$x = q - 3 :$$

$$(q-3)^2 + 9(q-3) = 13p^2$$

$$q^2 - 6q + 9 + 9q - 27 = 13p^2$$

$$q^2 + 3q - 18 = 13p^2$$

$$(q-3)(q+6) = 13p^2$$

$$\begin{cases} x+3 = y \\ 3x+9=y \\ 3(m-n)+9=mn \\ m-n=0 \\ mn=9 \end{cases} \Rightarrow m=n=3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow \begin{cases} q-3=13 \\ q+6=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q=16 \text{ - не простое} \\ q=7 \Rightarrow p=2 \end{cases}$$

$$\text{если } q=7, p=2 \Rightarrow \begin{cases} x^2+8x=52 \quad (1) \\ xy+3y=147 \end{cases}$$

1) Решим (1):

$$x^2+8x-52=0$$

$$D=8^2+4 \cdot 52=288$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{288}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=-13 \\ x=4 \end{cases}$$

$$x=-13 \Rightarrow -13y+3y=147$$

$$-10y=147$$

$$y=-14,7 \notin \mathbb{N}$$

$$x=4 \Rightarrow 4y=147$$

$$y=21$$

$$\text{Итого } \begin{cases} m-n=4 \\ mn=21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=n+4 \\ (n+4)n=21 \end{cases}$$

$$n^2+4n-21=0$$

$$\begin{cases} n=-7 \notin \mathbb{N} \\ n=3 \Rightarrow m=7 \end{cases}$$

при этом $p=2, q=7$ - простое

$$\textcircled{II} \quad A = x^2+8x = 3q^2 \quad (2)$$

$$B = xy+3y = 13p^2$$

$$\text{из (2): } x^2 = 3q^2 - 8x$$

$$\Rightarrow x^2 : 3 \Rightarrow x : 3$$

$$\text{Пусть } x = 3r \Rightarrow$$

$$3r \cdot y + 3y = 13p^2 \Rightarrow 13p^2 : 3$$

$$\Rightarrow p^2 : 3 \text{ , } p \text{ - простое}$$

$$\Rightarrow p=3$$

т.к. q простое

$$3r^2 + 3x = q^2 \Rightarrow q^2 : 3 \Rightarrow q=3$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x = 27$$

$$x^2 + 8x - 27 = 0$$

$$D = 8^2 + 4 \cdot 27 = 188$$

\Rightarrow нет целых корней

\Rightarrow не удовл. условию

Ответ: $m=7, n=3$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(4. упрощения)

5) по св-ву син-кос: $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{XB} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{4x}{2x} = 2$

$$\Rightarrow AB = \frac{AC}{2} = 6$$

6) по т. косинусов ($\sphericalangle ACB$):

$$CB^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \sphericalangle ACB$$

$$CB^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$CB^2 = 180 + 16$$

$$CB^2 = 196$$

$$CB = 14$$

Ответ: 14

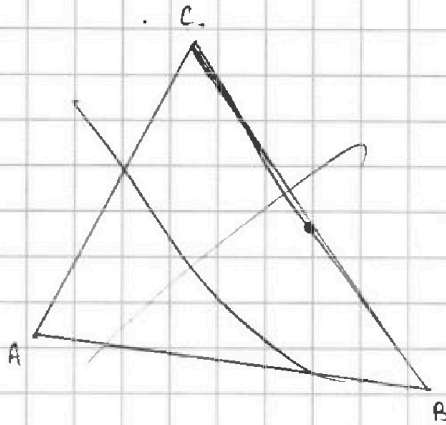


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

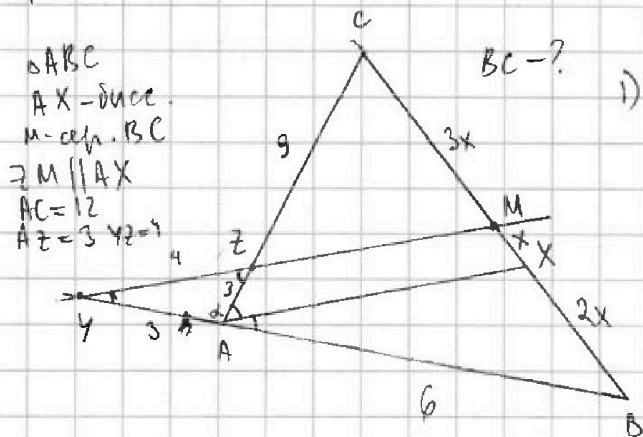
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



4.



$\triangle ABC$
AX - биссе.
M - ссер. BC
 $ZM \parallel AX$
AC = 12
AZ = 3, ZB = 9

BC = ?

1) т.к. $ZM \parallel AX$ (по усл.) $\Rightarrow \angle YZA = \angle ZAX$
 $\angle ZYA = \angle XAB = \angle CAB$
т.к. AX - биссе-ца

\Rightarrow т.к. $\angle ZYA = \angle AZY \Rightarrow \triangle YZA$ - \triangle
 $\Rightarrow YA = ZA = 3$

2) Рассм. $\triangle YZA$: $\angle YZA = \angle YAZ = \alpha$

$$YZ^2 = YA^2 + ZA^2 - 2 \cdot YA \cdot ZA \cdot \cos \alpha$$

$$4^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos \alpha$$

$$18 - 18 \cos \alpha = 16$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{9} \text{ т.к. } \sin \alpha$$

3) $\Rightarrow \cos \angle CAB = -\frac{1}{9}$ (т.к. смежные)

~~по т. син~~ $\Rightarrow \sin^2 \angle CAB = \frac{80}{81} \Rightarrow \sin \angle CAB = \frac{\sqrt{80}}{9}$

по т. синусов ($\triangle ABC$):

$$\frac{BC}{\sin \angle CAB} = \frac{AC}{\sin \angle ABC}$$

$$\frac{BC}{\frac{\sqrt{80}}{9}} = \frac{12}{\sin \angle ABC}$$

$$\frac{9BC}{\sqrt{80}} = \frac{12}{\sin \angle ABC}$$

4) $ZM \parallel AX \Rightarrow \triangle CZM \sim \triangle CAX$ по двум углам и стороне. \Rightarrow

$$\frac{ZC}{AC} = \frac{CM}{CX} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \text{ т.к. } \angle C \text{ общ. } CM = 3x, CX = 4x \Rightarrow MX = x$$

т.к. CM = MB (M - ссер. биссе.) $\Rightarrow XB = 2x$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

$$t = 1 \Rightarrow 30 - x - x^2 = 1$$

$$x^2 + x - 29 = 0$$

$$D = 1 + 4 \cdot 29 = 117$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{117}}{2}$$

Отрашиме:

$$\begin{aligned} x + 6 &\geq 0 & x &\geq -6 \\ 5 - y &\geq 0 & y &\leq 5 \end{aligned}$$

$x \geq -6$
 $y \leq 5$

\Rightarrow отриц. корни уходят

$$t = 3,5 \Rightarrow 30 - x - x^2 = 3,5$$

$$x^2 + x - 26,5 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 53 = 0$$

$$D = 4 + 8 \cdot 53 = 428$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{107}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2}$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{107}}{2}$$

Ответ:

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{-1 + \sqrt{107}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{107}}{2} \right);$$
~~$$\left(\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}, \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \right); \left(\frac{-1 - \sqrt{107}}{2}, \frac{-1 - \sqrt{107}}{2} \right);$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5. \begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt{y} = 4y^4 - 5\sqrt{x} + y & (2) \end{cases}$$

Заметим, что при перестановке x и y в ур. (2) уравнение не ~~изменяется~~ ~~меняется~~ $(x \rightarrow y, y \rightarrow x)$ оно симметрично относительно перестановки x и $y \Rightarrow x=y$ — в.р.реш.

Можно (прям. (2):

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(x+6)}$$

$$\text{Заметим: } a = \sqrt{x+6}$$

$$b = \sqrt{5-x}$$

$$\Rightarrow a - b + 5 = 2ab$$

$$a(1-2b) = b-5$$

$$\sqrt{x+6} + 5 = 2\sqrt{(5-x)(x+6)} + \sqrt{5-x} \quad |^2 \quad \text{и } \sqrt{(5-x)(x+6)} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$x+6+25+10\sqrt{x+6} = 4(5-x)(x+6) + (5-x) + 4\sqrt{(5-x)(x+6)} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$x+31+10\sqrt{x+6} = -4x^2-5x+125+4\sqrt{(5-x)(x+6)} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$10\sqrt{x+6} - 4\sqrt{(5-x)(x+6)} = -4x^2-6x+94$$

Если $5-x \geq 0$ ~~($x \leq 5$)~~

$$\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{10+2x} = -2(2x^2+3x-47)$$

$$(2x-5)\sqrt{x+6} = -(2x^2+3x-47)$$

$$4x^4 + 16x^3 - 175x^2 - 377x - 2059 = 0$$

$$\sqrt{x+6} + 5 - \sqrt{x} = 2\sqrt{30-x-x^2} = (2\sqrt{30-x-x^2} - 5)^2$$

$$11 - 2\sqrt{30-x-x^2} = 4(30-x-x^2) + 25 - 20\sqrt{30-x-x^2}$$

$$18\sqrt{30-x-x^2} = 134 - 4x - 4x^2$$

$$18t = 4t^2 + 14$$

$$4t^2 - 18t + 14 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = 3,5 \text{ (но т.о.р. т. нута)} \end{cases}$$

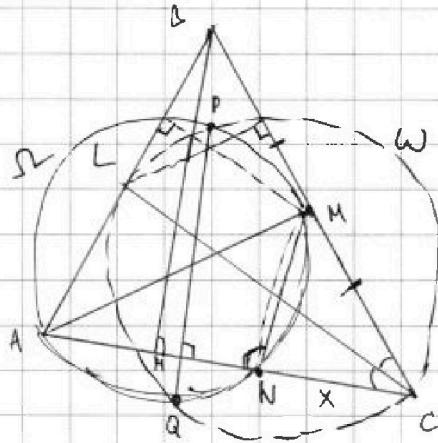


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$AB = 26$$

$$AN = 20$$

BN - высота $\triangle ABC$

1) $\angle ANM = 90^\circ$ как угол между касательной и радиусом

$\Rightarrow PQ \parallel MN \parallel BN$

По ст-ву касат. и секущ.:

$$CM^2 = CN \cdot CA = (AC - 20) \cdot AC$$

Зная MC, можем найти BC
т.к. $CM = \frac{1}{2} BC$

$$2) \triangle BNC \sim \triangle MNC \Rightarrow \frac{1}{4} BC^2 = AC^2 - 20AC$$

(по теореме о хордах. радиусе)

$$\Rightarrow \frac{1}{4} BC^2 = AC^2 - 20AC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} BC^2 = (20 + x)^2 - 20(20 + x)$$

~~т.к. $BC = 2CM$~~

$$\triangle MNC: \cos \angle MCN = \frac{NC}{MC} = \frac{2NC}{BC}$$

$$\triangle BNC: \cos \angle MCN = \frac{NC}{BC}$$

$$\text{т.к. кос. } (\triangle ABC): AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos \angle MCN$$

$$676 = 4(AC^2 - 20AC) + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \frac{2NC}{BC}$$

$$676 = 5AC^2 - 80AC - 4 \cdot AC \cdot NC$$

$$676 = 5(20+x)^2 - 80(20+x) - 4(20+x)x$$

$$(20+x)(100+5x-80-4x) = 676$$

$$(20+x)(20+x) = 676$$

$$(20+x)^2 = 676$$

$$\Rightarrow AC = 26 \quad \text{ответ}$$

$$x = 6$$

$$\Rightarrow \frac{BC^2}{4} = 26^2 - 20 \cdot 26 \Rightarrow BC^2 = 624 \quad \text{ответ}$$

($BC = 4\sqrt{39}$)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $AC = 26$; $BC = 4\sqrt{39}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -6 \leq 4x - 3y \leq 6 \\ -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 + 3y \leq 4x \leq 6 + 3y \\ -8 + 4y \leq 3x \leq 8 + 4y \end{cases}$$

$$14x + 7y = ? \quad A = 4 \cdot 13 = 13 \cdot 2^2 \quad B = 21 \cdot 7 = 3 \cdot 7^2 \quad xy + 3y = 3 \cdot 49$$

$$x = y = 0 \Rightarrow 0 \quad x^2 + 9x - 52 = 0$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14 \quad | :7 \quad x = y - 2$$

$$-2 \leq x - y \leq 2 \quad -2 + y \leq x \leq 2 + y$$

$$y - 2 \leq x \leq y + 2$$

$$x \leq 6 \quad -48 + 42 = -6 \quad | 3y - 6 - 4y \leq 8 \quad | -y - 6 \leq 8 \quad | -y \leq 14$$

$$f(x) \leq 8 \quad -36 + 56 \quad | -6 \leq y - 8 \leq 6 \quad | -8 \leq -y - 6 \leq 8$$

$$-8 \leq -x \leq 8 \quad x = -8 \quad 2 \leq y \leq 14$$

$$8 \geq x \geq -8 \quad 4 \cdot 13 = 13p^2 \quad y = 2 \Rightarrow x = 0$$

$$x = -12 \quad -6 \leq -32 - 3y \leq 6 \quad -32 + 36 \quad 14x + 7y = -14 \cdot 8 - 7 \cdot 12 = -112 - 84 = -196$$

$$4x - 3y = -6 \quad -8 \leq -24 - 4y \leq 8 \quad -24 + 48 = 24 \quad 13 \quad 14x + 7y = -14 \cdot 8 - 7 \cdot 12 = -112 - 84 = -196$$

$$3x - 4y = -8 \quad 6 \geq 32 + 3y \geq -6 \quad y \leq -12 \frac{2}{3} \quad 18 \cos k = 2 \quad -32 + 24 \quad 18 - 18$$

$$4x - 7y = -14 \quad -26 \geq 3y \geq -38 \quad y \geq -\frac{38}{3} = -12 \frac{2}{3} \quad 14x + 7y = -14 \cdot 8 - 7 \cdot 12 = -112 - 84 = -196$$

$$x - y = -2 \quad y \geq -\frac{38}{3} = -12 \frac{2}{3} \quad y = -8 \quad 18 \cos k = 2 \quad -32 + 24 \quad 18 - 18$$

$$4x = 3y \quad -28 \leq 14x - 14y \leq 28 \quad x = y - 2 - 28 + 21y - \min \quad -6 - 4x \leq -3y \leq 6 - 4x$$

$$x = \frac{3y}{4} \quad -28 + 21y \leq 14x + 7y \leq 28 + 21y \quad 4(y - 2) - 3y = -6 \quad 2 + \frac{4}{3}x \geq y \geq -2 + \frac{4}{3}x$$

$$y = 2 \quad x = 0 \quad y = -2 + \frac{4}{3}x \quad y = \frac{4x - 6}{3}$$

$$-48 + 42 \quad y = -2 + \frac{4}{3}x \Rightarrow y = 10 \quad y = \frac{4x - 6}{3}$$

$$-36 + 56 \quad x = -9 \quad y = 10$$

$$14x - 14y \leq 6 \quad -6 \leq 6 \text{ верно}$$

$$13x - 4(\frac{4x - 6}{3}) \leq 8 \quad 108 \quad 14 \cdot \frac{48}{7} \quad 11 \cdot 7$$

$$9x - 16x + 24 \quad -7x + 24 \leq 8 \quad 108 \quad 14 \cdot \frac{48}{7} \quad 11 \cdot 7$$

$$-8 \leq \frac{-7x + 24}{3} \leq 8 \quad 168 \quad y = \frac{4 \cdot 48 - 6}{2}$$

$$-7x + 24 = -24 \quad -7x = -48 \quad x = \frac{48}{7} = 6 \frac{6}{7}$$

$$-7x + 24 = 24 \quad -7x = 0 \quad x = 0$$

$$-7x + 24 = 24 \quad x = \frac{48}{7} = 6 \frac{6}{7}$$

$$14x + 7y = -14$$

$$-2 \leq -y \leq 14 \quad -7 \frac{1}{7} \geq -y \geq -14$$

$$2 \geq y \geq -14$$

$$-8 \leq -\frac{4 - 6}{2} \leq 8$$

$$\frac{1}{81} + 14h^2 = 1 \quad y = -14 \Rightarrow x = \frac{-42 - 6}{4} = -12$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_5 = 6x + 18$
 $a_7 = (x^2 - 4x)^2$
 $a_{11} = (-3x^2)$
 $x = ?$

$a_5 = a_1 + 4d$
 $a_7 = a_1 + 6d$
 $a_{11} = a_1 + 10d$

$\Rightarrow \begin{cases} a_7 - a_5 = 2d \\ a_{11} - a_7 = 4d \end{cases}$
 $2(a_7 - a_5) = a_{11} - a_7$
 $2(x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18) = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 16x^2$
 $3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | :3$
 $x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$
 $16 - 8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 12 = 0$
 $1 \quad | \quad -8 \quad | \quad 17 \quad -4 \quad -12$
 $2 \quad | \quad -6 \quad | \quad 5 \quad 6 \quad 0$
 $(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$
 $1 \quad | \quad -6 \quad | \quad 5 \quad 6$
 $2 \quad | \quad -4 \quad | \quad -3 \quad 0$
 $(x-2)(x^2 - 4x - 3) = 0$
 $D = 16 + 12 = 28$
 $x = 2 \pm \sqrt{7}$

$x = 2$:
 $a_5 = 30$
 $a_7 = 16$
 $a_{11} = -12$
 $\Rightarrow d = -7$
 $x = 2 + \sqrt{7}$:
 $a_5 = 12 + 6\sqrt{7} + 18 = 6\sqrt{7} + 30$
 $a_7 = ((2 + \sqrt{7})^2 - 4(2 + \sqrt{7}))^2 = 9$
 $a_{11} = -3(2 + \sqrt{7})^2 = -2(4 + 4\sqrt{7} + 7) = -3(11 + 4\sqrt{7}) = -33 - 12\sqrt{7}$
 $a_6 = 19,5 + 3\sqrt{7}$
 $a_7 = 9$
 $a_8 = -19,5 - 3\sqrt{7}$
 $a_9 = -12 - 6\sqrt{7}$
 $a_{10} = -22,5 - 9\sqrt{7}$
 $a_{11} = -33 - 12\sqrt{7}$

$x = 2 - \sqrt{7}$:
 $a_5 = 6(2 - \sqrt{7}) + 18 = 30 - 6\sqrt{7}$
 $a_7 = ((2 - \sqrt{7})^2 - 4(2 - \sqrt{7}))^2 = 9$
 $a_{11} = -3(2 - \sqrt{7})^2 = -3(11 - 4\sqrt{7}) = -33 + 12\sqrt{7}$
 $a_6 = -3\sqrt{7} + 19,5$
 $a_7 = 9$
 $a_8 = 3\sqrt{7} - 19,5$
 $a_9 = 6\sqrt{7} - 12$
 $a_{10} = 9\sqrt{7} - 22,5$
 $a_{11} = 12\sqrt{7} - 33$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

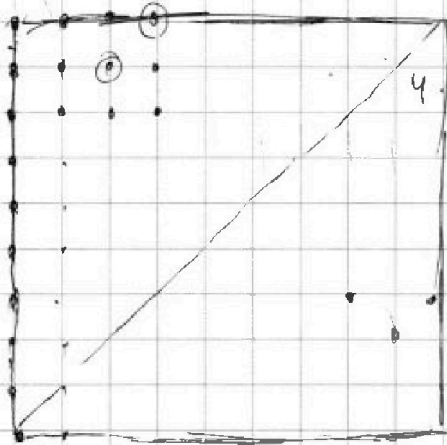
$$\sqrt{x} = a$$

$$\sqrt{y} = b$$

$$x = \frac{-\frac{150}{7} - 6}{4} = \frac{-192}{28} = -\frac{48}{7}$$

$$(5-x)(4x+)$$

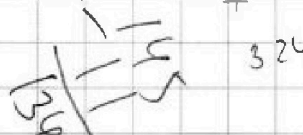
$$-48 \cdot 2 = -96$$



$$4 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) - 3 \cdot \left(-\frac{50}{7}\right)$$

$$-\frac{192}{7} + \frac{150}{7} = -\frac{42}{7} = -6$$

$$-\frac{48 \cdot 3}{7} + \frac{200}{7} = \frac{86}{7} = 8$$



$$144$$

$$\frac{200}{-144} = \frac{25}{-18}$$

$$260$$

$$x+6+5-x-2\sqrt{x} = 2\sqrt{x}-5$$

$$27$$

$$162$$

$$27$$

$$432$$

$$324$$

$$10 \cdot 10 \text{ мотков (100 мотков)}$$

$$C_2^{100}$$

$$\frac{1}{4!}$$

$$10 - 4(x-5)$$

$$(-4x+30)$$

$$47$$

$$47$$

$$329$$

$$188$$

$$2209$$

$$47$$

$$188$$

$$756$$

$$2824$$

$$47$$

$$188$$

$$(4x^2 - 20x + 25)(x+6) = - (4x^2 + 8x^2 + 2209 + (12x^3 - 282x - 188x^2))$$

$$4x^3 + 24x^2 - 20x^2 - 120x + 25x + 150 - (4x^4 + 12x^3 - 178x^2 - 282x + 2209)$$

$$(4x^3 + 4x^2 - 95x + 150) = -4x^4 + 12x^3 + 179x^2 + 282x + 2209$$

$$4x^4 + 16x^3 - 175x^2 - 377x - 2059$$

$$4(x^4 - y^4) + (x-y) - 5(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$m = \sqrt{x}$$

$$t = \sqrt{y}$$

$$4(m^4 - t^4) + (m^2 - t^2) - 5(m-t) = 0$$

$$4(m^4 - t^4)(m^2 + t^2) + (m^2 - t^2)(m+t) + (m-t) = 0$$

$$4(m^2 - t^2)(m^2 + t^2)(m^2 + t^2) + (m+t)(m^2 + t^2) + (m-t) = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

