



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$a_3 = 3x + 3 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = 3x^2 = a_1 + 8d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (1): 6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\Rightarrow a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3 \Rightarrow a_1 = -x^2 + 4x + 4$$

$$(2): -x^2 + 4x + 4 + 2(x^2 - x - 1) = (x^2 + 2x)^2$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

x	1	1	4	3	-2	-2
-1	1	3	3	0	-2	0

- схема Горнера

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3 + x^2 + 2x^2 - 2) = 0$$

$$m = \frac{b}{2} = 1$$

$$(x+1)(x^2(x+1) + 2(x^2-1)) = 0$$

$$D = 1 + 2 = 3$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $x = -1$; $x = -1 - \sqrt{3}$; $x = -1 + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$1) |x - 3y| \leq 3$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y \geq x - 3 \\ 3y \leq x + 3 \end{cases}$$

$$y \geq \frac{x-3}{3}$$

$$y \leq \frac{x+3}{3}$$

x	0	3	6
y	-1	0	1

x	0	3	6
y	1	2	3

$$2) |3x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \end{cases}$$

x	0	1	2
y	-1	2	5

x	0	1	2
y	1	4	7

Самые большие значения

x и y в точке A,

которая является пересечением

$$y = 3x - 1 \text{ и } y = \frac{x+3}{3}$$

$$3x - 1 = \frac{x+3}{3}$$

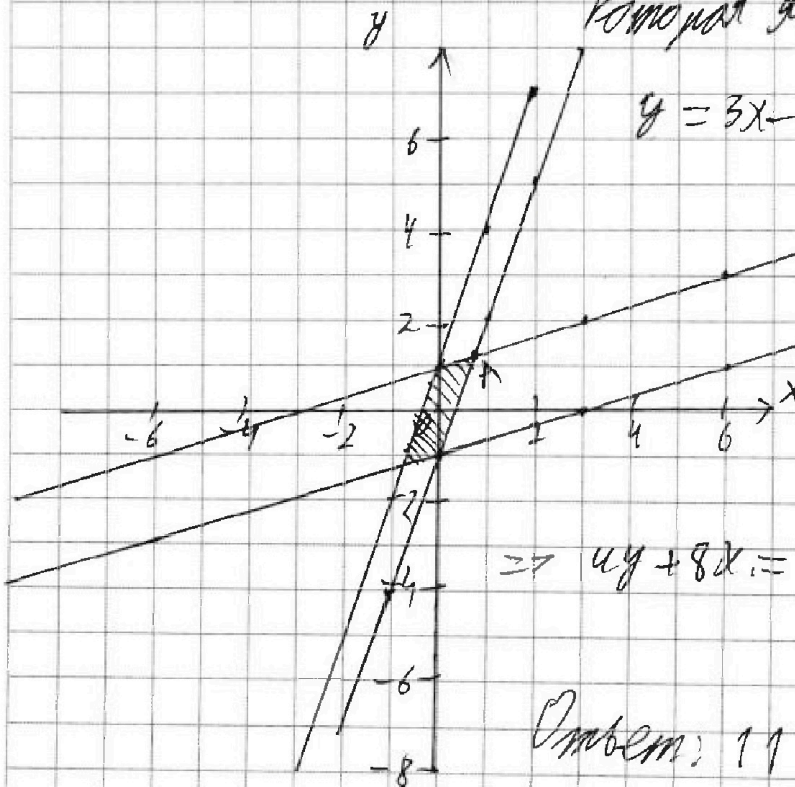
$$9x - 3 = x + 3$$

$$x = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$y = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4y + 8x = 5 + 6 = 11$$

Ответ: 11





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) - 2(3p)^2$$

$$B = mn(m+n-3) = 45q^2$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 45q^2 \end{cases}$$

Пусть $m+n = x$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 45q^2 \end{cases}$$

$$x(x-9) = 13p^2$$

$$m+n = 13$$

$$1) x=13 \Rightarrow p^2 = 4 \Rightarrow p=2 \quad \checkmark$$

$$m = 13 - n$$

$$2) x=13p \Rightarrow p = \frac{2}{\sqrt{13}} \quad \emptyset$$

$$2 \cdot n(13-n) = 15q^2$$

$$3) x=13p^2 \Rightarrow p^2 = \frac{10}{13} \quad \emptyset$$

$$4) x=1 \Rightarrow p^2 = -\frac{8}{13} \quad \emptyset$$

$$1) n=1 \Rightarrow 24 = 15q^2 \quad \emptyset$$

Из всех случаев мы получили

$$2) n=3 \Rightarrow m=10$$

одну верную или $x = m+n = 13$

$$2 \cdot 10 \cdot 3 = 15q^2$$

$$q=2 \quad \checkmark$$

$$3) n=5 \Rightarrow 16 = 3q^2 \quad \emptyset$$

$$10) n=15q^2$$

$$4) n=15 \Rightarrow 2 \cdot (-2) \cdot 15 = 15q^2 \quad \emptyset$$

$$2 \cdot (13 - 15q^2) \cdot 15q^2 = 15q^2$$

$$20 \quad \emptyset$$

$$5) n=9 \Rightarrow 14q = 26 \quad \emptyset$$

$$6) n=q^2 \Rightarrow 2q^2 = 15 \quad \emptyset$$

$$7) n=3q \Rightarrow 26 = 11q \quad \emptyset$$

$$8) n=8q \Rightarrow 13q = 26, q=2 \Rightarrow n=10, m=3$$

$$9) n=18q \Rightarrow 26 - 30q = q, 31q = 26 \quad \emptyset$$

Ответ: (3; 10); (10; 3)



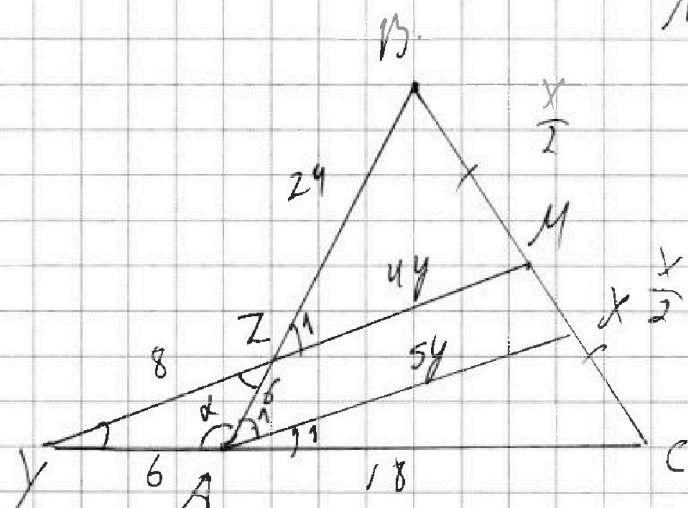
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Пусть $BC = x$

1) т.к. $AX \perp BC$ - диаметр окружности $\Rightarrow \angle$

$ZM \parallel AX \Rightarrow \angle MUC =$

$= \angle XAC$ как

соответственные,

аналогично $\angle BAX = \angle BZM$

2.2) По т. Менелая и секущей $MU \Rightarrow$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{1} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$\Rightarrow BZ = 24$$

2.1) т.к. $UX \perp BC, \angle \Rightarrow \angle MUC = \angle XAC$ и $\angle BAX = \angle BZM$

\Rightarrow так $\angle YZA = \angle BZM$ как вертикальные \Rightarrow

$\triangle YZA$ - равнобедрен $\Rightarrow YA = ZA = 6$

3) по т. кос $\triangle YZA \Rightarrow 8^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нч

4) $\triangle YMC \sim \triangle AXC$ по двум углам ($\angle Y = \angle XAC, \angle C$

$$\text{по двум углам}) \Rightarrow \frac{24}{18} = \frac{YM}{AX} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{8+ZM}{AX}$$

5) $\triangle BZM \sim \triangle BAX$ по двум углам ($\angle B$ - общий, $\angle BZM =$

$$= \angle BAX \text{ по п.1}) \Rightarrow \frac{BM}{BX} = \frac{ZB}{BX} = \frac{ZM}{AX} \Rightarrow$$

$$\frac{24}{30} = \frac{ZM}{AX} = \frac{4}{5} \Rightarrow AX = \frac{5ZM}{4}$$

подставим в п. 4) \Rightarrow

$$5ZM = 24 + 3ZM, \quad 2ZM = 24 \Rightarrow ZM = 12, \quad AX = 15$$

6) по т. син $\triangle AZC$: $\frac{6}{\sin \angle 1} = \frac{8}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \angle 1 = \frac{3}{4} \sin \alpha$

$$4 \sin \angle 1 = 3 \sin \alpha$$

$$16 \sin^2 \angle 1 = 9 \sin^2 \alpha$$

$$16(1 - \cos^2 \angle 1) = 9(1 - \cos^2 \alpha)$$

$$16 - 16 \cos^2 \angle 1 = 9 - 9 \cos^2 \alpha$$

$$\cos^2 \angle 1 = \frac{4 + 9 \cdot \frac{1}{81}}{16} = \frac{64}{16 \cdot 9} \Rightarrow \cos \angle 1 = \frac{2}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) по т. кос в ПЗМ:

$$\frac{x^2}{4} = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 24$$

$$x = \sqrt{4(6^2 \cdot 4^2 + 4^2 \cdot 3^2 - 4^2 \cdot 6 \cdot 4)}$$

$$= \sqrt{4 \cdot 4^2 (36 + 9 - 24)} = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

~~$$x^4 + 5y^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$~~

~~$$\sqrt{x} x^4 + \sqrt{x} + 5x^2 = y^4 + \sqrt{y} + 5y^2$$~~

$$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x - y)(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$$

$$\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5)}{\geq 0} = -1$$

Если мы уменьшаем $x + y$, $x^2 + y^2$ уменьшается
квadrатично \Rightarrow отрицательность в левой части
мы не получим $\Rightarrow \emptyset$

подставляем в 1-е ур-ние ($y = x$)

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 = (2\sqrt{(6-x)(x+1)} - 5)^2 \Rightarrow$$

$$4(6-x)(x+1) - 9\sqrt{(6-x)(x+1)} + 18 \geq 0 : 2$$

$$2(6-x)(x+1) - 9\sqrt{(6-x)(x+1)} + 9 \geq 0$$

$$\sqrt{(6-x)(x+1)} = t$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 9 = 9$$

$$t_{1,2} = \begin{bmatrix} 3 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$1) (6-x)(x+1) = 9$$

$$6 + 5x - x^2 = 9$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}; x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}; x = \frac{5 - 2\sqrt{10}}{2}; x = \frac{5 + 2\sqrt{10}}{2}$$

$$2) 6 + 5x - x^2 \geq \frac{9}{4} \cdot 4$$

$$24 + 20x - 4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$m = \frac{d}{2} = -10$$

$$D = 100 + 60 \geq 160$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 4\sqrt{10}}{4} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$



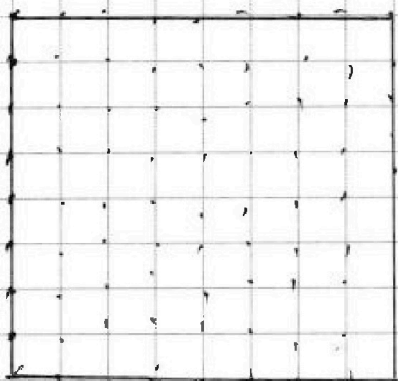
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
8 из 9

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н б



Всего узлов будет 36

Возьмем один узел кол-во
способов выбрать другую 35,
возьмем следующий узел, кол-во

способов выбрать еще узел 49 (т.к с первым

он уже считывался) и т.д. ≥ 7

кол-во способов всего - 80!

Ответ: 80!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12

$$\max |4y + 6x| - 7$$

$$1) |x - 3y| \leq 3$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y \geq x - 3 \\ 3y \leq x + 3 \end{cases}$$

x	0	3	6
y	-1	0	1

x	0	3	6
y	1	2	3

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-3}{3} \\ y \leq \frac{x+3}{3} \end{cases}$$

$$2) |3x - y| \leq 1$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \end{cases}$$

x	0	1	2
y	-1	2	5

x	0	1	2
y	1	4	7

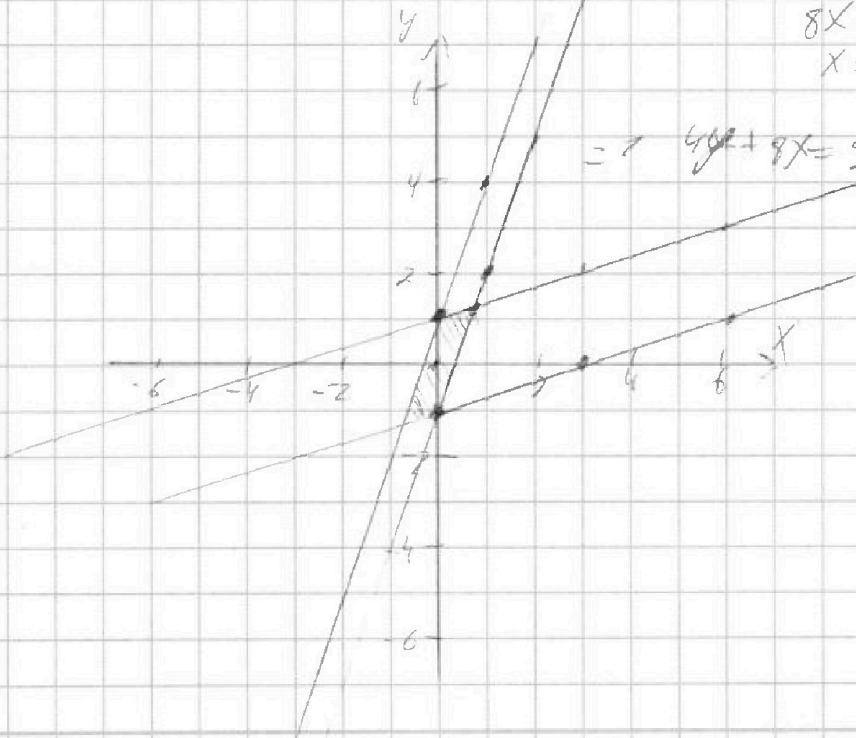
$$3x - 1 = \frac{x-3}{3}$$

$$9x - 3 = x - 3$$

$$8x = 0$$

$$x = \frac{0}{8} \Rightarrow y = \frac{0}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 4y + 6x = 5 + 6 = 11$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$a_3 = 3x + 3 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a_1 + 4d$$

$$a_7 = 3x^2 = a_1 + 6d$$

$$a_1 + 2d = 3x + 3 \quad (1)$$

$$a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 \quad (2)$$

$$a_1 + 6d = 3x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1): 6d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d = x^2 - x - 1$$

$$\Rightarrow a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 4x + 4$$

$$(2): -x^2 + 4x + 4 + 2(x^2 - x - 1) = (x^2 + 2x)^2$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

x	1	4	3	-2	-2
-1	1	3	0	-2	0

$$x^3 + 2x^2 + x^2 - 2 = 0$$

$$x(x^2 + 2x)$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

x	1	3	0	-2
-2	1	1	0	0
2	1			

$x = -1$

$$x^2(x+1) + 2(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2(x+1) + 2(x-1)(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{3} \quad \Delta = 1 + 2 = 3$$

$$x = -1 \pm \sqrt{3}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

x 3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9n - 9m \quad B = m^2n + mn^2 - 3mn$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) \quad B = mn(m+n-3) = 45q^2$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 13p^2 = 0 \quad | \cdot 13p^2$$

$$B = 84 + 52p^2$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$mn(m+n-3) = 45q^2$$

$$mn(m+n-3) = 45q^2$$

$$1) \text{ Если } m+n-3 = q \Rightarrow mn = 45q$$

$$(q-6)(q+3) = 13p^2$$

$$\begin{cases} q-6=13 \\ q+3=13 \end{cases} \quad \begin{cases} q-6=p^2 \\ q+3=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q=19 \\ p^2=22 \end{cases} \quad \begin{cases} q=10 \\ p^2=4 \end{cases}$$

$$2) \text{ Если } m+n-3 = q^2 \Rightarrow mn = 45$$

$$(q^2+3)(q^2-6) = 13p^2$$

$$\begin{cases} q^2+3=13 \\ q^2-6=p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} q^2+3=p^2 \\ q^2-6=p^2 \end{cases}$$

$m+n-3 = q$
 $q^2 - 9q + 15 = 0$
 $D = 81 - 60 = 21$
 $q = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{2}$
 $q = 2, q = 6.5$
 $m+n = X$

$y(x-9) = 13p^2$
 $x-9 = 13 \Rightarrow p^2 = 4$
 $x-9 = 15 \Rightarrow p^2 = 22$
 $x = 22 \Rightarrow p^2 = 22$
 $3) x = 13p^2 \Rightarrow 13p^2 - 9 = p$
 $12p^2 = 9$
 $p = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}$
 $4) x = 13p^2$

$13p^2 - 9 = 9$
 $p^2 = \frac{10}{13}$
 $5) x = 1$
 $13p^2 = -8$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + m + n = 13 \quad m = 13 - n$$

$$2mn = 15q^2$$

$$(2) \quad n = 3, m = 10$$

$$(3) \quad n = 5$$

$$2(13-n)/n = 15q^2$$

$$2 \cdot 10 \cdot 3 = 15q^2$$

$$2 \cdot 5 \cdot 8 = 15q^2$$

$$(4) \quad n = 1 \Rightarrow$$

$$4 \cdot 5 \cdot 8 = 15q^2$$

$$16 = 3q^2$$

$$2u = 15q^2$$

$$q = 2 \quad \checkmark$$

$$\emptyset$$

$$(9) \quad n = 15$$

$$(5) \quad n = 9$$

$$(6) \quad n = q^2$$

$$2 \cdot (-2) \cdot 15 = 15q^2$$

$$2(13-9)q = 15q^2$$

$$2(13-q^2)/q^2 = 15q^2$$

$$\emptyset$$

$$26 - 2q = 15q$$

$$26 - 2q^2 = 15$$

$$14q = 26$$

$$2q^2 = 11$$

$$\emptyset$$

$$\emptyset$$

$$(7) \quad n = 3q$$

$$(8) \quad n = 5q$$

$$(10) \quad n = 15q$$

$$2(13-3q) \cdot 3q = 15q^2$$

$$26 - 10q = 3q$$

$$26 - 3q = 15q$$

$$2(13-3q) = 5q$$

$$13q = 26$$

$$2(13-15q) \cdot 15q = 15q^2$$

$$26 = 11q$$

$$q = 2 \Rightarrow$$

$$26 - 30q = q$$

$$\emptyset$$

$$q = 10, n = 3$$

$$31q = 26 \quad \emptyset$$

$$(11) \quad n = 15q^2$$

$$2 \cdot (13 - 15q^2) \cdot 15q^2 =$$

$$\emptyset$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $\triangle KZM \sim \triangle KAX$ по двум углам ($\angle K$ -общий,

$\angle KZM = \angle KAX$ (цз п.1)) \Rightarrow

$$\frac{KM}{KX} = \frac{ZK}{KX}$$

$$\frac{x}{2\sqrt{3}x} = \frac{24}{30}$$

$$\sqrt{3}x = \frac{30x}{2 \cdot 24} = \frac{15x}{24} = \frac{5x}{8}$$

$$\frac{30 \cdot 8}{5x} = \frac{14}{x}$$

$$\frac{6 \cdot 8}{x} = \frac{14}{x}$$

$$\cos(\angle X + \angle Z) = 1$$

$$\cos \angle X \cos \angle Z - \sin \angle X \sin \angle Z = 1$$

$$\frac{\cos \angle X}{1} - \frac{\sqrt{3} \sin \angle X}{9} = 1$$

$$\cos \angle X - \frac{\sqrt{3}}{9} \sin \angle X = 9$$

$$\cos \angle X = \sqrt{3} \sin \angle X + 9$$

$$\cos^2 \angle X = 80 \sin^2 \angle X + 18\sqrt{3} \sin \angle X + 81$$

$$1 - \sin^2 \angle X = 80 \sin^2 \angle X + 18\sqrt{3} \sin \angle X + 81$$

$$81 \sin^2 \angle X + 18\sqrt{3} \sin \angle X + 80 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

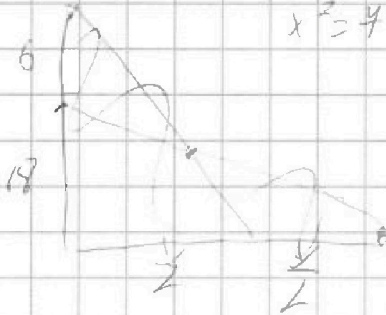
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

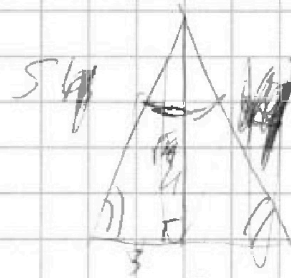
$$\frac{20430}{18} = \frac{BX}{XC} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

М и М'ММ



$$16 = 9 + x^2 \\ x^2 = 4$$

$$\sqrt{16+18-2 \cdot 36} = \frac{36}{9} \\ \frac{36}{9} \\ -45 \\ \frac{24}{21}$$



$$y = \sqrt{4(6^2 - 4^2 + 4^2 - 3^2 - 4^2 \cdot 6 \cdot 4)} = 4\sqrt{4 \cdot 21} = 8\sqrt{21}$$

в УМСМ $\triangle KXC$ по формуле косинусов \Rightarrow

$$\frac{24}{XC} = \frac{4}{AX} \Leftrightarrow \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = \frac{8+ZM}{AY}$$

$$\frac{24}{18} = \frac{4}{AX} \Rightarrow \frac{24}{30} = \frac{4}{AX} = \frac{4}{5} \\ \text{или } \frac{24}{18} = \frac{4}{AX} \Rightarrow \frac{24}{30} = \frac{4}{AX} = \frac{4}{5}$$

$$4 \cdot 54 = 24 + 12y \quad \frac{y^2}{4} = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 24 \cdot 12 \cdot \frac{4}{3} \\ 204 = 24 + 12y \quad = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 24$$

$$8y = 24 \quad ZM = 12 \\ y = 3 \Rightarrow AX = 1,5$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin \beta} \\ \frac{6}{\sin \alpha} = \frac{3}{4} \sin \beta \\ 4 \sin \alpha = 3 \sin \beta \\ 16 \sin^2 \alpha = 9 \sin^2 \beta \\ 16(1 - \cos^2 \alpha) = 9(1 - \cos^2 \beta) \\ 16 - 16 \cos^2 \alpha = 9 - 9 \cos^2 \beta \\ \cos^2 \alpha = \frac{4 + 9 \cos^2 \beta}{81} \\ \frac{4}{9} = \frac{64}{81} = \frac{16}{81} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{9} \\ \frac{4}{9} = \frac{64}{81} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x \geq 0$ $0 \leq y \leq \sqrt{6}$

$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$

$-y^2 + 5x + 6 = 0$

$y^2 - 5x - 6 = 0$
 $y_1 + y_2 = 5$ $y_1 = 6$
 $y_1 - y_2 = -6$ $y_2 = -1$

$(y-6)(y+4) = (6-y)(y+1)$

$x \geq \frac{y^2-6}{5}$ $6-y \geq 0$
 $y \leq 6$
 $x \geq -1$

$(\sqrt{x+1} + \sqrt{6-y})^2 =$
 $= x+1+6-y +$
 $+ 2\sqrt{(x+1)(6-y)}$

$y \geq 0$
 $y \geq 0$

$\textcircled{1} \sqrt{x} = \sqrt{y}$
 $x = y$

$0 \leq y \leq 6$

2) $x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$

$x^4 + \sqrt{x} + 5x^2 = y^4 + \sqrt{y} + 5y^2$

$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$

$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x-y)(x+y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$

$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x-y)(x+y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2) + 5(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$

$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) = -1$
 $\geq 0 > 0$

или $\sqrt{x} \sqrt{y}$ уменьшаются, $x^2 + y^2$ увеличивается квадратично
 \Rightarrow отрицательность левой части по модулю $\Rightarrow \emptyset$

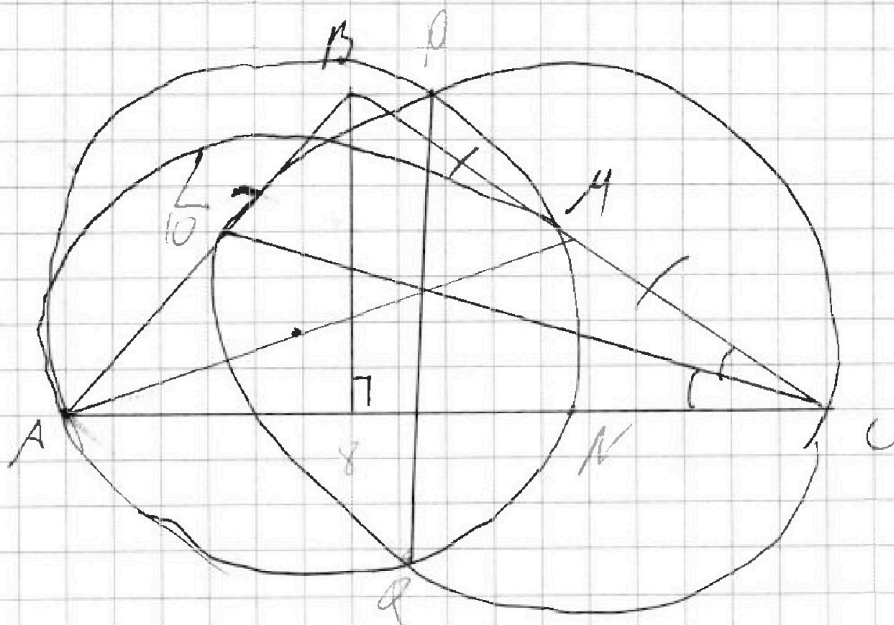
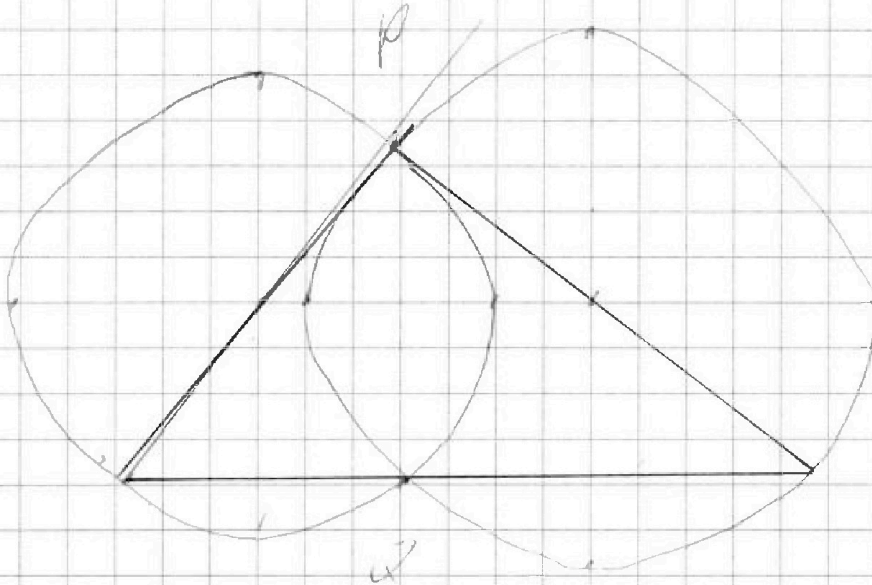


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



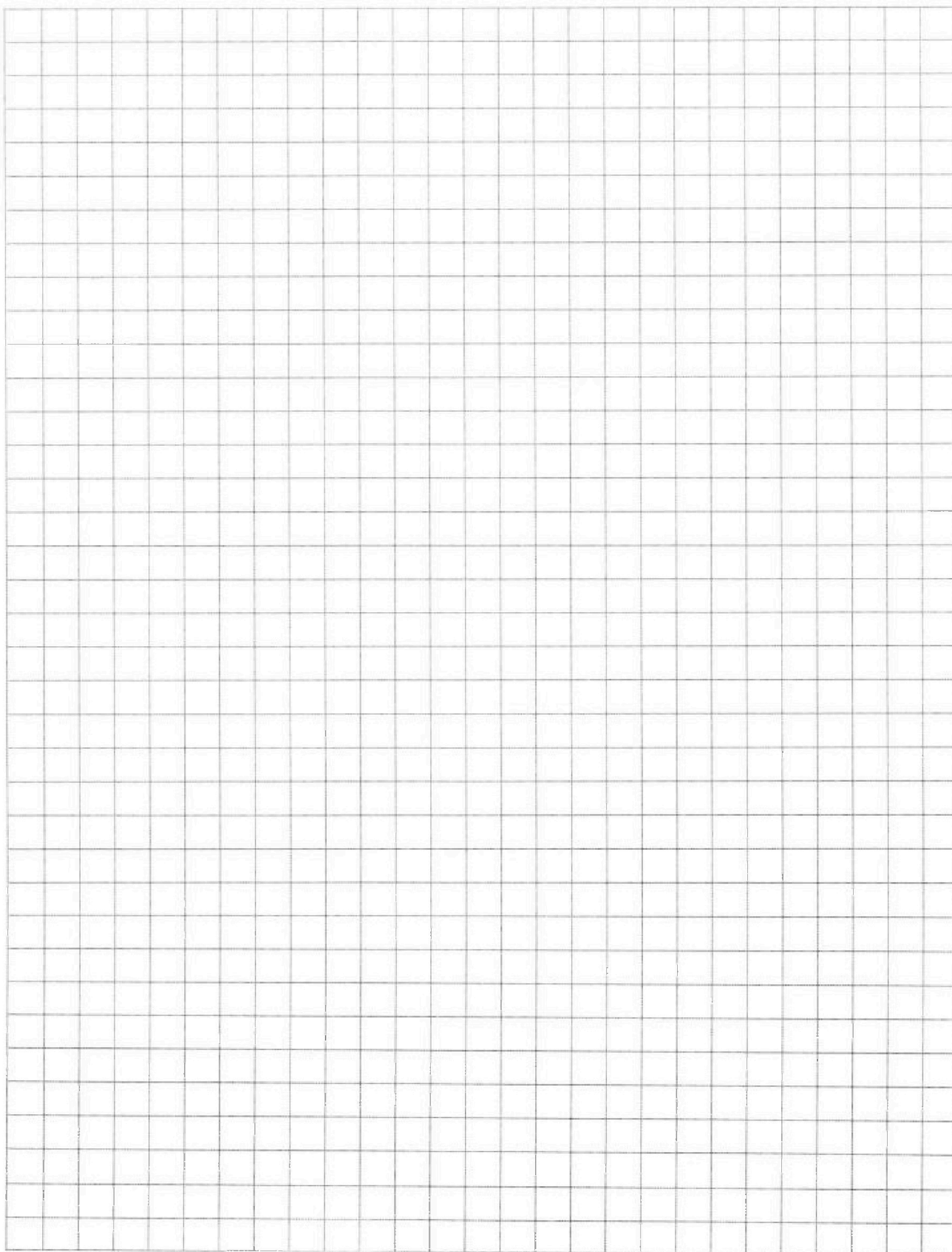


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

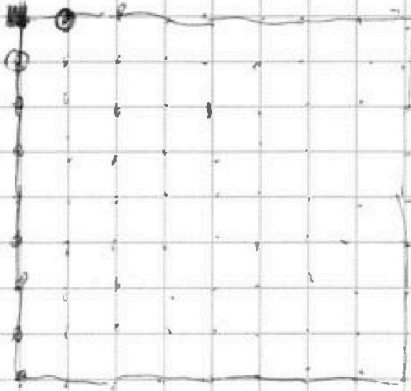
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

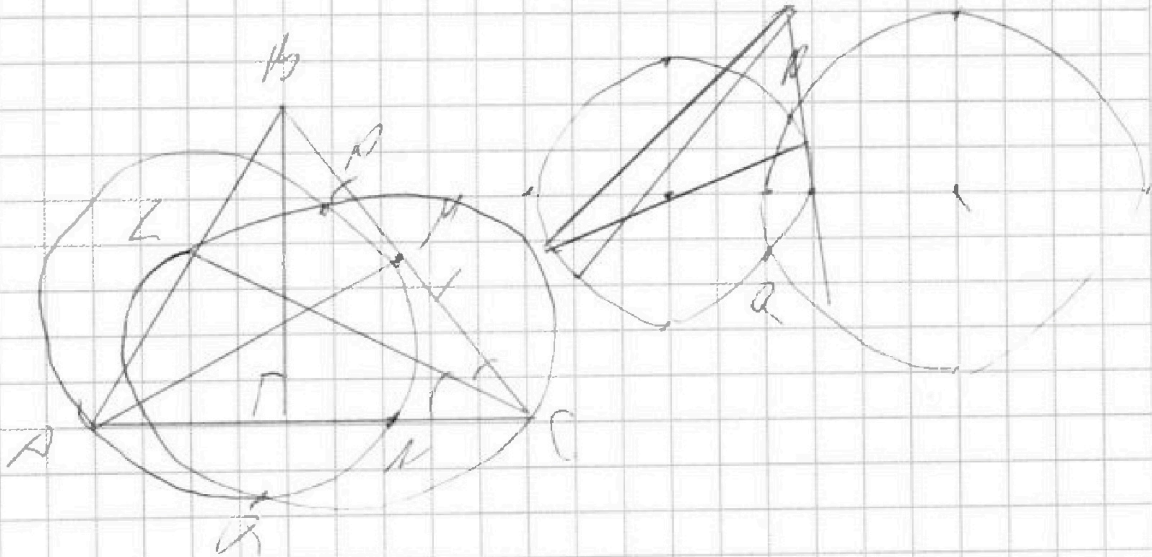
~~черновик~~ $9 \cdot 9 = 81$



Возьмем один узел как начало выбора дуги 80, возьмем следующий узел, кол-во ср. выборов для узла

49 (т.к. с началом от узла направлена и п.д. этого количества 80! см)

№ 4





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

$$x=y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$6+5x-x^2 = (x-6)(x+1) = (6-x)(x+1)$$

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{6+5x-x^2} - \sqrt{6-x} = -5 \quad | \cdot 25 \quad \times 35$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x-x^2} - 5$$

$$x+1+6-x-2\sqrt{6+5x-x^2} = 4(6-x)(x+1) - 20\sqrt{6+5x-x^2} + 25$$

$$4(6-x)(x+1) - 18\sqrt{6+5x-x^2} + 18 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$2(6-x)(x+1) - 9\sqrt{6+5x-x^2} + 9 = 0$$

$$\sqrt{6+5x-x^2} = t$$

$$9(6-x)(x+1) = 9$$

$$2t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$6+5x-x^2 = 9$$

$$D = 81 - 4 \cdot 9 = 9$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{4} = \begin{cases} 3 \\ \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} = \begin{cases} \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$6+5x-x^2 = \frac{9}{4}$$

$$24+20x-4x^2 = 9$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$m = \frac{1}{4} = -10$$

$$D = 100 + 60 = 160$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{40}}{4}$$

$$\begin{cases} \frac{5 + 2\sqrt{10}}{2} \\ \frac{5 - 2\sqrt{10}}{2} \end{cases}$$