



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1

$$a_2 = a_1 + k = 12 - 12x \quad (1)$$

$$a_4 = a_1 + 3k = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 \quad (2)$$

$$a_8 = a_1 + 7k = -6x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1) \quad 6k = -6x^2 - 12 + 12x \Rightarrow k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2) - (1): \quad 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$
$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(3) - (2): \quad 4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -4x^2 + 8x - 8$$
$$-x^4 - 8x^3 - 18x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 + 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 8 = 16 - 64 + 72 - 16 - 8 = 72 - 72 = 0$$

~~x = -2~~ корень

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad x = -2 \text{ корень}$$
$$-2^3 + 6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 4 = -8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$
$$D = 4^2 + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 6 \quad x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ответ:  $x = -2$ ,  $x = -2 + \sqrt{6}$ ,  $x = -2 - \sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

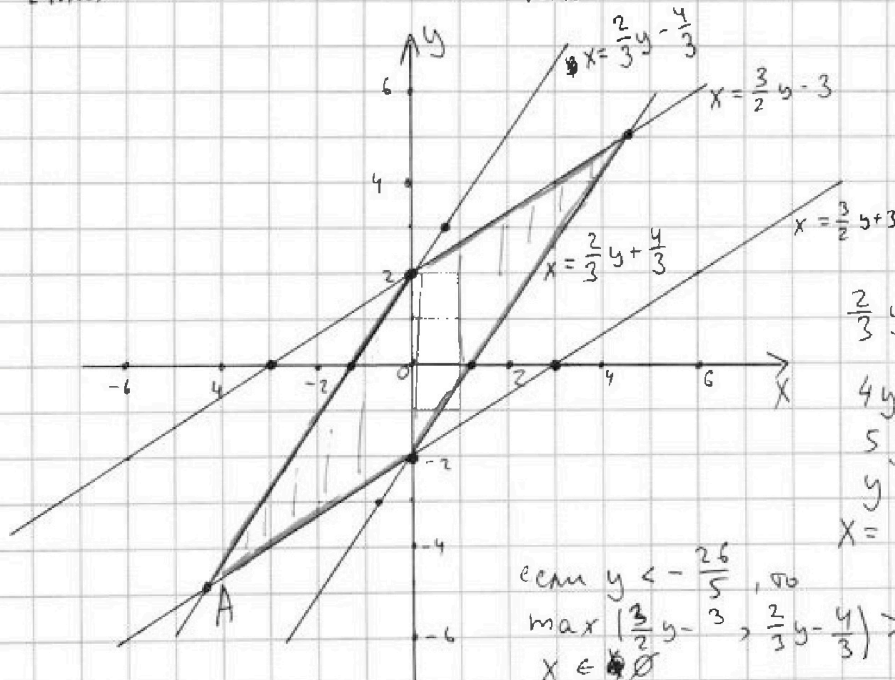
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & ① \\ |3x - 2y| \leq 4 & ② \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ① |2x - 3y| \leq 6 &\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y < 0 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{3}{2}y - 3 \\ x \geq \frac{3}{2}y \\ x \leq \frac{3}{2}y + 3 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow x \in \left[ \frac{3}{2}y - 3, \frac{3}{2}y + 3 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② |3x - 2y| \leq 4 &\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y < 0 \\ 3x - 2y \geq -4 \\ 3x - 2y \geq 0 \\ 3x - 2y < 4 \end{cases} \Rightarrow x \in \left[ \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right] \end{aligned}$$

~~max~~  $\frac{7}{3}$  ~~min~~

$$x \in \left[ \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix} \left( \frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right); \begin{matrix} \min \\ \max \end{matrix} \left( \frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \right]$$



$\triangle A$ , точка пересечения  
 $\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \leq \frac{3}{2}y + 3$

$$\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} = \frac{3}{2}y + 3$$

$$4y - 8 = 9y + 18$$

$$5y = -26$$

$$y = -5\frac{1}{5} = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{3 \cdot 26}{2 \cdot 5} + 3 = -4,8$$

если  $y < -\frac{26}{5}$ , то

$$\max \left( \frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right) > \min \left( \frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \text{ и } x \in \emptyset$$

Тогда  $\min(10x + 5y)$  при  $x = -4,8$ ,  $y = -\frac{26}{5}$

$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

Ответ:  $-74$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

① сызгас  $A = 17p^2$   $B = 15q^2$

~~$B = 15q^2$~~

① $m = 3$	$n = 5$	$m^2 - 2n^2 - 2 < 0$
② $m = 5$	$n = 3$	$m^2 - 2n^2 - 2 = 5 \neq q^2$
③ $m = 1$	$n = 15$	аналогично ①
④ $m = 15$	$n = 1$	$m^2 - 2n^2 - 2 = 221 \neq q^2$
⑤ $m = 9$	$n = 3$	
	$m = 3$	$n = 9$

$$A = 17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

одна скобка 17, вторая  $p^2$   
или одна  $17p$ , вторая  $p$

$$m - 2n = 17 \quad m - 2n + 13 = 30 \neq p^2$$

$$m - 2n = p^2 \quad m - 2n + 13 = p^2 + 13 = 17 \quad |p = 2| \quad |m - 2n = 4| \quad \textcircled{1}$$

$$m - 2n = 17p \quad 17p + 13 = p \quad \text{неверно, так } p \text{ простое.}$$

$$m - 2n = p \quad p + 13 = 17p$$

$$m - 2n = 4 \quad m = 4 + 2n \quad m > n$$

$$mn(m^2 - 2n^2 - 2) = (4 + 2n)n((4 + 2n)^2 - 2n^2 - 2) = (4n + 2n^2)(16 + 8n + 4n^2 - 2n^2 - 2)$$

$$B = 15q^2 = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

$$= 3 \cdot 5 \cdot q^2 \quad \textcircled{1} n = 1 \quad m = 15q = 1, 3, 5, 9, 15, 39, 59, 159, 15q^2, 9^2$$

②  $n = 3 \quad m = 10 = 2 \cdot 5 = 1 \text{ или } 5 \text{ или } 9 \text{ или } 59 \text{ или } 59^2$

③  $n = 5 \quad m = 14 = 2 \cdot 7 = 1 \text{ или } 3 \text{ или } 39 \text{ или } 9 \text{ или } 59^2$

④  $n = 15 \quad m = 34 = 2 \cdot 17 = 1 \text{ или } 9 \text{ или } 9^2$

⑤  $n = 9 \quad m = 4 + 2 \cdot 9 = 22 = 2 \cdot 11 = 1 \text{ или } 3 \text{ или } 5 \text{ или } 15 \text{ или } 39, 59, 159$

⑥  $n = 39 \quad m = 4 + 2 \cdot 39 = 82 = 2 \cdot 41 = 1 \text{ или } 5 \text{ или } 9 \text{ или } 59$

⑦  $n = 59 \quad m = 4 + 2 \cdot 59 = 122 = 2 \cdot 61 = 1 \text{ или } 3 \text{ или } 39 \text{ или } 1$

⑧  $n = 159 \quad m = 4 + 2 \cdot 159 = 322 = 2 \cdot 161 = 1 \text{ или } 1$

⑨  $n = 159^2 \quad m = 4 + 2 \cdot 159^2 = 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = 15q^2 = m \cdot n \cdot (m^2 - 2n^2 - 2) \quad m = 4 + 2n$$

$$B = 15q^2$$

$$m \cdot n = 1$$

$$m \cdot n = 3$$

$$n = 5$$

$$n = 15$$

$$n = q$$

$$n = 3q$$

$$n = 5q$$

$$n = 15q$$

$$n = q^2$$

$$n = 3q^2$$

$$n = 5q^2$$

$$n = 15q^2$$

$$m = 6 = 2, 3q, 5q, q^2, 3q^2, 5q^2, 15q, \text{ или } 15q^2 \leftarrow \boxed{q=2}$$

$$m = 10 = 2, 5q, q^2 \text{ или } 5q^2 \quad 5q = 10 \leftarrow \boxed{q=2}$$

$$m = 14 = 2, 3q \text{ или } q^2 \text{ или } 3q^2 \text{ не простое или не целое}$$

$$m = 34 = 2 \text{ или } q^2 \text{ не простое}$$

$$m = 4 + 2q = 1, 3, 5, 15, 2, 3q, 5q \text{ или } 15q$$

$$m = 4 + 6q = 1, 5, q, \text{ или } 5q \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 10q = 1, 3 \text{ или } q \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 30q = q \text{ или } 1 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 2q^2 = 1, 3, 5, \text{ или } 15 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 6q^2 = 1 \text{ или } 5 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 10q^2 = 1 \text{ или } 5 \text{ не подходит}$$

$$m = 4 + 30q^2 = 1 \text{ не подходит}$$

Во всех случаях  $q$  не целое или отрицательное

$$n = 1 \quad m = 6 \stackrel{3q}{=} q = 2 \quad (36 - 2 - 2) = 5q \text{ не подходит}$$

$$n = 3 \quad m = 10 \stackrel{5q}{=} q = 2 \quad (100 - 18 - 2) = 8q$$

Если  $A = 17p^2$   $B = 15q^2$   $\text{каким нар } (m, n) \text{ нет.}$

② случай  $A = 15q^2$   $B = 17p^2$

$$A = 15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 3)$$

$$m - 2n = 1 \quad 15q^2 = 14$$

$$3 \quad 5q^2 = 16$$

$$5 \quad 3q^2 = 18$$

$$q \quad 15q = 13 + q$$

$$3q \quad 5q = 13 + 3q$$

$$5q \quad 3q = 13 + 5q$$

$$15q \quad q = 13 + 15q$$

$$q^2 \quad 15 = 13 + q^2$$

$$3q^2 \quad 5 = 13 + 3q^2$$

$$5q^2 \quad 3 = 13 + 5q^2$$

$$15q^2 \quad 1 = 13 + 15q^2$$

$$15 \quad q^2 = 28$$

~~только это не подходит~~  
 ~~$m - 2n = 1$~~   
 ~~$m = 15 + 2n$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Всего  $17q^2 = m^2 - 2n^2 - 2$  ~~мозгов~~~~

У  $A = 15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$  нет  
ни одного пары  $(m - 2n)$  и  $(m - 2n + 13)$  равных  
 $15q^2$

Прм  $A = 15q^2$   $B = 17q^2$  нет ни одно пары  
 $(m, n)$

Ответ: таких пар  $(m; n)$  нет.

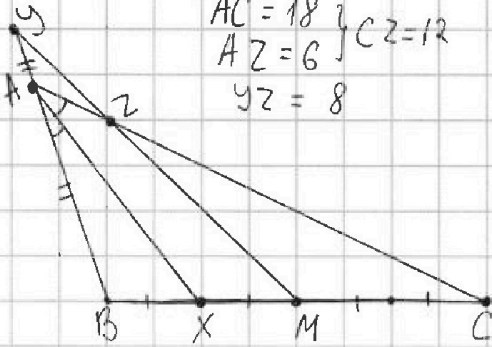


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \\ CZ &= 12 \end{aligned}$$

Пусть  $M'$  - середина  $AC$ , тогда  
 $AY \parallel MM'$ ,  $YZ$  и  $ZM \rightarrow 1$  черта  
 $AZ$  и  $ZM' \rightarrow 1$  черта

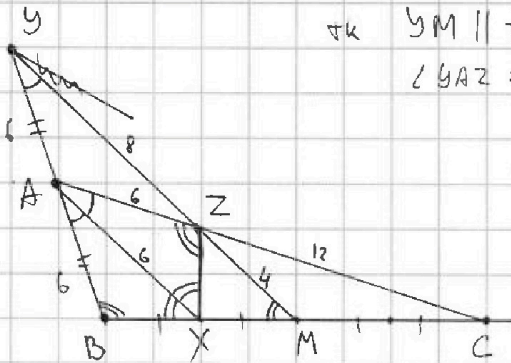
$$\begin{aligned} \triangle AYZ &\sim \triangle MM'Z \Rightarrow ZM = YZ \cdot \frac{ZM'}{AZ} = \\ &= 8 \cdot \frac{9-6}{6} = 4 \end{aligned}$$

тк  $YM \parallel AX$ , то  $\frac{CM}{XM} = \frac{CZ}{AZ} = \frac{2}{1}$

$$MX = \frac{1}{2} CM = \frac{1}{2} BM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BX}{XM} = \frac{BA}{AY} = \frac{1}{1} \text{ и } \frac{AX}{YM} = \frac{BY}{BM} = \frac{1}{2}$$

$$AX = \frac{1}{2} YM = 6 \quad \triangle ZAX \text{ п/б}$$



тк  $YM \parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \angle BAX$

$$\angle YAZ = 180^\circ - 2\angle BAX \Rightarrow \angle AZY = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle BAX - \angle BAX =$$

$$= \angle BAX \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AY = AZ = 6$$

Решение

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \angle AYZ$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AYZ$$

$$\cos \angle AYZ = \frac{8^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$BM^2 = BY^2 + MY^2 - 2 \cdot BY \cdot MY \cdot \cos \angle BYM$$

$$BM^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 2 \cdot 144 - \frac{4}{3} \cdot 144 = 144 \cdot \frac{2}{3}$$

$$BM = 12 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Ответ:  $BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

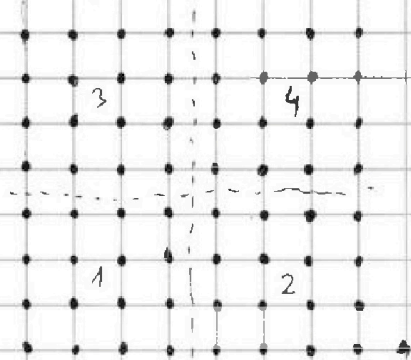


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



Разделим квадрат на 4 квадрата

В каждом квадрате  $4 \times 4$  узлов.

Если 2 узла в одном квадрате, то есть  $\frac{16 \cdot 15}{2}$  способов выбрать их, т.к. при повороте раскраски считаются одинаковыми.

Если 2 узла в соседних квадратах, то есть  $16 \cdot 16$  выбрать 2 узла (первый из кв. 1, второй из кв. 2) (При этом не будет одинаковых раскрасок)

Если 2 узла в противоположных квадратах, то  $\frac{16 \cdot 16 (\text{всего}) + 16 (1 \text{ центр. сим.})}{2} = \frac{16 \cdot 17}{2}$  (центральная симметрия не имеет пары, которая поменялась бы поворотом на  $180^\circ$ )

Тогда всего  $16 \cdot 16 + \frac{16 \cdot (15 + 17)}{2} = 16 \cdot 32 = 512$

Ответ: 512 способов перекрасить 2 узла



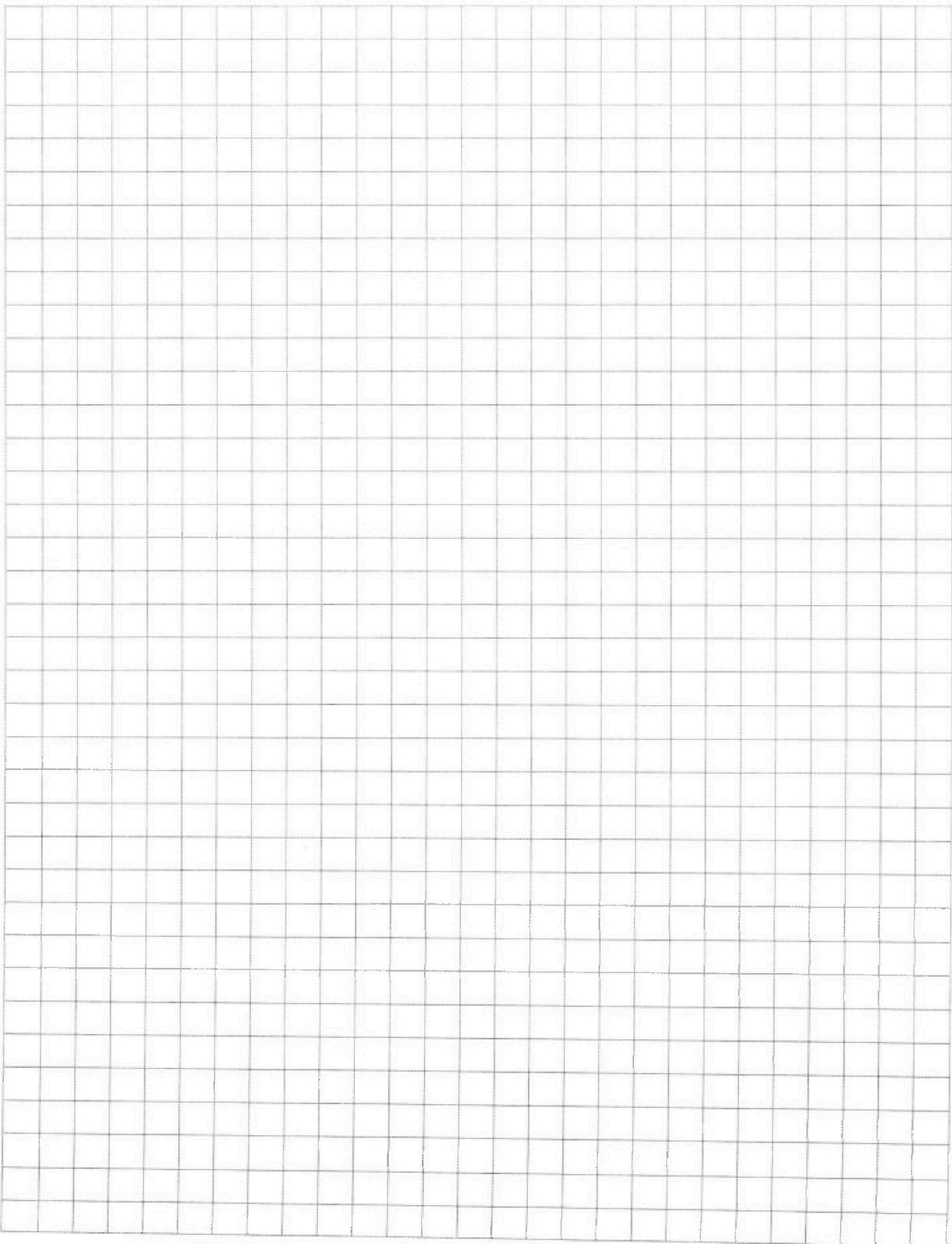


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$2x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$   
 $= 12^2 + (\frac{3}{2}y)^2 - 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$   
 $\frac{1}{4}y^2 = x^2 + 6^2 - 2 \cdot x \cdot 6 \cos \alpha$   
 $\frac{60 + x^2}{4} = x^2 + 6^2 - 12x \cos \alpha$   
 $60 + x^2 = 4x^2 + 12^2 - 48x \cos \alpha$   
 $\cos \alpha = \frac{3x^2 + 144 - 60}{48x} = \frac{3x^2 + 84}{48x}$   
 $72 - 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = 144 + \frac{9}{4}(60 + x^2) - 2 \cdot 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$   
 $72 - 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = 144 + \frac{9}{4}(60 + x^2) - 36y \cos \alpha$   
 $72 - 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = 144 + \frac{9}{4}(60 + x^2) - 36y \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x}$

$\frac{DA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} = \frac{M_2}{25}$   
 $\frac{16 \cdot 16}{2} = \frac{16}{2}$

64 способа выбрать 1 точку  
 63 способа выбрать 2 точки  
 $\frac{16 \cdot 16}{2} + 16 \cdot 16 = 16 \cdot 32 + 16 \cdot 16 = 16 \cdot 39,5$

32 симметричных варианта  
 $x < \frac{2}{3}y$   
 $x > \frac{2}{3}y$   
 $x < \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}$   
 $x > \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}$

$x = -100$   
 $y =$

$\sqrt{23} \cdot \frac{4}{5} = \frac{67}{4}$   
 $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$   
 $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$

$25 - 18 - 2 = 5 \quad 225 - 2 - 2 = 221$   
 $39 \mid 9^2 - 18 - 2 \quad \sqrt{9^2 - 20 = 59}$   
 $9^2 - 59 = 20$   
 $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$   
 $D = 25 + 80 = 105$

$17 \mid 9^2$   
 $m - 9n$   
 $17 \mid 30$   
 $9^2 + 15 = 14$

$39 \mid 9^2 - 18 - 2$   
 $9^2 - 59 = 20$   
 $D = 25 + 80 = 105$

$17 \mid 9^2$   
 $m - 9n$   
 $17 \mid 30$   
 $9^2 + 15 = 14$

$m \quad n \quad 9n \quad 35 \quad 99$   
 $17^2 - 4$   
 $18^2 - 2 - 2 = 221$   
 $9^2 - 2 - 2 = 77$

$4n^2 + 6n + 14$   
 $17 \quad 1 \quad p^2$   
 $17 \quad p \quad p$   
 $p^2 \quad p \quad p$   
 $p \quad 1 \quad 17$   
 $p$

$\frac{25}{3} - \frac{4}{3} = \frac{3}{2}y + 3$   
 $4y - 8 = 9y + 18$   
 $8y = -26 \Rightarrow y = -\frac{26}{8} = -\frac{13}{4}$

$15 + 3 = -7.5 + 3 = -4.5$   
 $-\frac{10+4}{3} = -\frac{14}{3} = -4\frac{2}{3}$   
 $3 \cdot 26 = 60 + 18 = 78$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(x^2 + 4x - 2) \sqrt{x^2 + 4x + 4} = (x+2)^2$   
 $x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = (x+2)^2$   
 $16 - 84 + 72 - 4x - 8 = 0$   
 $184 - 72 - 4x - 8 = 0$   
 $104 - 4x = 0$   
 $x = 26$

$D = 16 + 4 \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$   
 $x = -4 \pm \sqrt{16} = -4 \pm 4$   
 $x = 0$  or  $x = -8$

$x^2 = 4y^2 + 18^2 - 2 \cdot 18 \cdot 2y \cos \angle C$   
 $y^2 = 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cos \angle C$   
 $x^2 = 64 + 8^2 - 2 \cdot 68 \cdot \cos \angle C$   
 $x^2 - y^2 = 6^2 + 8^2 - 12^2 - 4^2 = 36 + 64 - 144 - 16 = -60$   
 $y^2 - x^2 = 60$   
 $y^2 = 60 + x^2$   
 $x^2 = 2 \cdot 40 \cdot 4x^2 + 324 - 72y \cos \angle C$   
 $y \cos \angle C = \frac{20x^2 + 564}{72}$   
 $16 = \frac{y^2 + 144}{x^2 + 60} - 2 \cdot 12 \cdot y \cdot \cos \angle C$   
 $y \cos \angle C = \frac{x^2 + 60 + 144 - 16}{24}$   
 $4x^2 = 72 + 2 \cdot 9 \cdot y \cos \angle C$   
 $6^2 = (\frac{3}{2}y)^2 + 18^2 + 2 \cdot 18 \cdot \frac{3}{2}y \cos \angle C$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$12 - 12x + 6k = -6x^2 \quad \text{и} \quad 6k = -6x^2 \quad \text{или} \quad k = -x^2$$

$$4k = -x^4 - 8x^3 - 22x^2 \quad 2 \cdot 2x + k = -x^2 \quad k = -x^2 + 2x - 2$$

$$2k = -\frac{1}{2}x^4 - 4x^3 - 11x^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$$

$$3x^4 - 2x^3 + 1,5x^4 + 12x^3 + 27x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

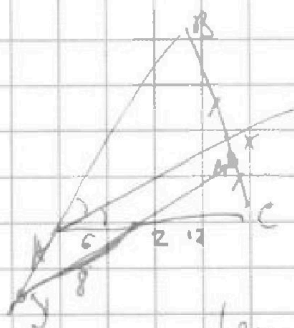
$$2^4 - 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 - 16 - 8 = 0$$

$$32 - 64 + 72 - 16 - 8 = 0$$

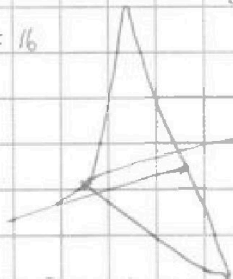
$$4^4 - 8 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 - 8 = 0$$

$$2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$

$$3x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$



$$2^4 = 16$$



$$3 - 8 + 16 - 8 - 8 = 0$$

$$48 - 64 + 64 - 16 - 8 = 0$$

$$3 - 8 \cdot 3 + 16 \cdot 9 - 8 \cdot 27 - 8 = 0$$

$$3 - 144 + 144 - 216 - 8 = 0$$

$$k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2x - 3y) \leq 6 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ 2x \geq \frac{3}{2}y - 3 \\ x \geq \frac{3}{4}y \\ x \leq \frac{3}{4}y + 3 \end{cases}$$

$$4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -(x^4 + 8x^3 + 22x^2) = -4x^2 + 8x - 8$$

$$12 - 12x + 8x - 4 - 2x^2 =$$

$$= -2x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 8x - 8 + 6x^2 =$$